10. Rovnice s parametrem

Teoretická část

- Co je rovnice s parametrem a co znamená řešit ji
- Lineární rovnice s parametrem
- Kvadratické rovnice s parametrem
- Rovnice po úpravě vedoucí k řešení lineární či kvadratické rovnice s parametrem
- Soustavy rovnic s parametrem

Praktická část

Základní poznatky

Řešte v R rce s parametrem $a \in R$:

1) $a^2x+1=a^2+ax$

$a=0$	$K=\emptyset$
$a=1$	$K=R$
$a\in R-\{0;1\}$	$K=\left\{\frac{a+1}{a}\right\}$

2) $\frac{a+x}{3}=\frac{x-3}{a}+2$

$a=0$	rce nemá smysl
$a=3$	$K=R$
$a\in R-\{0;3\}$	$K=\{3-a\}$

3) $a^2x^2+ax-1=0$

$a=0$	$K=\emptyset$
$a\in R-\{0\}$	$K=\left\{\frac{1}{2a}\left(-1\pm\sqrt{5}\right)\right\}$

Typové příklady standardní náročnosti

4) $ax-\frac{2}{a^2}=\frac{1}{a}(4x+1)$

$a=0$	rce nemá smysl
$a=-2$	$K=R$
$a=2$	$K=\emptyset$
$a\in R-\{0;2;-2\}$	$K=\left\{\frac{1}{a(a-2)}\right\}$

5) $\frac{x+a}{2}-\frac{2}{x+a}=\frac{x-a}{2}$

$a=0$	$K=\emptyset$
$a\in R-\{0\}$	$K=\left\{\frac{2-a^2}{a}\right\}$

6) $\frac{a^2(x-1)}{ax-2}=2$

$a=0$	$K=\emptyset$
$a=2$	$K=R-\{1\}$
$a\in R-\{0;2\}$	$K=\left\{\frac{a+2}{a}\right\}$

7) $ax^2+4x-a-5=0$

$a=0$	$K=\left\{\frac{5}{4}\right\}$
$a\in(-4;-1)$	$K=\emptyset$
$a=-4$	$K=\left\{\frac{1}{2}\right\}$
$a=-1$	$K=\{2\}$
$a\in(-\infty;-4)\cup(-1;\infty)-\{0\}$	$K=\left\{\frac{-2\pm\sqrt{(a+1)(a+4)}}{a}\right\}$

8) $(x+a)^2+1=2a(x+a)$

$a\in(-1;1)$	$K=\emptyset$
$a\in\{-1;1\}$	$K=\{0\}$
$a\in(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$	$K=\left\{\pm\sqrt{a^2-1}\right\}$

Rozšiřující cvičení

9) $\frac{x^2+1}{a^2x-2a}-\frac{1}{2-ax}=\frac{x}{a}$

$a=0$	rce nemá smysl
$a=1$	$K=\{-1\}$
$a=-2$	$K=\left\{\frac{1}{3}\right\}$
$a\in R-\{0;1;-2\}$	$K=\left\{-1;\frac{a+1}{a-1}\right\}$

10) $\begin{aligned} x-y&=1\\ 3x+ay&=a \end{aligned}$

$a=-3$	$K=\emptyset$
$a\in R-\{-3\}$	$K=\left\{\left[\frac{2a}{a+3};\frac{a-3}{a+3}\right]\right\}$

11) $\begin{aligned} x+(a-1)y&=1\\ (a+1)x+3y&=-1 \end{aligned}$

$a=-2$	$K=\{[1+3t;t], t\in R\}$
$a=2$	$K=\emptyset$
$a\in R-\{-2;2\}$	$K=\left\{\left[\frac{1}{2-a};\frac{1}{a-2}\right]\right\}$