

40. Polohové vlastnosti přímek a rovin

Teoretická část

- Vzájemná poloha - přímek v rovině, přímek v prostoru, dvou rovin (určení průsečnice), přímky a roviny

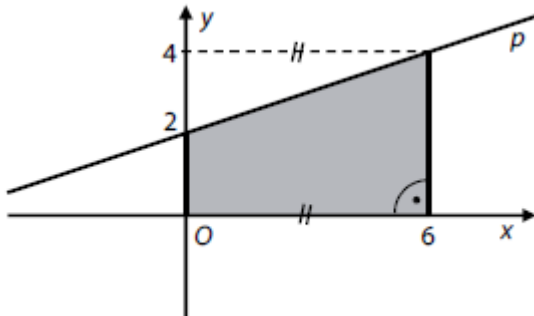
Praktická část

Základní poznatky:

- Zjistěte, zda bod A leží v rovině nebo na přímce:
 - $A [-2, -1]$, $p: x - y + 1 = 0$;
 - $A [-2, 2, 3]$, $\rho: x = 1 - t + 2s$, $y = 1 - s$, $z = 1 - t + s$, kde $t, s \in \mathbb{R}$.
[a) $A \in p$, b) $A \notin p$]
- Jsou dány body A [1,4], B [0,1], C [3,2].
 - Napište obecnou rovnici přímky, na které leží těžnice t_b .
 - Napište parametrické vyjádření přímky p, která prochází bodem A a je kolmá k přímce \overrightarrow{BC} .
 - Napište směrnicové vyjádření přímky p, která svírá s osou x úhel 30° a prochází bodem A.

$$\left[a) x - y + 1 = 0, b) p: x = 1 - t, y = 4 + 3t, t \in \mathbb{R}, c) y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 4 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right]$$

- Napište rovnici přímky, která prochází bodem A[4,2] a je
 - rovnoběžná s osou y [x-4=0]
 - kolmá na přímku $p: x - 6y - 3 = 0$ [6x+y-26=0]
- Zapište obecnou rovnici přímky p z obrázku.



[x-3y+6=0, Státní maturita 2017]

Typové příklady standardní náročnosti:

- Úsečka má krajní body A[0,4], B[5,0]. Napište rovnici přímky, která prochází průsečíkem přímek $p: 2x-3y+1=0$ a $q: 3x-2y-1=0$ a středem úsečky AB. [2x-3y+1=0]
- Určete vzájemnou polohu přímek p (P, \vec{u}), q (Q, \vec{v}), kde $P [1,1,3]$, $\vec{u} (2,3,-1)$, $Q [2,1,-2]$ a
 - $\vec{v} (1,1,-2)$
 - $\vec{v} (-2/3,-1,1/3)$
 - $\vec{v} (2,1,0)$
 [různoběžné P [-1,-2,4], rovnoběžné různé, mimoběžné]
- Určete vzájemnou polohu rovin $\rho: 2x - y + 3z + 2 = 0$ a δ , u různoběžných rovin nalezněte i průsečnici:
 - $\delta: 4x - 2y + 6z - 1 = 0$
 - $\delta: 2x - y + z - 1 = 0$
 - $\delta: -x + \frac{1}{2}y - \frac{3}{2}z - 1 = 0$

[rovnoběžné různé, různoběžné s průsečnicí $p: x = t, y = 2t - \frac{5}{2}, z = -\frac{3}{2}, t \in \mathbb{R}$, totožné]

8. Určete vzájemnou polohu rovin, případně průsečnici, $t, p, r, s \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \delta: x &= 3+4t+p \\ y &= -6t \\ z &= -2+2t-p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho: x &= 3+2r-3s \\ y &= -3r+s \\ z &= -2+r+s \end{aligned}$$

$$[p \cap \delta = a; a: x=3+4u; y=-6u; z=-2+2u, \text{ kde } u \in \mathbb{R}]$$

9. Určete vzájemnou polohu přímky $p (P, \vec{u})$, $P[1,2,3]$, $\vec{u} (1,-2,4)$ a roviny ρ , kde:

$$\text{a) } \rho: 2x+3y+z-3 = 0,$$

$$\text{b) } \rho: x+3z+2 = 0$$

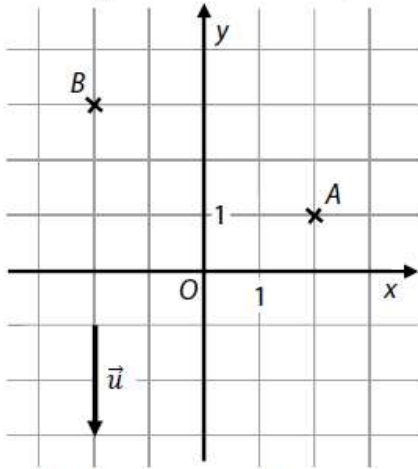
$$\text{c) } \rho: 2y+z-7 = 0$$

$$[p \parallel \rho \wedge p \notin \rho; p \text{ je různoběžná s } \rho; p \parallel \rho \wedge p \in \rho]$$

10. Státní maturita 2016:

Přímka p je určena bodem A a směrovým vektorem \vec{u} .

Přímka q prochází bodem B a je kolmá k přímce p .



(Body A, B i počáteční a koncový bod orientované úsečky, která je umístěním vektoru \vec{u} , jsou mřížové body.)

a) Sestrojte přímky p, q .

b) Zapište obecnou rovnici přímky q .

$$[q: y-3=0]$$

Rozšiřující cvičení:

11. Státní maturita 2017 Matematika+

[E]

Tři přímky p, q a r jsou vzájemně rovnoběžné.

Přímka p prochází body $A[3; -1]$ a $B[4; 1]$,

$$q: ax - 2y + 3 = 0; a \in \mathbf{R},$$

$$r: y = bx - 1; b \in \mathbf{R}.$$

Jaký je součet $a + b$?

A) -2

B) 0

C) 3,5

D) 5,5

E) 6

12. Určete vzájemnou polohu tří rovin daných rovnicemi:

a) $x+2y+3z-10=0$	b) $2x+y-z-2=0$	c) $x+y+z-6=0$	d) $2x+2y-3z-9=0$	e) $3x+y+z-12=0$
$2x-y-z+5=0$	$x-2y-z+1=0$	$2x+y+3z-18=0$	$6x+6y-9z-9=0$	$2x+3y+z-11=0$
$x+7y+10z-35=0$	$x+y+z-7=0$	$3x+2y+4z-12=0$	$-4x-4y+6z+9=0$	$6y+2x+2z-10=0$

[a) mají společnou jednu přímku, b) mají společný jeden bod, c) každé dvě roviny jsou různoběžné a všechny 3 průsečnice jsou různé rovnoběžné přímky, d) každé dvě jsou rovnoběžné, e) dvě roviny jsou rovnoběžné a třetí je s nimi různoběžná]