

31. Matematická indukce a další typy důkazů

Teoretická část

- Definice, axiomy, věty a jejich důkazy.
- Důkaz elementárního výroku – přímý, sporem
- Důkazy vět typu implikace (přímý, nepřímý, sporem)
- Důkaz matematickou indukcí

Praktická část

Základní poznatky

1. Dokažte, že součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je 180° . [Realisticky.cz – 010411 – př. 1]
2. Je dána kružnice k s průměrem AB . Dokažte větu: Je-li X libovolný bod kružnice k různý od bodů A, B , pak úhel AXB je pravý. [Realisticky.cz – 010411 – př. 3]

Typové příklady standardní náročnosti

3. Dokažte: $\forall n \in \mathbb{N}: 6 \mid (n^3 + 5n)$
 - a) přímým důkazem (užitím vytknutí dělitele)
 - b) matematickou indukcí
4. Dokažte: $\forall n \in \mathbb{N}: 4 \mid n^2 \Rightarrow 2 \mid n$
 - a) nepřímým důkazem
 - b) sporem
5. Dokažte matematickou indukcí:
 - a) $\forall n \in \mathbb{N}: 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$
 - b) $\forall n \in \mathbb{N}: \sum_{i=1}^n \frac{i-2}{3} = \frac{n}{6}(n-3)$
6. Dokažte platnosti vzorce
 - a) Pro výpočet n -tého členu aritmetické posloupnosti pomocí prvního
 - b) Pro výpočet součtu prvních n členů aritmetické posloupnosti

Rozšiřující cvičení

7. Dokažte, že prvočísel je nekonečně mnoho. [Sporem]