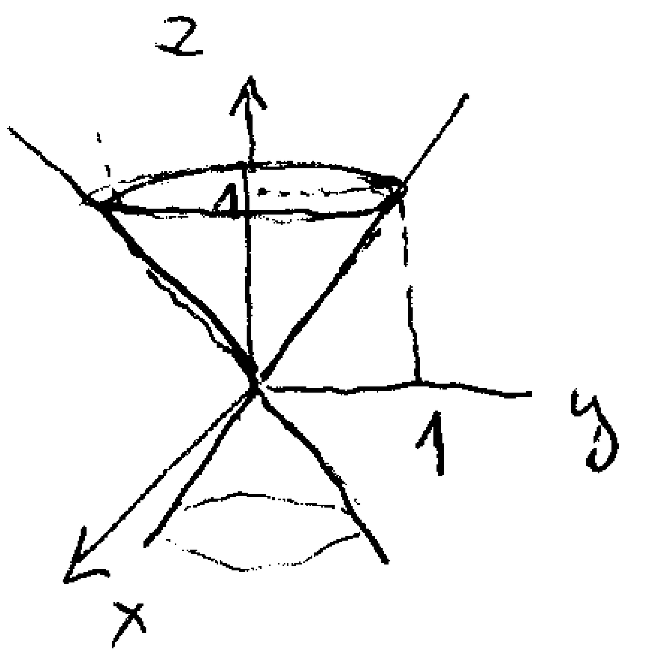
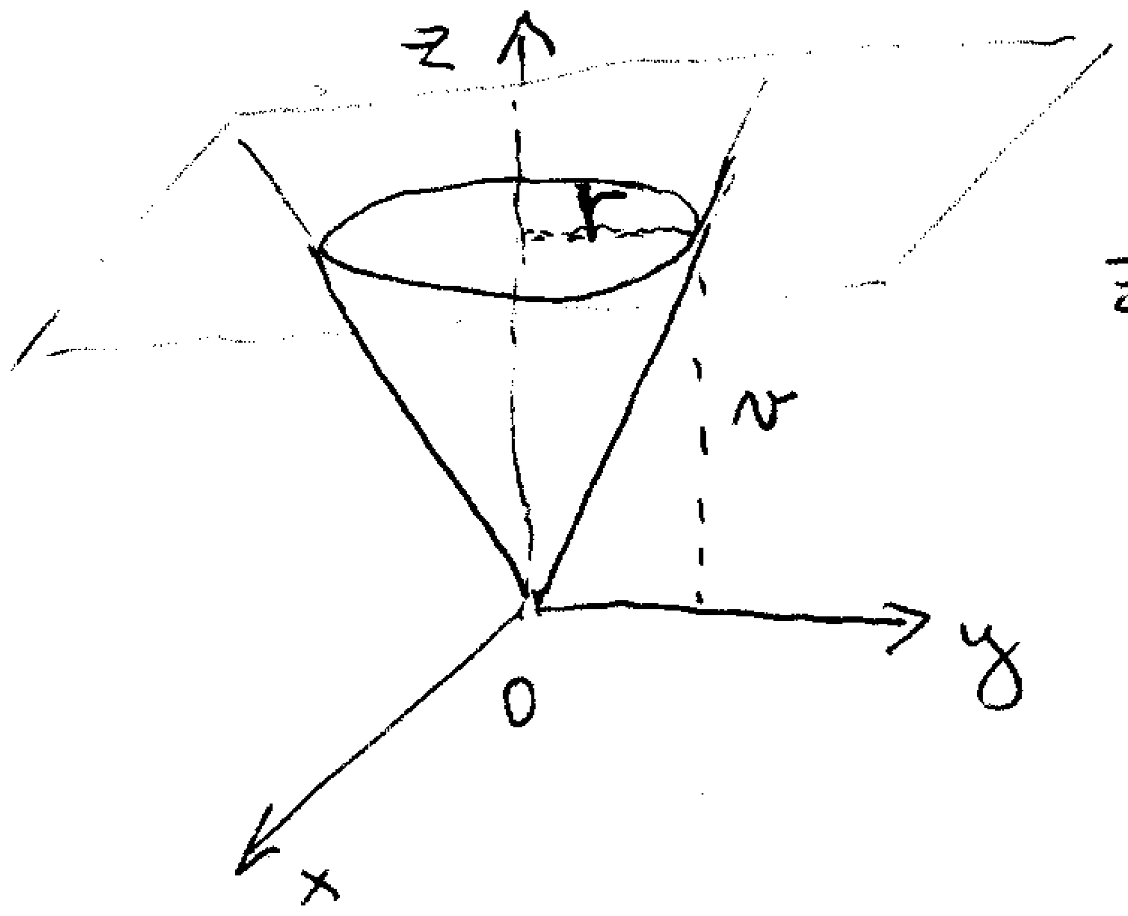
Kuželová plocha $z^2 = x^2+y^2$



$\boxed{z=\sqrt{x^2+y^2}}$ je pak horní část

platí pro „úhel" 45°, vznikne rotací přímky $z=y$

$$\frac{z^2}{v^2}=\frac{x^2}{r^2}+\frac{y^2}{r^2} \longrightarrow z^2=\frac{v^2}{r^2}(x^2+y^2)$$, vznikne rotací přímky $z=\frac{v}{r}y$



$$z=\frac{v}{r}\sqrt{x^2+y^2}$$

Kužel o poloměru podstavy $\underline{r}$ a výšce $\underline{v}$ vznikne seříznutím kuželové plochy $z=\frac{v}{r}\underbrace{\sqrt{x^2+y^2}}_{\varrho}$ rovinou $z=v$

a) Dvojným integrálem

- objem dostaneme tak, že od válce s poloměrem $\underline{r}$ a výškou $\underline{v}$ odečteme tu jeho část, která je mezi podstavou v rovině xy a kuželovou plochou

$$\int_0^{2\pi}\left(\int_0^r \frac{v}{r}\varrho\varrho\,d\varrho\right)d\varphi = \int_0^{2\pi}d\varphi\cdot\int_0^r\frac{v}{r}\varrho^2\, d\varrho = 2\pi\cdot\left[\frac{v}{r}\cdot\frac{\varrho^3}{3}\right]_0^r = 2\pi\,\frac{v}{r}\,\frac{r^3}{3} =$$
$$= \frac{2\pi}{3}\,v\,r^2$$

$$V=\pi r^2\cdot v - \frac{2}{3}\pi r^2\cdot v = \underline{\underline{\frac{1}{3}\pi r^2 v}}$$

b) Trojným integrálem

$$\int_0^{2\pi}\left(\int_0^r\left(\int_{\frac{v}{r}\varrho}^{v}\varrho\,dz\right)d\varrho\right)d\varphi = \int_0^{2\pi}\left(\int_0^r \left[\varrho z\right]_{\frac{v}{r}\varrho}^{v}\right) = \int_0^{2\pi}\left(\int_0^r\varrho\left(v-\frac{v}{r}\varrho\right)d\varrho\right)d\varphi =$$

$$=\int_0^{2\pi}d\varphi\cdot\int_0^r\left(\varrho v-\frac{v}{r}\varrho^2\right)d\varrho = \left[\varphi\right]_0^{2\pi}\cdot\left[\frac12\varrho^2 v - \frac{v}{r}\frac{\varrho^3}{3}\right]_0^r = 2\pi\left[\frac12 r^2 v - \frac{v}{r}\frac{r^3}{3}\right] =$$

$$=2\pi\cdot\frac16 r^2 v = \frac13\pi r^2 v$$

1) Napište parametrické rovnice přímky AB, $A[1,2]$, $B[3,5]$

$\vec{s} = \vec{AB} = B - A = (2,3)$

a) $\begin{aligned} x &= 1+2t \\ y &= 2+3t \end{aligned}$ $t \in R$, b) $\begin{aligned} x &= 3+2t \\ y &= 5+3t \end{aligned}$ $t \in R$, c) $\begin{aligned} x &= 1-2t \\ y &= 2-3t \end{aligned}$ $t \in R$

d) $\begin{aligned} x &= 1+4t \\ y &= 2+6t \end{aligned}$ $t \in R$, ...

Položíme např. $t=3$ a) $[7,11]$, b) $[9,14]$, c) $[-5,-11]$, d) $[13,20]$

Rozhodněte, zda bod $C[5,8]$ leží na přímce AB

a) $\left.\begin{aligned} 5 &= 1+2t \\ 8 &= 2+3t \end{aligned}\right\}$ $t=2$ b) $\left.\begin{aligned} 5 &= 3+2t \\ 8 &= 5+3t \end{aligned}\right\}$ $t=1$ c) $\left.\begin{aligned} 5 &= 1-2t \\ 8 &= 2-3t \end{aligned}\right\}$ $t=-2$

d) $\left.\begin{aligned} 5 &= 1+4t \\ 8 &= 2+6t \end{aligned}\right\}$ $t=1$

2) Napište parametrické rovnice úsečky $A[0,0]$, $B[1,2]$

$\vec{s} = \vec{AB} = B - A = (1,2)$

$\begin{aligned} x &= 0+t \\ y &= 0+2t \end{aligned}$ $t \in \langle 0,1 \rangle$

$t=0 \rightarrow [0,0]$

$t=1 \rightarrow [1,2]$

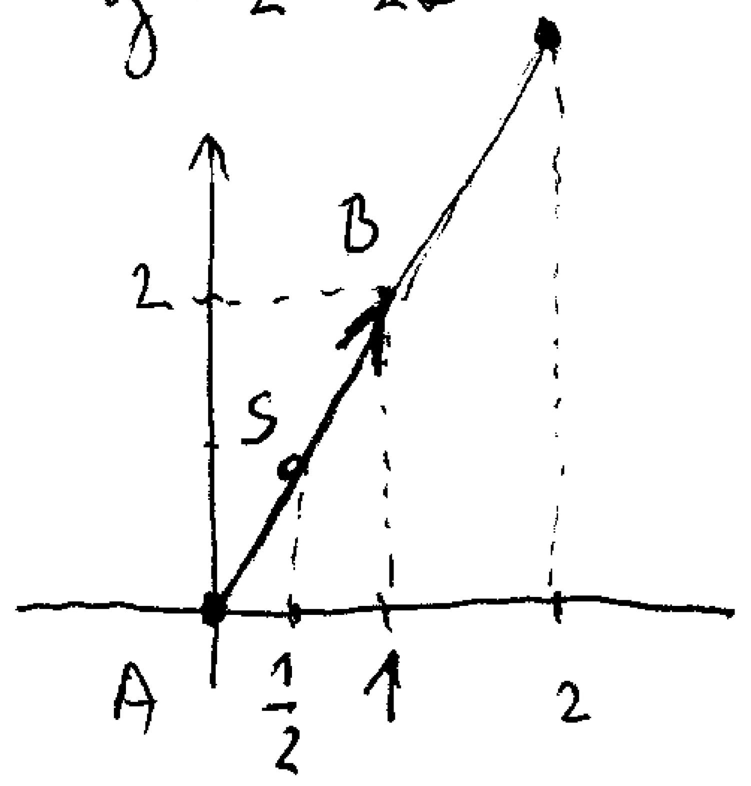
$t=\frac{1}{2} \rightarrow [\frac{1}{2}, 1]$, $t=\frac{1}{3} \rightarrow [\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

S

Nelze! $\begin{aligned} x &= 1+t \\ y &= 2+2t \end{aligned}$ $t \in \langle 0,1 \rangle$!

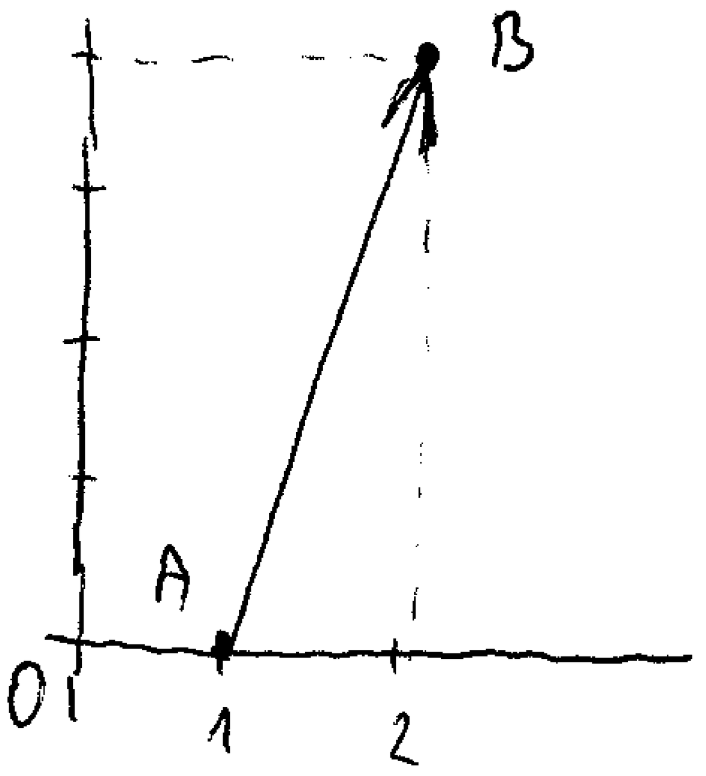
$t=0 \rightarrow [1,2]$ $t=\frac{1}{2} \rightarrow [\frac{3}{2}, 3]$ neleží na úsečce

$t=1 \rightarrow [2,4]$



Možno! $\begin{aligned} x &= 1-t \\ y &= 2-2t \end{aligned}$ $t \in \langle 0,1 \rangle$

3) Napište parametrické rovnice orientované úsečky AB, s počátečním bodem $A[1,0]$ a koncovým bodem $B[2,4]$.



$\vec{s} = \overrightarrow{AB} = B - A = (1,4)$

$x = 1 + t$
$y = 0 + 4t$ $\quad t \in \langle 0,1 \rangle$

$t=0 \to [1,0]$, $t = \frac{1}{2} \to [\frac{3}{2}, 2]$, $t = \frac{3}{4} \to [\frac{7}{4}, 3]$

$t = 1 \to [2,4]$

Parametrizace odpovídá zadané orientaci

Pokud by počáteční bod byl B a koncový bod A,

pak $x = 1 + t$, $y = 0 + 4t$, $t \in \langle 0,1 \rangle$ je také správná parametrizace, ale řekneme, že úsečka je orientována nesouhlasně s daným param. vyjádřením.

40