4. Lineární rovnice a nerovnice, jejich soustavy

Teoretická část

- Vysvětlete pojmy: rovnice, kořen rovnice, definiční obor rovnice, obor řešení rovnice, nerovnice, kořen nerovnice, definiční obor nerovnice, obor řešení nerovnice.
- Ekvivalentní a důsledkové (implikační) úpravy při řešení rovnic.
- Ekvivalentní úpravy při řešení nerovnic.
- Řešení různých typů lineárních rovnic (jednoduché lineární rovnice, lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli zlomku) a lineárních nerovnic.
- Řešení soustavy dvou rovnic o dvou neznámých početně různými metodami (dosazovací, sčítací, porovnávací, substituční) a graficky.
- Řešení soustavy n rovnic o n neznámých (užití matic při řešení, Gaussova eliminační metoda).
- Grafické řešení soustavy nerovnic o dvou neznámých a zápis množiny kořenů.
- Užití rovnic a nerovnic při řešení slovních úloh.

Praktická část

Základní poznatky:

1) Kde je chyba v důkazu, že 1 = 2?
$x^2 - x^2 = x^2 - x^2$
$x \cdot (x-x) = (x + x) \cdot (x - x) \quad /: (x - x)$
$x = 2x \quad / :x$
<u>1 = 2</u> !!!

2) Řešte v Z, určete obor řešení rovnice a definiční obor rovnice:

$$\frac{2(x-2)}{x-5} - \frac{6}{x-5} = 1$$ [∅, Z, R – {5}]

3) Řešte v R: a) $\frac{3x-5}{4+6x} = \frac{1}{2}$ b) $\frac{6x-9}{2x-3} = \frac{3x}{x}$ [∅, R – {0; $\frac{3}{2}$ }]

Typové příklady standardní náročnosti:

4) Řešte v R, určete obor řešení rovnice a definiční obor rovnice:

a) $$\frac{3(x+1)}{2} - \left(\frac{x+1}{4} + 1\right) = \frac{5x+1}{7} - \left(\frac{3x-1}{2} - 3\right)$$ $\left[\frac{5}{3}, R, R\right]$

b) $$\frac{11+3x}{x+3} - \frac{5x}{x-4} + \frac{x}{x^2 - x - 12} + 2 = 0$$ $\left[-4, R, R - \{-3; 4\}\right]$

5) Řešte soustavu nerovnic: a) v R b) v Z c) v N

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x-4}{3} \geq 2x - 1$$

$$2x - \frac{x-5}{3} > x - 3$$ $[a) K = (-7, 1\rangle,\ b) K = \{\ -6, -5, \ldots, 0, 1\ \}, c) K = \{1\}]$

6) Řešte v R^2 graficky a výsledek zapište jako množinu kořenů:

a) $x + y - 1 = 0$
$\underline{-x + y - 1 = 0}$ [K = {[0; 1] }]

b) $x + y - 1 > 0$
$\underline{-x + y - 1 = 0}$ [K = {[x, x+1] ϵ R x R; x ϵ (0,∞) }]

c) $x + y - 1 > 0$
$\underline{-x + y - 1 \leq 0}$ [K = {[x, y] ϵ R x R; x ϵ (0,∞) Λ y ϵ (1-x, 1+x⟩ }]

7) Řešte v R^3: a)
$2x - 6z = -20$
$-5x + 6y = -7$
$\underline{2y - 5z = 8}$

b)
$x + 2y + 3z = 4$
$2x + 3y + 4z = 5$
$\underline{3x + 4y + 5z = 6}$

[a) ∅, b) {[z – 2, 3 – 2z, z], z ϵ R}]

8)

8) Řešte v R^2:

$$\frac{10}{x+5} + \frac{1}{y+2} = 1$$
$$\frac{25}{x+5} - \frac{2}{y+2} = 1$$

[K = {[10; 1]}]

9) Řešte v R^4:

$x + 2y - z = 9$
$y + 2z + u = -3$
$3x - z + 2u = 1$
$\underline{x - y - u = 0}$

[K = {[1;3; -2;-2]}]

10) Smísí-li se 5 kg kávy dražší a 10 kg lacinější, stojí 1 kg směsi 220 Kč. Kolik stojí 1 kg dražší kávy a 1 kg lacinější kávy, jestliže se jejich ceny liší od 30 Kč? [240,210]

11) Sud s vodou měl hmotnost 64 kg. Když se z něho 1. den spotřebovalo 28 % vody a 2. den třetina zbytku, vážil pouze 38 kg. Kolik kg váží prázdný sud a kolik kg vody v něm bylo původně? [14,50]

Rozšiřující cvičení

12) Města K, L, M leží za sebou na téže silnici. |KL| = 14 km. V 13.00 vyjel z L směrem k M cyklista rychlostí 12 km/h, v 14.10 z K směrem k M osobní auto rychlostí 68 km/h., v 14.20 z M směrem k L nákladní auto rychlostí 45 km/h. Všichni se setkali ve stejném okamžiku na silnici.
a) V kolik hodin? b) Jak daleko od L to bylo? c) |LM|=?
[14.40, 20 km, 35 km]