TEORIE MNOŽIN - PŘÍKLADY

J. ROSICKÝ

1. Množiny

1. Zformulujte axiom extensionality, slovně a pomocí predikátové logiky.

2. Zformulujte axiom dvojice, slovně a pomocí predikátové logiky.

3. Zformulujte schéma axiomů vyčlenění, slovně a pomocí predikátové logiky.

4. S pomocí schématu axiomů vyčlenění sestrojte průnik a rozdíl množin A, B.

5. Zformulujte axiom sjednocení, slovně a pomocí predikátové logiky.

6. Zformulujte axiom množiny podmnožin, slovně a pomocí predikátové logiky.

7. Pro množiny a, b, definujte množinu (a, b), t.j., uspořádanou dvojici prvků a, b.

8. Pomocí axiomů teorie množin, sestrojte kartézský součin $A \times B$ množin A, B.

9. Zformulujte axiom nekonečna, slovně a pomocí predikátové logiky.

10. Zformulujte schéma axiomů nahrazení, slovně a pomocí predikátové logiky.

11. Dokažte $(A \times B)^C \cong A^C \times B^C$.

12. Dokažte, že pro libovolnou množinu A platí $|A| \leq |\mathcal{P}(A)|$. Udejte příklad množiny A takové, že $|A| = |\mathcal{P}(A)|$.

13. Dokažte $(A^B)^C \cong A^{B \times C}$.

14. Dokažte, že pro disjunktní množiny A, B platí $C^{A \cup B} \cong C^A \times C^B$.

15. Definujte tranzitivní množinu. Rozhodněte, která z následujících množin je tranzitivní: $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$.

Date: Březen 27, 2020.

2. Kardinální čísla

1. a) Udejte příklad nekonečných množin A, B, C takových, že $|A| < |B| < |C|$.
   b) Vysvětlete proč kardinální čísla netvoří množinu.

2. Definujte
   a) kardinální číslo,
   b) uspořádání kardinálních čísel.
Je toto uspořádání
   a)lineární
   b) dobré?

3. Nalezněte
   a) nejmenší kardinální číslo,
   b) nejmenší nekonečné kardinální číslo,
   c) nejmenší nespočetné kardinální číslo.

4. Reálné číslo se nazývá algebraické, pokud je kořenem polynomu s celočíselnými koeficienty. Dokažte, že množina algebraických čísel je spočetná.

5. a) Ukažte, že neexistuje množina A taková, že pro libovolnou množinu B platí $|B| \leq |A|$.
b) Nalezněte množinu A takovou, že pro libovolnou množinu B platí $|A| \leq |B|$.

6. Dokažte, že platí a) $|A| \leq |A \cup B|$,
b) $|A| \leq |A \times A|$.
c) Rozhodněte, zda platí $|B| \leq |A - B|$ pro libovolné množiny A, B.

7. a) Definujte součet $\alpha + \beta$, součin $\alpha \cdot \beta$ a mocninu α^β kardinálních čísel.
b) Dokažte, že platí $\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$.

8. a) Uveďte definici spočetné množiny.
   b) Nalezněte 5 navzájem různých spočetných množin.

9. Dokažte, že sjednocení dvou spočetných množin je spočetná množina.

10. a) Dokažte, že nekonečná podmnožina spočetné množiny je spočetná.
b) Uveďte příklad dvou množin, které mají různou mohutnost a přitom nejsou ani konečné, ani spočetné.

11. Dokažte, že množina $\mathbb{R}$ všech reálných čísel je nespočetná.

12. Určete mohutnost množiny $\mathbb{C}$ všech komplexních čísel.

13. Pro libovolné kardinální číslo $\aleph_\alpha$ platí $\aleph_\alpha \cdot \aleph_\alpha = \aleph_\alpha$. Z tohoto vztahu dokažte, že pro libovolná kardinální čísla $\aleph_\alpha, \aleph_\beta$ platí:
a) $\aleph_\alpha \cdot \aleph_\beta = \max\{\aleph_\alpha, \aleph_\beta\}$
b) $\aleph_\alpha + \aleph_\beta = \max\{\aleph_\alpha, \aleph_\beta\}$
c) $\aleph_\alpha^{\aleph_\beta} = 2^{\aleph_\beta}$

14. Dokažte
a) $|\mathbb{N} \times \mathbb{N}| = |N|$
b) $|\mathbb{R} \times \mathbb{R}| = |\mathbb{R}|$

15. Seřadte podle velikosti kardinální čísla (s vyznačením případných rovnoí):
$\aleph_0, 2 \cdot \aleph_0, \aleph_0 \cdot 2, \aleph_0^2, 2^{\aleph_0}, \aleph_0 \cdot \aleph_0$.

16. a) Udejte příklad nekonečných množin A, B, C takových, že $|A| < |B| < |C|$.
b) Udejte příklad množiny, která má právě spočetně mnoho podmnožin.

17. Vysvětlete, proč neexistuje největší kardinální číslo
Rozhodněte, zda existuje největší kardinální číslo $< \aleph_1$

18. Určete mohutnost množiny $\mathbb{N}^*$ všech konečných posloupností přirozených čísel. Výsledek zdůvodněte.

19. Určete mohutnost množiny $Rel(\mathbb{N})$ všech binárních relací na množině přirozených čísel. Výsledek zdůvodněte.

20. Seřadte následující množiny podle mohutností (s vyznačením případných rovností): množina $\mathbb{I}$ iracionálních čísel, množina $M(\mathbb{R})$ čtvercových reálných matic, množina $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ reálných funkcí, množina $\mathbb{R}[x]$ polynomů s reálnými koeficienty a množina $\mathbb{C}$ komplexních čísel.

21. Seřadte následující množiny podle mohutností (s vyznačením případných rovností): $\mathbb{Z}, \mathbb{R}^{\mathbb{R}}, \mathbb{Q}, P(\mathbb{R}), \emptyset, P(\mathbb{N}), \mathbb{I}$ ($\mathbb{I}$ označuje množinu všech iracionálních čísel):

22. a) Definujte mocninu $\aleph_\alpha^{\aleph_\beta}$ kardinálních čísel $\aleph_\alpha$ a $\aleph_\beta$.
b) Seřadte následující kardinální čísla podle velikosti: $\aleph_0, 2^{\aleph_0}, \aleph_0^{\aleph_0}$.

23. a) Definujte regulární kardinální číslo.
b) Dokažte, že $\aleph_{\alpha+1}$ je vždy regulární.

24. a) Definujte singulární kardinální číslo.
b) Udejte příklad singulárního kardinálního čísla.

25. a) Definujte mocninu $\aleph_\alpha^{\aleph_\beta}$ kardinálních čísel $\aleph_\alpha$ a $\aleph_\beta$.
b) Uspořádejte následující kardinální čísla podle velikosti: $\aleph_1, \aleph_0 \cdot \aleph_1, 2^{\aleph_1}, \aleph_0^{\aleph_1}$.

26. Reálné číslo se nazývá transcendentní, pokud není kořenem polynomu s celočíselnými koeficienty. Dokažte, že množina všech transcendentních reálných čísel je nespočetná.

27. Určete mohutnost množiny všech nekonečných řad
a) $\sum\limits_{i=0}^{\infty} a_i x^i$, $a_i \in \mathbb{R}$ pro $i = 0, 1, \ldots,$
b) $\sum\limits_{i=0}^{\infty} f_i x^i$, $f_i : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pro $i = 0, 1, \ldots.$

28. Udejte příklad množiny mohutnosti
a) $\aleph_0$,
b) $2^{\aleph_0}$,
c) $\aleph_1$.

29. Určete mohutnost množiny
a) všech konečných posloupností symbolů $\{a, b\}$,
b) všech spočetných posloupností symbolů $\{a, b\}$.

30. A) Definujte nedosažitelné kardinální číslo.
b) Je $\aleph_\omega$ nedosažitelné?

3. Dobře uspořádané množiny

1. Buď A dobře uspořádaná množina a $f : A \to A$ prosté izotonní zobrazení. Dokažte, že pro všechna $x \in A$ platí $x \leq f(x)$. (Návod: Uvažte podmnožinu $\{x \in A, f(x) < x\}$.)

2. a) Nalezněte tři navzájem neisomorfní spočetné dobře uspořádané množiny.
b) Udejte příklad nespočetné dobře uspořádané množiny.

3. a) Udejte příklad dobře uspořádané množiny A takové, že A^{op} je rovněž dobře uspořádaná.
b) Udejte příklad dobrého uspořádání na množině $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

4.a) Definujte vlastní začátek uspořádané množiny.

b) Ukažte, že libovolný vlastní začátek dobře uspořádané množiny A je tvaru $A(a) = \{x \in A \backslash x < a\}$ pro nějaké $a \in A$.

5. Dokažte, že dobře uspořádaná množina není isomorfní s žádným svým vlastním začátkem.

6. Definujte lexikografický součin $A \cdot B$ dobře uspořádaných množin A, B. Dokažte, že $A \cdot B$ je dobře uspořádaná množina.

7. a) Definujte, kdy se uspořádaná množina nazývá dobře uspořádaná.
b) Uveďte příklad uspořádané množiny, která není dobře uspořádaná.
c) Nalezněte všechna možná dobrá uspořádaní množiny $\{1, 2, 3\}$.

8. Definujte lexikografický součin $A \cdot B$ dobře uspořádaných množin A, B. Dokažte, že uspořádané množiny $A \cdot (B \cdot C)$ a $(A \cdot B) \cdot C$ jsou izomorfní.

9. Zformulujte a dokažte princip transfinitní indukce.

10. Nalezněte dobré uspořádání množiny
a) $\mathbb{Z}$ všech celých čísel
b) $\mathbb{Q}$ všech racionálních čísel
c) všech polynomů, jejichž koeficienty jsou nezáporná celá čísla.

11. Udejte příklad dobře uspořádané množiny A, izotonního zobrazení $f : A \to A$ a prvku $a \in A$ tak, že $f(a) < a$.

12. Buď A dobře uspořádaná množina. Dokažte, že existuje jediný isomorfismus $A \to A$.

13. (1) Definujte
a) uspořádanou množinu
b) lineárně uspořádanou množinu
c) dobře uspořádanou množinu
(2) Udejte příklad
(a) uspořádané množiny, která není lineárně uspořádaná
(b) lineárně uspořádané množiny, která není dobře uspořádaná
(c) konečné lineárně uspořádané množiny, která není dobře uspořádaná.

14. Rozhodněte, kolik existuje navzájem neizomorfních dobrých uspořádání množiny $\mathbb{N}$ přirozených čísel. Nalezněte tři z nich.

15. a) Definujte pojem dobře uspořádané množiny.
b) Rozhodněte, které z následujících množin (s uspořádáním $\leq$ podle velikosti) jsou dobře uspořádané: $\{-3, 0, 1, 3, 5\}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $[0, 1]$.

16. a) Definujte, kdy dobře uspořádané množiny A, B nazýváme izomorfní.
b) Nalezněte 2 navzájem neizomorfní konečné dobře uspořádané množiny.
c) Nalezněte 2 navzájem neizomorfní spočetné dobře uspořádané množiny.

17. Nalezněte nějaké dobré uspořádání množiny $M_2(\mathbb{Q})$ čtvercových matic nad $\mathbb{Q}$ stupně 2.

18. Rozhodněte, zda uspořádaná množina A je dobře uspořádaná. V kladném případě napište *ano*, v záporném uveďte neprázdnou podmnožinu $X \subseteq A$, která nemá nejmenší prvek:
a) $A = \mathbb{R}$,
b) $A = \mathbb{Z}$,
c) $A = P(\{0, 1\})$ (uspořádaná inkluzí).

19. Rozhodněte, zda pro libovolné dobře uspořádané množiny A, B, C platí distributivní zákon

$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C).$$

V kladném případě napište *ano* a uveďte důkaz, v záporném případě uveďte *ne* a udejte dobře uspořádané množiny A, B, C, pro které tvrzení neplatí.

20. Nalezněte 2 navzájem neizomorfní dobrá uspořádání množiny $\mathbb{N}$ přirozených čísel, která nemají největší prvek.

21. Dokažte, že libovolná podmnožina dobře uspořádané množiny je dobře uspořádaná.

22. Definujte
a) pojem izomorfismu dvou dobře uspořádaných množin,
b) pojem vlastního začátku dobře uspořádané množiny.
Udejte příklad dobře uspořádané množiny izomorfní se svým vlastním začátkem.

23. Rozhodněte, zda pro libovolné dobře uspořádané množiny A, B, C platí distributivní zákon

$$(B + C) \cdot A = (B \cdot A) + (C \cdot A).$$

V kladném případě napište *ano* a uveďte důkaz, v záporném případě uveďte *ne* a udejte dobře uspořádané množiny A, B, C, pro které tvrzení neplatí.

4. Ordinální čísla

1. a) Seřaďte následující ordinální čísla podle velikosti: $2\omega, \omega+1, \omega+\omega_1, \omega_1+\omega, 1+\omega, \omega+\omega, \omega+1+\omega$.
b) Rozhodněte, zda existuje největší spočetné ordinální číslo.
c) Nalezněte nejmenší ordinální číslo $> \omega^2+\omega+1$,
d) Nalezněte nejmenší nespočetné ordinální číslo.

2. a) Definujte součin $\alpha \cdot \beta$ ordinálních čísel α, β (s vysvětlením v definici použitých pojmů).
b) Charakterizujte ordinální čísla α taková, že $\alpha \cdot 2 = 2 \cdot \alpha$.

3. Ukažte, že množina spočetných ordinálních čísel je nekonečná.

4. Definujte
a) ordinální číslo,
b) uspořádání ordinálních čísel,
c) součet ordinálních čísel,
d) součin ordinálních čísel.

5. Nalezněte 3 navzájem neizomorfní dobrá uspořádání množiny $\mathbb{N}$ všech přirozených čísel, udejte jejich ordinální čísla a seřaďte je podle velikosti.

6. a) Definujte součet $\alpha+\beta$ a součin $\alpha \cdot \beta$ ordinálních čísel.
b) Nakreslete Hasseův diagram dobře uspořádaných množin, které mají ordinální čísla $\omega+1$ a $1+\omega$.
c) Dokažte, že platí $\omega+1 \neq 1+\omega$.

7. a) Nakreslete Hasseův diagram dobře uspořádaných množin, které mají ordinální čísla $2 \cdot \omega$ a $\omega \cdot 2$.
b) Dokažte, že platí $2 \cdot \omega \neq \omega \cdot 2$.
c) Ordinální čísla $\omega, \omega+1, 1+\omega, 2\cdot\omega, \omega\cdot 2$ seřaďte podle velikosti.

8. a) Nakreslete Hasseův diagram dobře uspořádané množiny, která má ordinální číslo $\omega \cdot \omega$.
b) Definujte mocninu α^β ordinálních čísel.

9. Nalezněte (v dobře uspořádané třídě ordinálních čísel):
a) třetí nejmenší nekonečné ordinální číslo
b) nějaké ordinální číslo α s vlastností $\omega^2 < \alpha < \omega^3$
c) největší spočetné ordinální číslo
d) ω-té nespočetné ordinální číslo

10. Určete ordinální čísla

$$1^\omega, 2^\omega, \ldots, n^\omega, \ldots, \omega^\omega$$

(kde n je přirozené číslo). Rozhodněte, která z těchto ordinálních čísel jsou spočetná a která jsou nespočetná.

11. Seřaďte podle velikosti ordinální čísla $\omega, 2 \cdot \omega, \omega \cdot 2, \omega^2, 2^\omega, \omega \cdot \omega$

12. a) Definujte mocninu α^β ordinálních čísel α a β.
 b) Určete ordinální čísla 1^ω a 2^ω
 c) Rozhodněte, zda $\omega^\omega = \omega$. Své rozhodnutí zdůvodněte.

13. a) Definujte ordinální číslo ω_1.
 b) Rozhodněte, zda $\omega_1 \leq \omega^\omega$. Své rozhodnutí zdůvodněte.

14. a) Definujte součet ordinálních čísel $\alpha + \beta$.
b) Rozhodněte, zda $\omega + \omega = \omega$. Své rozhodnutí zdůvodněte.
c) Rozhodněte, zda $\omega + \omega^2 = \omega^2$. Své rozhodnutí zdůvodněte.

15. Následující ordinální čísla seřaďte podle velikosti (a vyznačte případné rovnosti):

$$10, 10^\omega, \omega^{10}, \omega + \omega, \omega^\omega, \omega_1, 10 + \omega.$$

16. Následující ordinální čísla seřaďte podle velikosti (a vyznačte případné rovnosti):

$$\omega + 1 + \omega, \omega \cdot (\omega + 1), (1 + \omega) \cdot \omega, (1 + \omega) \cdot (\omega + 1), \omega + 1 + \omega^2 + \omega.$$

17. Nalezněte nejmenší ordinální číslo α takové, že ordinální mocnina α^ω je
 a) konečné ordinální číslo,
 b) spočetné ordinální číslo,
 c) nespočetné ordinální číslo.

18. Vyjádřete ω_1 v Cantorově normálním tvaru (t.j.,

$$\omega_1 = \omega^{\gamma_0} \cdot m_0 + \omega^{\gamma_1} \cdot m_1 + \cdots + \omega^{\gamma_k} \cdot m_k,$$

kde $k, m_0, m_1, \ldots, m_k$ jsou nenulová přirozená čísla a $\gamma_0 > \gamma_1 > \cdots > \gamma_k$ ordinální čísla.

19. a) Definujte mocninu α^β ordinálních čísel α a β.
 b) Spočtěte ordinální číslo ω_1^ω.

20. a) Nalezněte ordinální čísla $\delta \leq \omega$ a $\rho < 3$ taková, že $\omega = 3 \cdot \delta + \rho$.
 b) Nalezněte ordinální čísla $\delta \leq \omega_1$ a $\rho < \omega$ taková, že $\omega_1 = \omega \cdot \delta + \rho$.

21. Rozhodněte, zda
(a) $\omega^\omega = \omega$,
(b) $\omega^{(\omega^\omega)} = \omega^\omega$,
(c) existuje nejmenší ordinální číslo α takové, že $\omega^\alpha = \alpha$,
(d) v kladném případě v (c) rozhodněte, zda toto číslo je spočetné.

22. Rozhodněte, zda pro ordinální čísla α, β platí

$$\alpha^\omega = \beta^\omega \Rightarrow \alpha = \beta.$$

Své rozhodnutí zdůvodněte.

23. Nalezněte ω-té nespočetné ordinální číslo.

24. Dokažte, že $\omega^{\omega_1} = \omega_1$.

25. Ordinální číslo $\overline{A}$ se nazývá nespočetné, pokud $|A| > \aleph_0$.
a) Rozhodněte, zda existuje infimum množiny všech nespočetných ordinálních čísel. V kladném případě jej nalezněte, v záporném případě tvrzení dokažte.
b) Rozhodněte, zda existuje supremum množiny všech nespočetných ordinálních čísel. V kladném případě jej nalezněte v záporném případě tvrzení dokažte.

26. Nalezněte
(a) třetí nejmenší nekonečné ordinální číslo,
(b) nějaké limitní ordinální číslo α s vlastností $\omega^2 < \alpha < \omega^3$,
(c) ω-té nespočetné ordinální číslo.

27. a) Definujte mocninu α^β ordinálních čísel α a β.
b) Určete ordinální číslo 2^{ω_1}. Využijte přitom vztahu: $1 < \alpha, \beta < \gamma \Rightarrow \alpha^\beta < \alpha^\gamma$.

28. Rozhodněte, zda pro ordinální čísla α, β, γ platí tvrzení

$$\alpha < \beta \Rightarrow \alpha^\gamma < \beta^\gamma.$$

Tvrzení buď dokažte nebo vyvraťte protipříkladem.

29. Cantorův normální tvar ordinálního čísla α je

$$\alpha = \omega^{\gamma_0} \cdot m_0 + \omega^{\gamma_1} \cdot m_1 + \cdots + \omega^{\gamma_k} \cdot m_k,$$

kde $k, m_0, m_1, \ldots, m_k$ jsou nenulová přirozená čísla a $\gamma_0 > \gamma_1 > \cdots > \gamma_k$ ordinální čísla.
Vyjádřete v tomto tvaru $\omega_2 + \omega_1 + \omega + 1$.

30. Buďte $\alpha < \beta$ a γ ordinální čísla. Rozhodněte, zda platí (tvrzení buď dokažte nebo udejte protipříklad):
a) $\gamma + \alpha < \gamma + \beta$,
b) $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$.

31. Cantorův normální tvar ordinálního čísla α je

$$\alpha = \omega^{\gamma_0} \cdot m_0 + \omega^{\gamma_1} \cdot m_1 + \cdots + \omega^{\gamma_k} \cdot m_k,$$

kde $k, m_0, m_1, \ldots, m_k$ jsou nenulová přirozená čísla a $\gamma_0 > \gamma_1 > \cdots > \gamma_k$ ordinální čísla.
Vyjádřete v tomto tvaru $\omega_\omega + \omega_1 + \omega + 1$.

32. Definujte ordinální číslo v axiomatické teorii množin.

5. Axiom výběru

1. Zformulujte
a) axiom výběru,
b) princip dobrého uspořádání,
c) princip maximality.

2. Zformulujte axiom výběru a princip dobrého uspořádání. Dokažte, že princip dobrého uspořádání implikuje axiom výběru.

3. Dokažte, že z principu dobrého uspořádání vyplývá, že uspořádání kardinálních čísel je lineární.

4. Dokažte, že z linearity uspořádání kardinálních čísel vyplývá princip dobrého uspořádání.

5. Dokažte, že princip maximality implikuje princip dobrého uspořádání.

6. Dokažte, že za axiomu výběru má každý vektorový prostor bazi (t.j. lineárně nezávislou množinu generátorů).

6. Axiom regularity

1. a) Určete W_3.
b) Nalezněte nejmenší α s vlastností $\omega \in W_\alpha$.
c) Nalezněte jednoprvkovou množinu, která nepatří do W_ω.

2. a) Udejte příklad množiny patřící do W_5 ale ne do W_4.
b) Nalezněte nejmenší α s vlastností $\omega_1 \in W_\alpha$.

c) Nalezněte jednoprvkovou množinu, která nepatří do W_{ω_1}.

3. a) Udejte příklad množiny patřící do W_ω ale ne do W_n pro žádné $n \in \omega$.
b) Nalezněte nejmenší α s vlastností $\mathcal{P}(\mathbb{N}) \in W_\alpha$.
c) Nalezněte konečnou množinu, která nepatří do W_ω.

6. Zformulujte axiom regularity (pomocí predikátové logiky).

7. Definujte řád množiny x. Určete řád ordinálního čísla ω^ω.

8. Pro jaké ordinální číslo α je W_α model ZFC?

9. Pro jaké ordinální číslo α je W_α model ZFC bez schématu axiomů nahrazení?

10. Dokažte, že $x \subseteq W$ implikuje $x \in W$.

11. Dokažte, že pokud $x \in y$, pak řád x je menší než řád y.

7. Permutační model

1. Definujte symetrickou množinu.

2. Definujte dědičně symetrickou množinu.

3. Kdy je podmnožina $x \subseteq A$ množiny atomů symetrická?

4. Je množina $\mathcal{P}(A)$ podmnožin množiny atomů dědičně symetrická?

5. Popište permutační model teorie množin s atomy.

8. Teorie množin v algebře a analýze

1. Definujte následující pojmy: strom, hladina, výška stromu, větev, kofinální větev.

2. Zformulujte a dokažte Königovu větu.

3. Definujte slabě kompaktní kardinální číslo.

4. Definujte náledující pojmy: filtr, vlastní filtr, hlavní filtr, ultrafiltr.

5. Udejte příklad vlastního filtru na $\mathbb{N}$, který není hlavní.

6. Udejte příklad ultrafiltru na $\mathbb{N}$.

7. Ukažte, že filtr $\mathcal{F}$ na M takový, že pro libovolnou $A \subseteq M$ platí buď $A \in \mathcal{F}$ nebo $M \setminus A \in \mathcal{F}$ je ultrafiltr.

8. Dokažte, že pro libovolný vlastní filtr $\mathcal{F}$ na množině M existuje ultrafiltr $\mathcal{U}$ na M takový, že $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{U}$.

9. Definujte dvouhodnotovou míru na množině M.

10. Dokažte, že pro libovolnou dvouhodnotovou míru μ na množině M je

$$\{A \subseteq M |\, \mu(A) = 1\}$$

ultrafiltr.

11. Definujte spočetně aditivní dvouhodnotovou míru na množině M.

12, a) Definujte spočetně úplný filtr na množině M.
b) Udejte příklad spočetně úplného filtru na množině $\mathbb{R}$.

13. Definujte měřitelné kardinální číslo.

14. Definujte silně kompaktní kardinální číslo.