El. mag 1

poznámky k přednášce

Osnova

1. Elektrický náboj: zákon zachování el. náboje, kvantování el. náboje. Coulombův zákon. Princip superpozice. Síla působící na náboj uvnitř rovnoměrně nabité kulové sféry.
2. Intenzita elektrického pole. Intenzita elektrického pole bodového náboje. Intenzita elektrického pole soustavy nábojů. Tok vektoru elektrického pole plochou. Gaussův zákon. Elektrické pole kulově symetrického náboje, lineárního náboje, plošného náboje. Tlak v rovnoměrně nabité kulové bublině. Síla působící na nabitou vrstvu. Práce síly elektrického pole. Energie soustavy nábojů. Energie spojená s elektrickým polem

Elektrický náboj:

- Skalární veličina

$$Q_{celk.} = \sum_i q_i$$

- Náboj může být kladný, nebo záporný.

- Tělesa nesoucí kladný elektrický náboj označujeme jako kladně nabitá
- Tělesa nesoucí záporný elektrický náboj označujeme jako záporně nabitá
- Tělesa nesoucí stejné množství kladného jako záporného náboje jsou elektricky neutrální

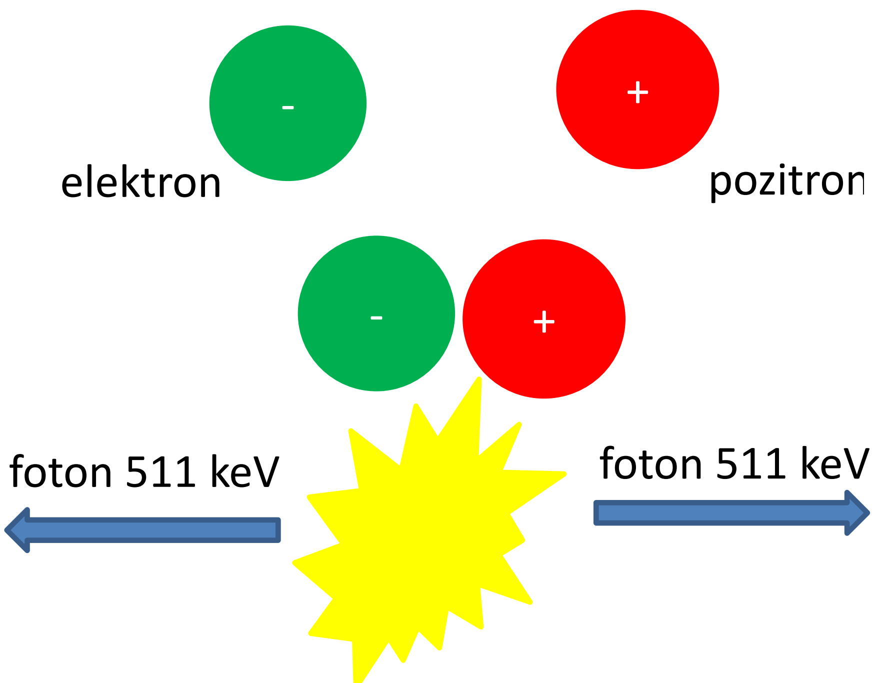
Elektrický náboj:

- Některé elementární částice jsou elektricky nabité např:
- elektron –e
- proton +e
- pozitron +e
- kde e je elemenární náboj

zákon zachování el. náboje

$$\sum_i q_i = konst$$

příklad 1:



$$\sum_i q_i = q_{pozitron} + q_{elektron} = e - e = 0$$

$$\sum_i q_i = q_{foton} + q_{foton} = 0 + 0 = 0$$

pozn: energie fotonů plyne ze ZZE,
pro splnění ZZH musí být fotony dva s
opačně orientovanou hybností.

$$2m_{el}c^2 = 2 * 9.109\,10^{-31} * (2.998\,10^8)^2 \cong$$
$$\cong 0.164\,10^{-12} J = 1.022 MeV$$

příklad 2:

Dvě desky z materiálu z různých pozic triboelektrické řady,
např. teflon a polypropylén, jsou uvedeny do kontaktu a pak oddáleny.

náboj desek před kontaktem $q_{teflon} = 0, q_{polypropylén} = 0$

náboj desek po kontaktu $q_{teflon,2} < 0, q_{polypropylén,2} > 0$

ze zákona zachování elektrického náboje plyne

$$q_{teflon} + q_{polypropylén} = 0 + 0 = q_{teflon,2} + q_{polypropylén,2} = 0$$

pozn. I: výsledek je očekávatelný, protože při kontaktu dvou materiálů došlo pouze k přeskupení (velmi malé) části elektronů z povrchových vrstev polypropylénu na teflon. Celkový počet kladných protonů a záporných elektronů se nezměnil.

pozn.II. Povrchový náboj se za normálních okolností postupně neutralizuje vzdušnými ionty a je odváděn v důsledku nenulové povrchové vodivosti.

příklad 3. beta rozpad :

$$ {}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + e^{-} + \nu_e $$

Uhlík ${}^{14}_{6}C$ se beta rozpadem mění na dusík ${}^{14}_{7}N$,
atomové číslo vzroste o 1, tj. neutron v jádru se rozpadne na proton,
vyzáří se elektron a (elektricky neutrální) antineutrino.

elementární náboj

$$|q_{elementární\ +}| = |q_{elementární\ -}|$$

- Robert A. Millikan, Harvey Fletcher v roce 1909 q=1.5924(17)×10^{-19} C
- současná hodnota

e= 1.6021766208(98)×10^{-19} C.

Od 20.5. 2019

e= 1.602176634×10^{-19}

- kvantování el. náboje $Q = n * q_{elementární}$

Coulombův zákon

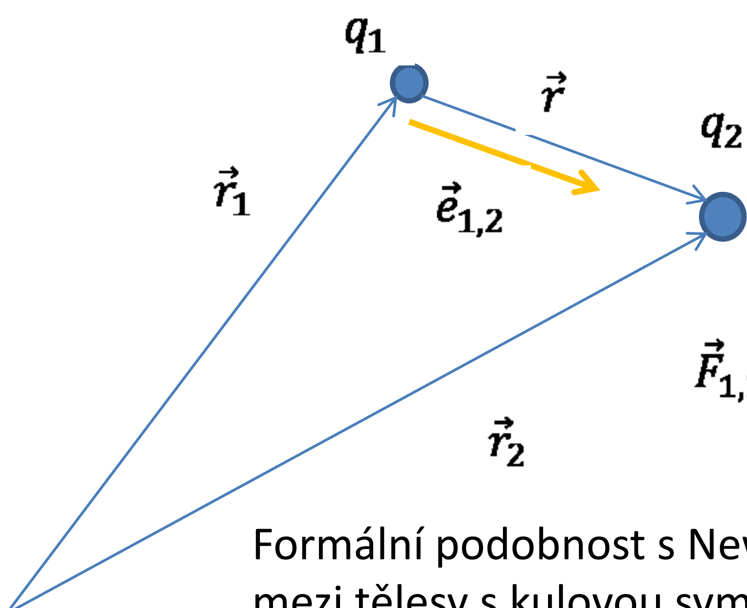
$$\vec{F}_{1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2\, q_1}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|^2}\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cong 0.9 * 10^{10}$$

Charles Augustin de Coulomb
Coulombův zákon r 1785

ε_0 = 8.8541.. × 10^{-12} F/m

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



$$\vec{e}_{1,2} = \frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{|\vec{r}_2-\vec{r}_1|}$$

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2\, q_1}{|\vec{r}|^2}\vec{e}_{1,2}$$

Formální podobnost s Newtonovým gravitačním zákonem silového působení mezi tělesy s kulovou symetrií hustoty

$$\vec{F}_{1,2} = \kappa\frac{m_2\, m_1}{|\vec{r}|^2}\vec{e}_{1,2} \qquad \kappa = (6{,}67384 \pm 0{,}00080) \times 10^{-11} N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$$

Permitivita vakua je v současné definici jednotek SI

$$\varepsilon_0 = 8.8541878128(13)\times 10^{-12}$$

Je definována vztahem:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8.854..\times 10^{-12}\, F/m$$

kde rychlost světla c je stanovena na 299792458 ms^{-1}přesně.

Permeabilita vakua je podle současné definici přibližně

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\frac{H}{m}$, (podle SI před rokem 2019 přesně).

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{e^2}{2\alpha hc}$$

$\alpha = 0.0072973525693(11)$ je konstanta jemné struktury

Oblast platnosti Coulombova zákona

Je limitována velikost nábojů $q_2\ q_1$?

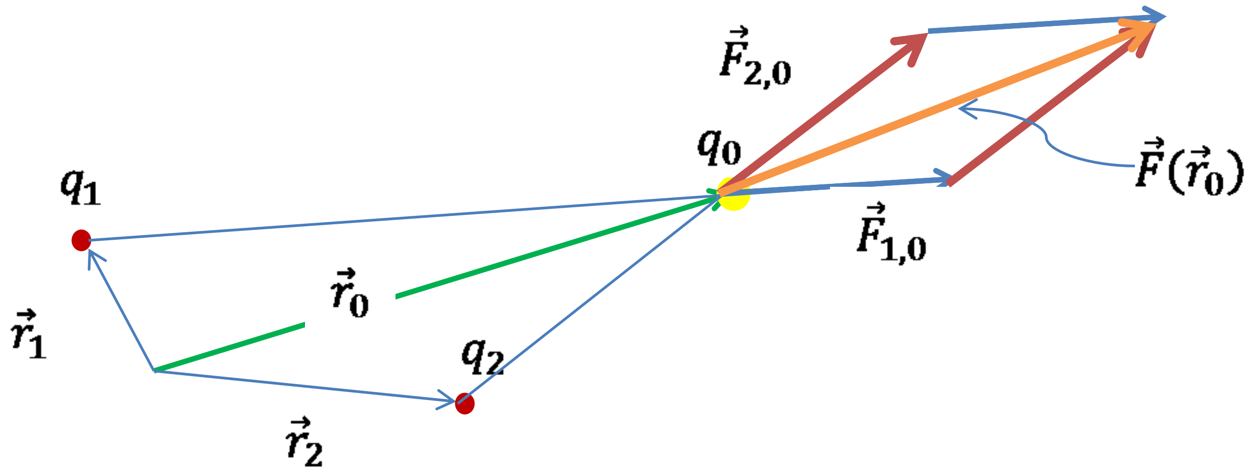
Tak velké množství náboje, aby hustota energie elektrického pole způsobila měřitelné relativistické efekty, nelze udržet pohromadě.
Pro elementární náboj C. zákon platí, menší hodnoty náboje neexistují.

Je limitován obor vzdáleností $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$?
Coulombův zákon platí i v nerelativistické kvantové mechanice.
Experimentálně byla ověřena použitelnost C. zákona v rozmezí vzdáleností $10^{-14} - 10^{10}\ cm$. (Purcell, Electricity and Magnetism, Second Edition p.11)

Jaká je neurčitost v mocnině 2? $\left|\vec{F}_{1,2}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2\,q_1}{|\vec{r}|^{(2+\delta)}}$
Tato otázka má fundamentální podstatu.
Souvisí s tím, jestli foton má, nebo nemá nulovou klidovou hmotnost.
Podle měření, Crandal et all, 1983, je $\delta < 6\ 10^{-17}$,
tomu by odpovídala nenulová hmotnost fotonu $8\ 10^{-48} g$.

Princip superpozice

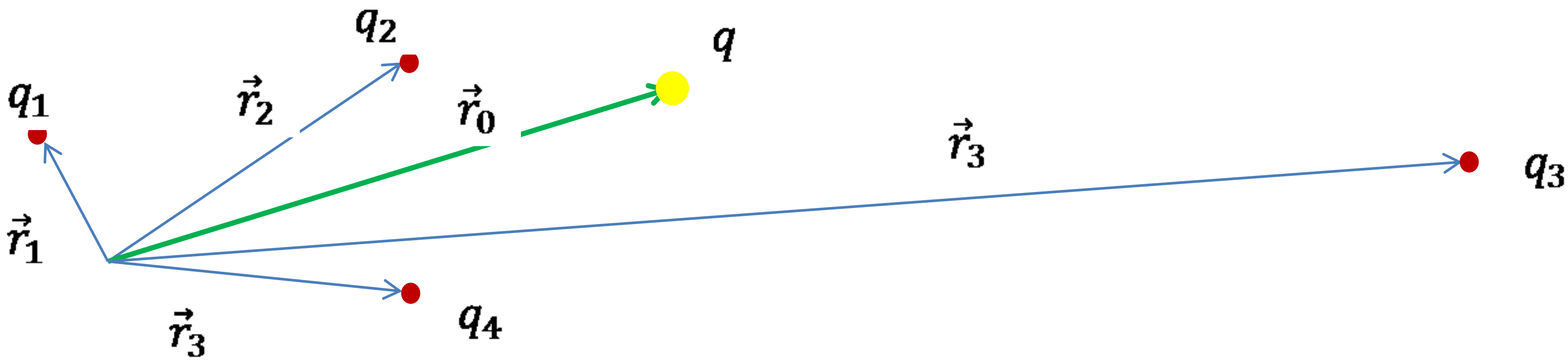
Náboje q_0 q_1 v polohách určených vektory $\vec{r}_0$ a $\vec{r}_1$



$$\vec{F}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\ q_1}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_1) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\ q_2}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_2|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_2)$$

Princip superpozice

Náboje q_1 až q_N v polohách určených vektory $\vec{r}_1$ až $\vec{r}_N$



$$\vec{F}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q_1}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_1) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q_2}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_2|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_2) + \cdots. =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q\,q_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_i)$$

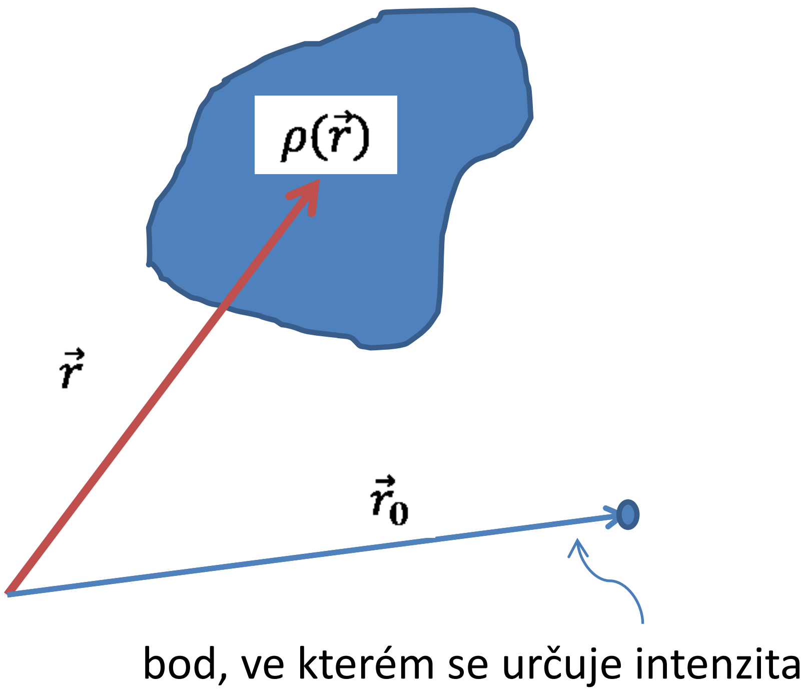
Princip superpozice.

Pro spojitě rozložené náboje

$$\vec{F}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint \frac{q * \rho(\vec{r})}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} (\vec{r}_0 - \vec{r}) dV$$

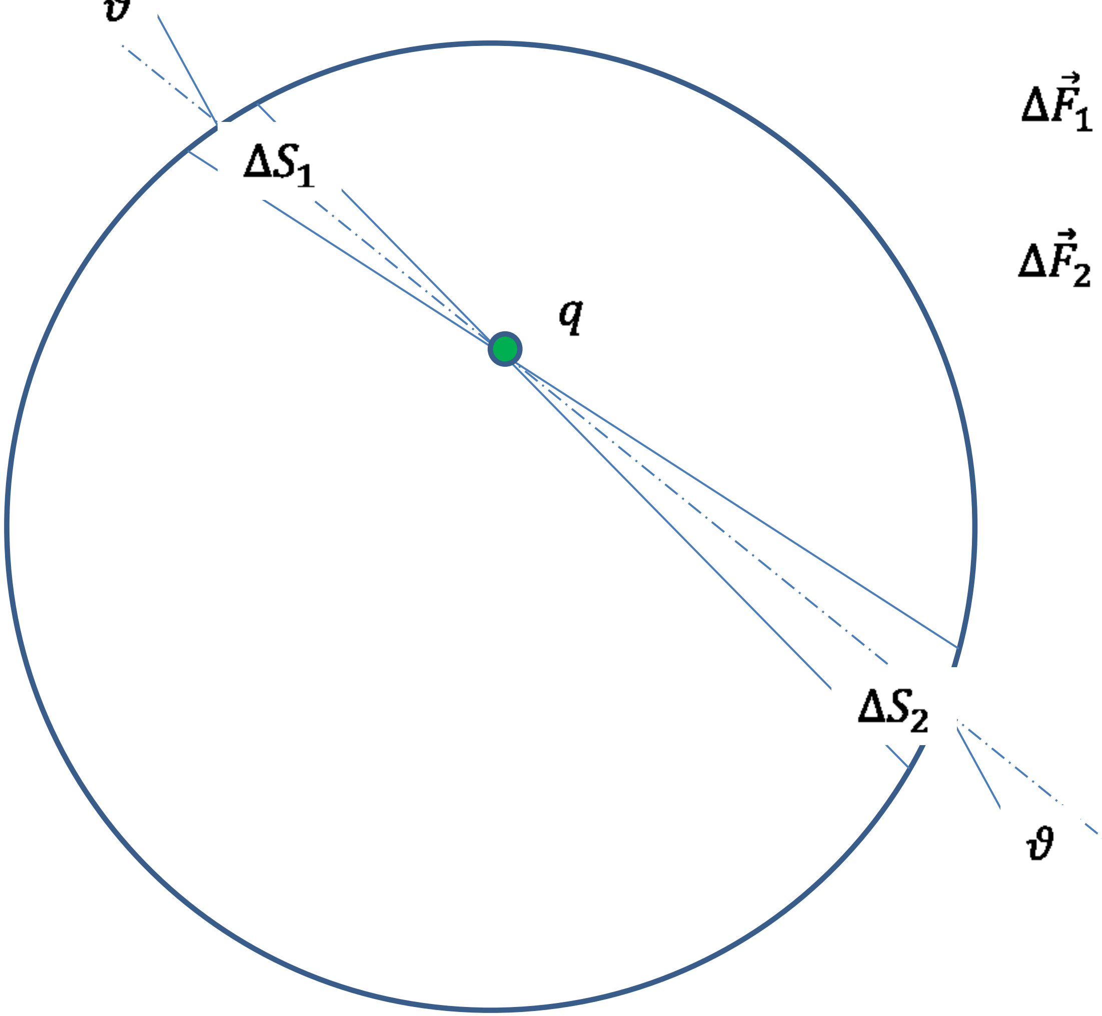
$$\vec{F}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint \frac{q * \sigma(\vec{r})}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} (\vec{r}_0 - \vec{r}) dS$$

$$\vec{F}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{q * \sigma(l)}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} (\vec{r}_0 - \vec{r}) dl$$



Síla působící na náboj uvnitř rovnoměrně nabité kulové sféry.

$\Delta\Omega$ je prostorový úhel, pod kterým je vidět ploška ΔS_1, ΔS_2



$$\Delta\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\Delta S_1\cos(\vartheta)}{r^2}\vec{e}$$

$$\Delta\vec{F}_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\Delta S_2\cos(\vartheta)}{r^2}\vec{e}$$

$$\Delta\Omega = \frac{\sigma\Delta S\cos(\vartheta)}{r^2}$$

$$\Delta F = \frac{\sigma\Delta\Omega}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\Delta\vec{F}_1+\Delta\vec{F}_2=0$$

Intenzita elektrického pole

definice $$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\vec{F}}{q}$$

Intenzita elektrického bodového náboje

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\vec{r}|^2}\vec{e}$$

intenzita elektrického pole soustavy nábojů

Náboje q_1 až q_N v polohách určených vektory $\vec{r}_1$ až $\vec{r}_N$.
Princip superpozice

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_1) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_2|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_2) + \cdots . =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r}_i)$$

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{\rho(\vec{r})}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r})dV$$

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint \frac{\sigma(\vec{r})}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r})dS$$

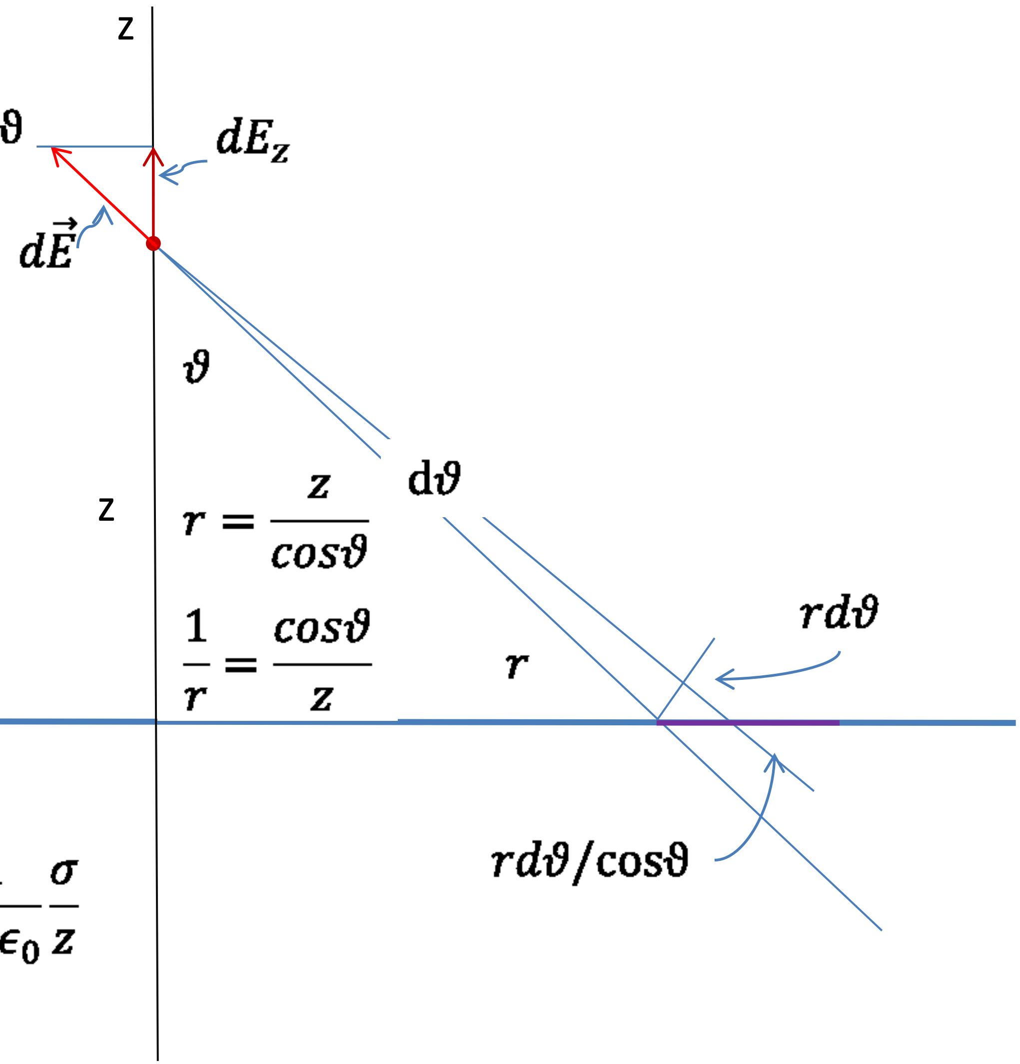
$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\sigma(l)}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3}(\vec{r}_0 - \vec{r})dl$$

intenzita elektrického pole v okolí nabité přímky

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma r d\vartheta/\cos\vartheta}{r^2}\cos\vartheta$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma d\vartheta}{r}$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma d\vartheta}{z}\cos\vartheta$$



$$r = \frac{z}{\cos\vartheta}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{\cos\vartheta}{z}$$

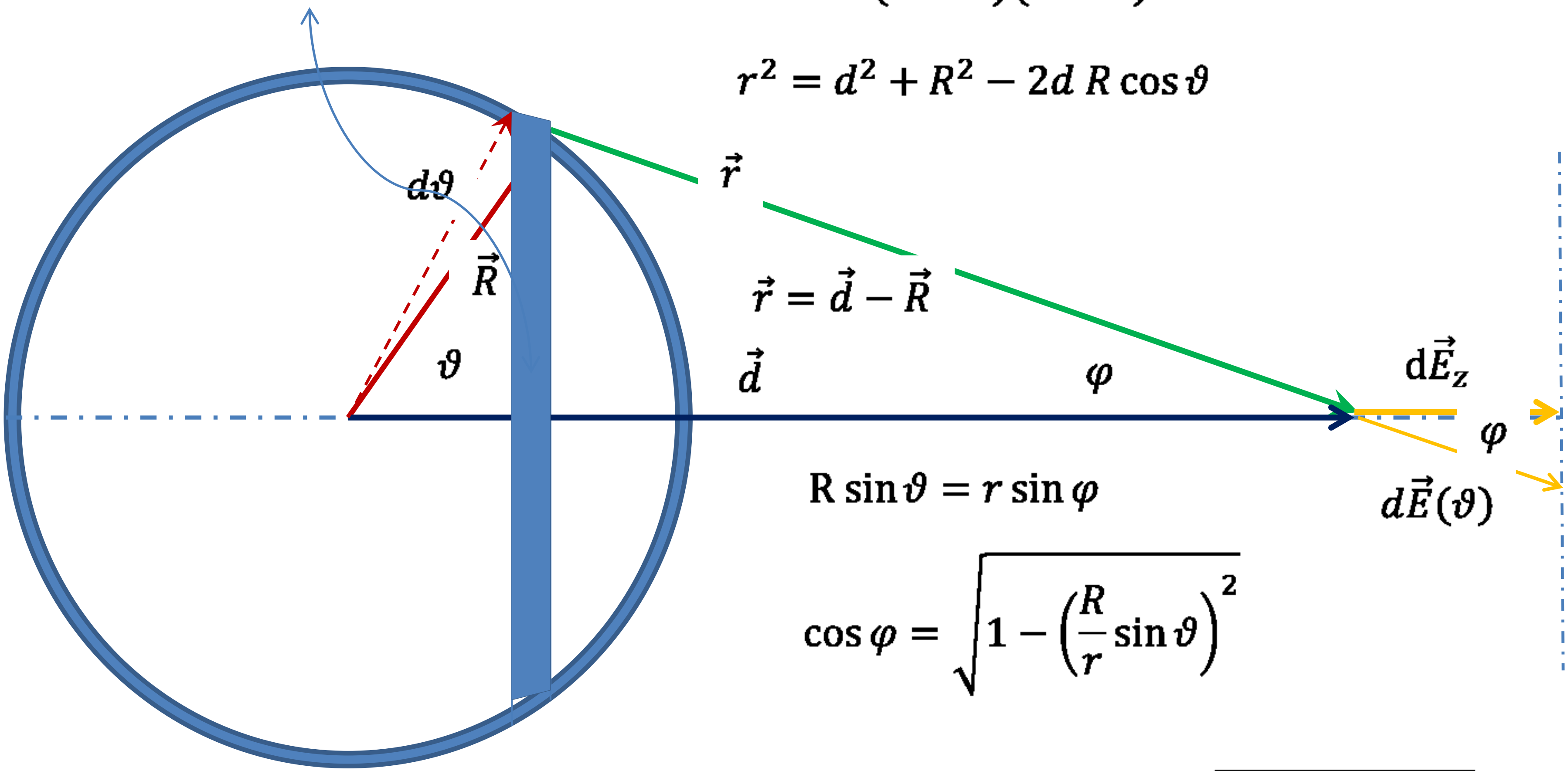
$$E_z = 2\int_0^{\pi/2}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sigma}{z}\cos\vartheta d\vartheta = \frac{1}{2\pi\epsilon_0}\frac{\sigma}{z}$$

Intenzita elektrického pole v okolí homogenně nabité koule

$$dS = 2\pi R^2 \sin\vartheta \, d\vartheta$$

$$r^2 = \vec{r} * \vec{r} = (\vec{d} - \vec{R})(\vec{d} - \vec{R}) = d^2 + R^2 - 2\,\vec{d}\,\vec{R}$$

$$r^2 = d^2 + R^2 - 2d\,R\cos\vartheta$$



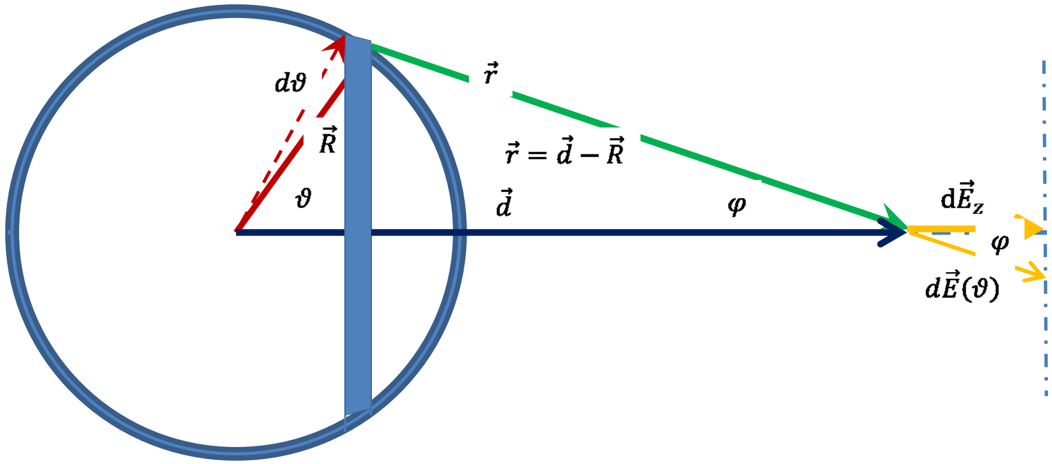
$$\vec{r} = \vec{d} - \vec{R}$$

$$\mathrm{R}\sin\vartheta = r\sin\varphi$$

$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\sin\vartheta\right)^2}$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma 2\pi R^2 \sin\vartheta \, d\vartheta}{d^2 + R^2 - 2d\,R\cos\vartheta}\sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\sin\vartheta\right)^2}$$

Intenzita elektrického pole v okolí homogenně nabité koule

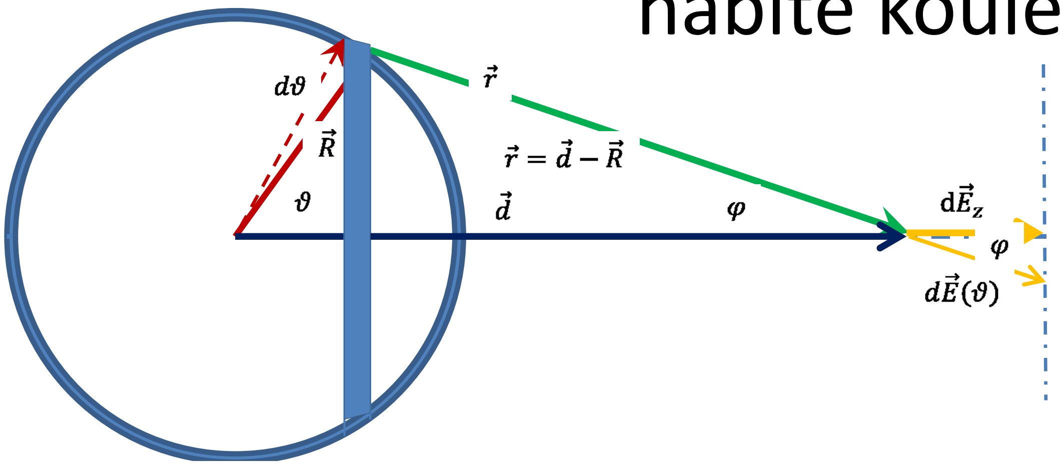


$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma 2\pi R^2 \sin\vartheta \, d\vartheta}{d^2 + R^2 - 2d\,R\cos\vartheta}\sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\sin\vartheta\right)^2}$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma 2\pi R^2 \sin\vartheta \, d\vartheta}{d^2 + R^2 - 2d\,R\cos\vartheta}\sqrt{1 - \frac{\mathrm{R}^2 \sin\vartheta^2}{d^2 + R^2 - 2d\,R\cos\vartheta}}$$

$$dE_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{\sin\vartheta \, d\vartheta}{\left(\frac{d}{R}\right)^2 + 1 - 2\,\frac{d}{R}\cos\vartheta}\sqrt{1 - \frac{\sin\vartheta^2}{\left(\frac{d}{R}\right)^2 + 1 - 2\,\frac{d}{R}\cos\vartheta}}$$

Intenzita elektrického pole v okolí homogenně nabité koule



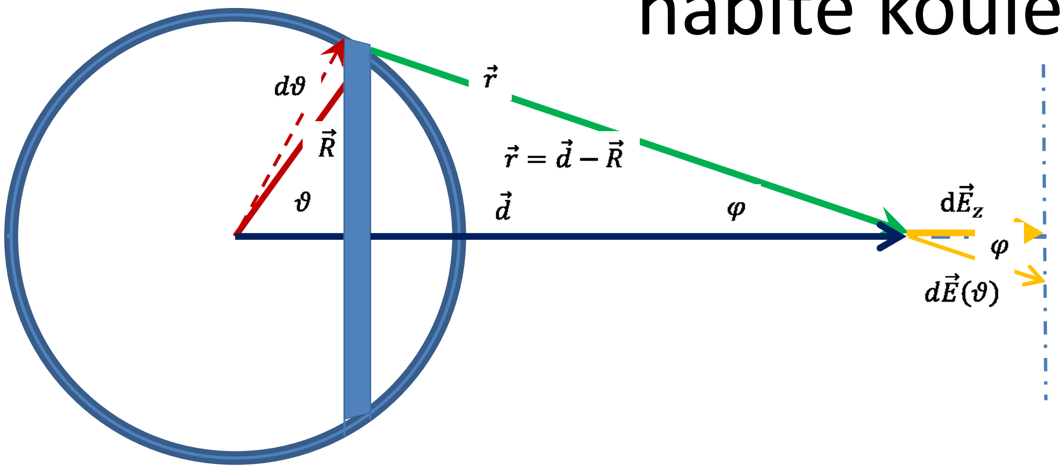
$$dE_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\sin\vartheta \, d\vartheta}{\left(\frac{d}{R}\right)^2 + 1 - 2\,\frac{d}{R}\cos\vartheta} \sqrt{1 - \frac{\sin\vartheta^2}{\left(\frac{d}{R}\right)^2 + 1 - 2\,\frac{d}{R}\cos\vartheta}}$$

$$\alpha = \frac{d}{R}$$

$$dE_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\sin\vartheta \, d\vartheta}{\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta} \sqrt{1 - \frac{\sin\vartheta^2}{\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta}}$$

$$dE_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\sin\vartheta \, d\vartheta}{\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta} \sqrt{\frac{\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta - \sin\vartheta^2}{\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta}}$$

Intenzita elektrického pole v okolí homogenně nabité koule



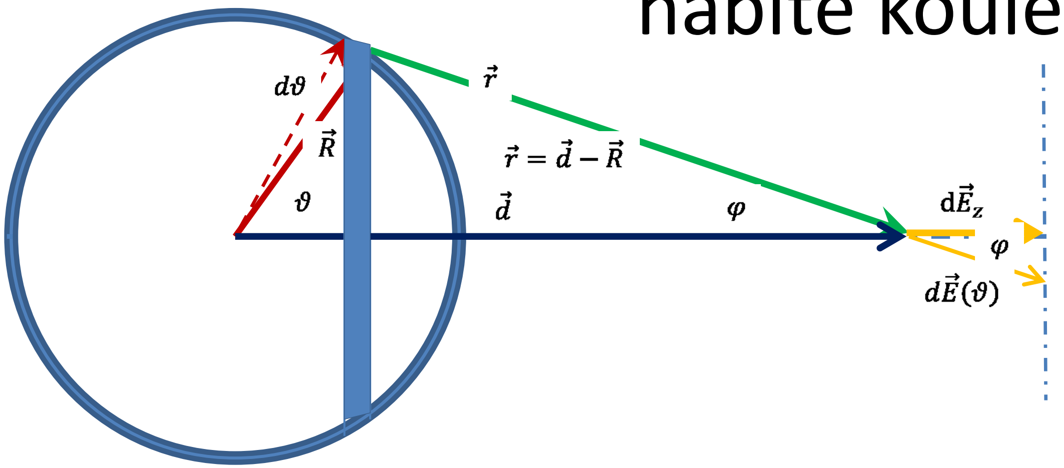
$$dE_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\sin\vartheta}{\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta} \sqrt{\frac{\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta - \sin\vartheta^2}{\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta}} d\vartheta \qquad \alpha = \frac{d}{R}$$

$$dE_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\sin\vartheta}{\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta} \sqrt{\frac{\propto^2 - 2\propto\cos\vartheta + \cos\vartheta^2}{\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta}} d\vartheta$$

$$\sqrt{\propto^2 - 2\propto\cos\vartheta + \cos\vartheta^2} = \sqrt{(\propto - \cos(\vartheta))^2} = \propto - \cos(\vartheta)$$

$$dE_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\sin\vartheta\,(\propto - \cos(\vartheta)\,)}{(\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta$$

Intenzita elektrického pole v okolí homogenně nabité koule



$$\alpha = \frac{d}{R}$$

$$dE_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\sin\vartheta\,(\propto - \cos(\vartheta)\,)}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta =$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(\frac{\alpha * \sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}} - \frac{\sin\vartheta * \cos\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}} \right) d\vartheta$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_0^{\pi} \left(\frac{\alpha * \sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}} - \frac{\sin\vartheta * \cos\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}} \right) d\vartheta$$

$$E_z = \frac{\sigma \propto}{2\varepsilon_0} \int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \int_0^{\pi} \frac{\cos\vartheta \sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta$$

$$E_z = \frac{\sigma \propto}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta \; - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi} \frac{cos\vartheta \sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta \; = \left[\frac{1}{\alpha}\frac{1}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^{\pi} =$$

$$= \frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{(\propto^2 + 1 + 2 \propto)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto)^{\frac{1}{2}}}\right) = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{\propto + 1} - \frac{1}{\propto - 1}\right) = -\frac{2}{\alpha}\frac{1}{\alpha^2 - 1}$$

$$E_z = \frac{\sigma \propto}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta \;-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi} \frac{cos\vartheta \sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos\vartheta * \sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta \;=$$

$$= \left[\frac{1}{\alpha}\frac{\cos\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^{\pi} + \frac{1}{\alpha}\int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{\frac{1}{2}}}\, d\vartheta$$

$$\left[\frac{1}{\alpha}\frac{\cos\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^{\pi} = -\frac{1}{\alpha}\left(\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha-1}\right) = -\frac{2}{\alpha^2-1}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{\frac{1}{2}}}\, d\vartheta = \frac{1}{\alpha}\left[-(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{\frac{1}{2}}\right]^{\pi} = \frac{1}{\alpha}\big((\alpha-1)-(\alpha+1)\big) = -\frac{2}{\alpha}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos\vartheta * \sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2 \propto \cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta \;= -\frac{2}{\alpha^2-1} - \frac{2}{\alpha}$$

$$E_z = \frac{\sigma \propto}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi} \frac{cos\vartheta\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta = -\frac{2}{\alpha}\frac{1}{\alpha^2 - 1}$$

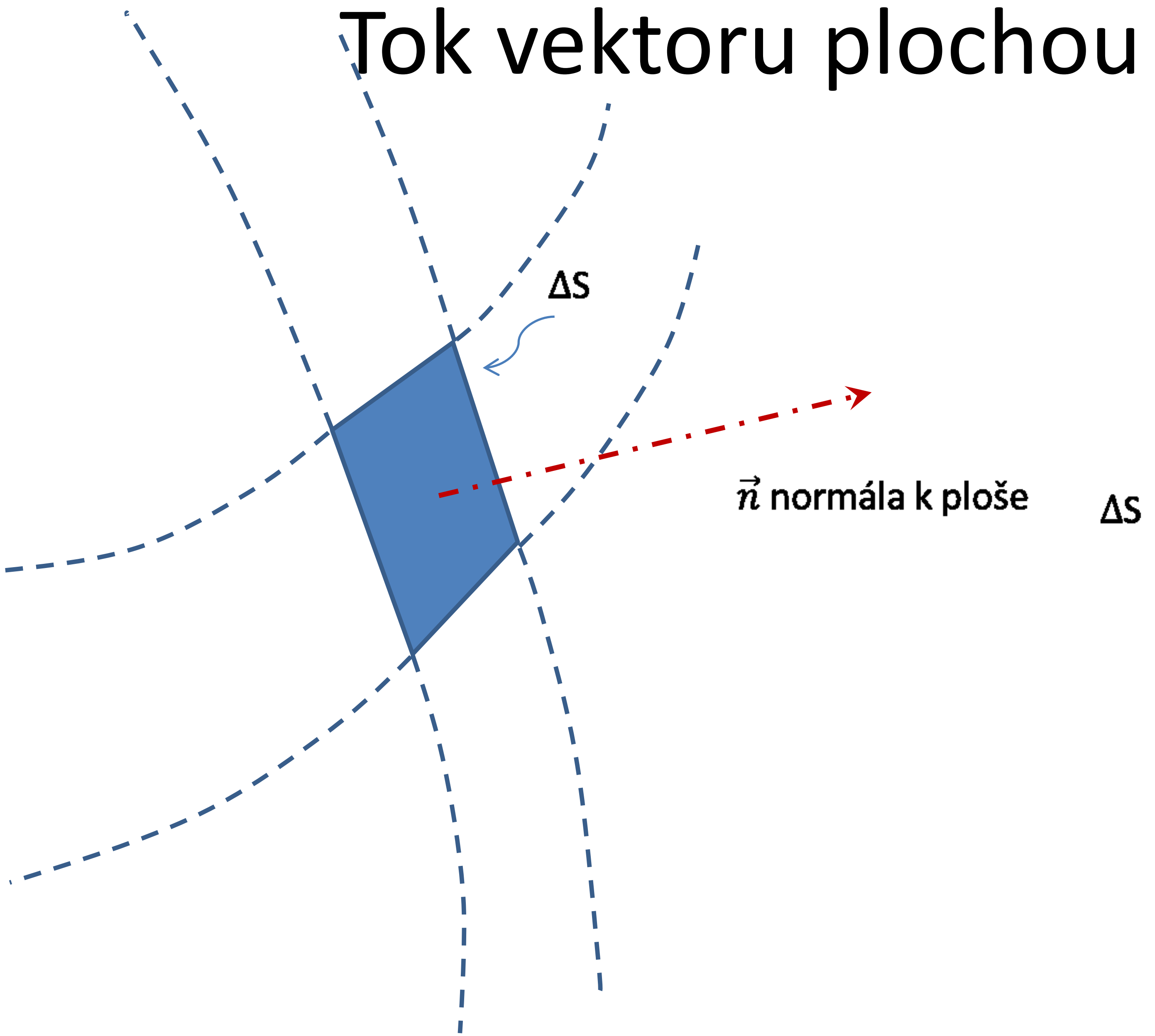
$$\int_0^{\pi} \frac{\cos\vartheta * \sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta)^{3/2}}\, d\vartheta =$$

$$= \left[\frac{1}{\alpha}\frac{\cos\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^{\pi} + \frac{1}{\alpha}\int_0^{\pi} \frac{\sin\vartheta}{(\propto^2 + 1 - 2\propto\cos\vartheta)^{\frac{1}{2}}}\, d\vartheta = -\frac{2}{\alpha^2 - 1} - \frac{2}{\alpha^2}$$

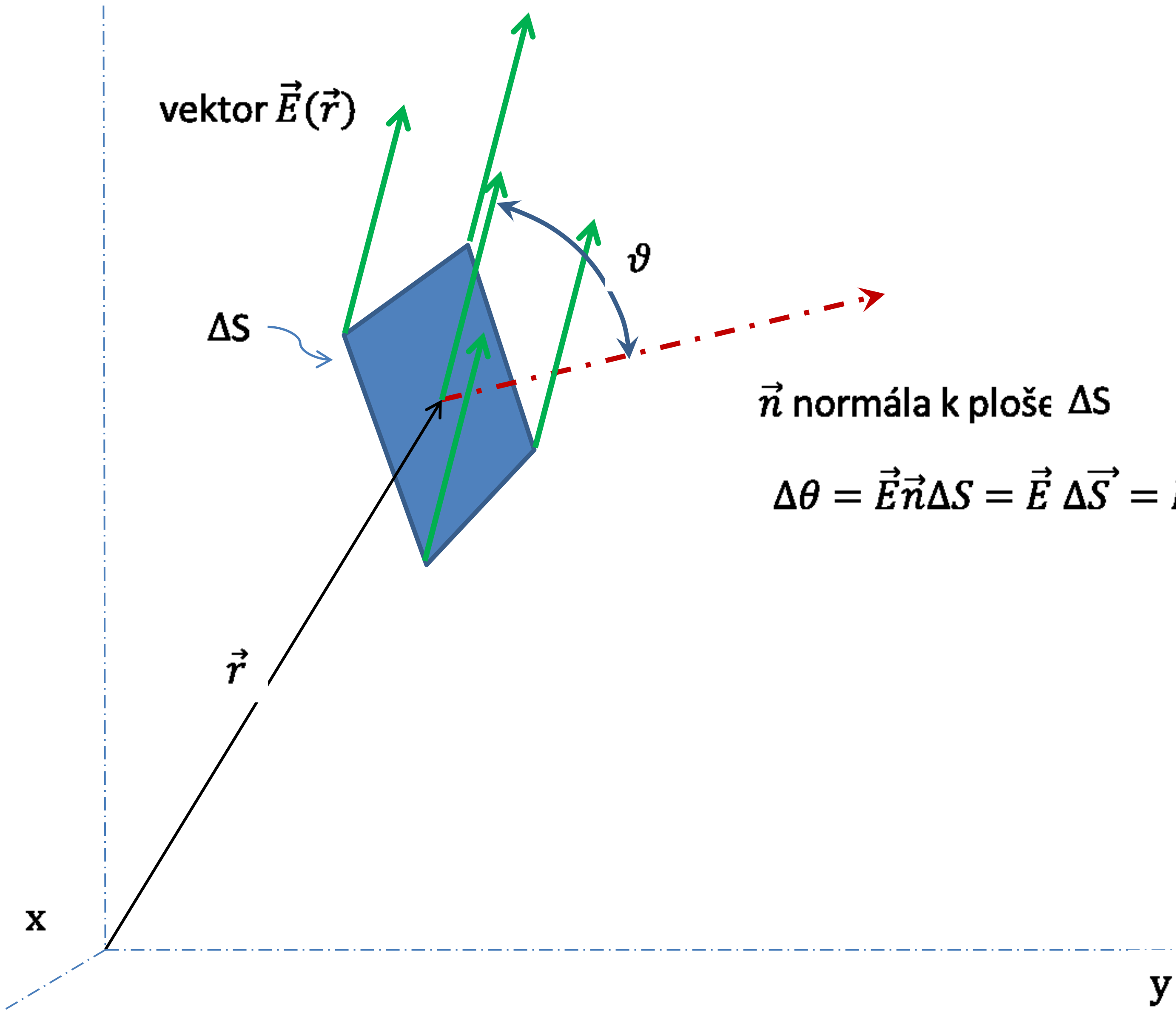
$$E_z = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(-\frac{2}{\alpha^2 - 1} + \frac{2}{\alpha^2 - 1} + \frac{2}{\alpha^2}\right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{1}{\alpha^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R^2}{d^2} \qquad \alpha = \frac{d}{R}$$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2} \qquad E_z = \frac{\frac{Q}{4\pi R^2}}{\varepsilon_0}\frac{R^2}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d^2}$$

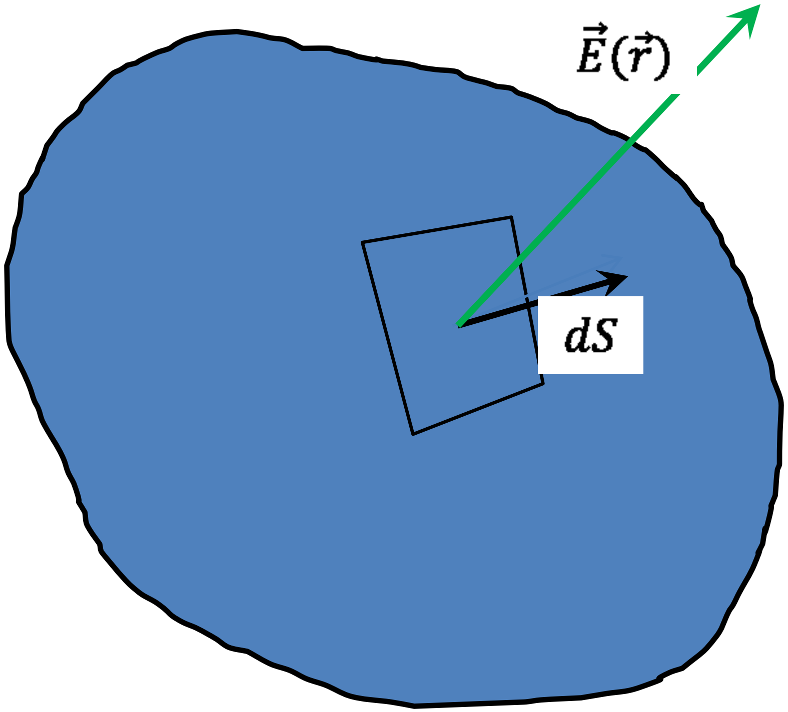
Tok vektoru plochou

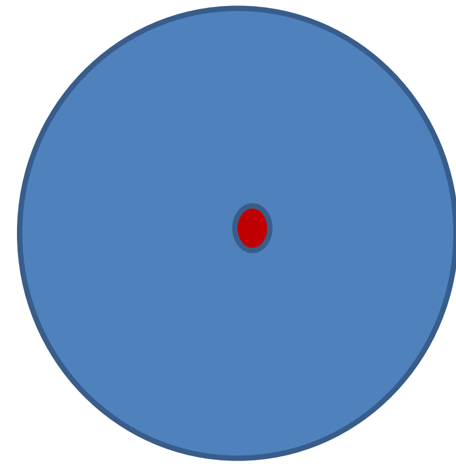


Tok vektoru plochou

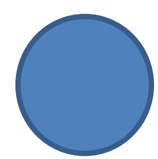


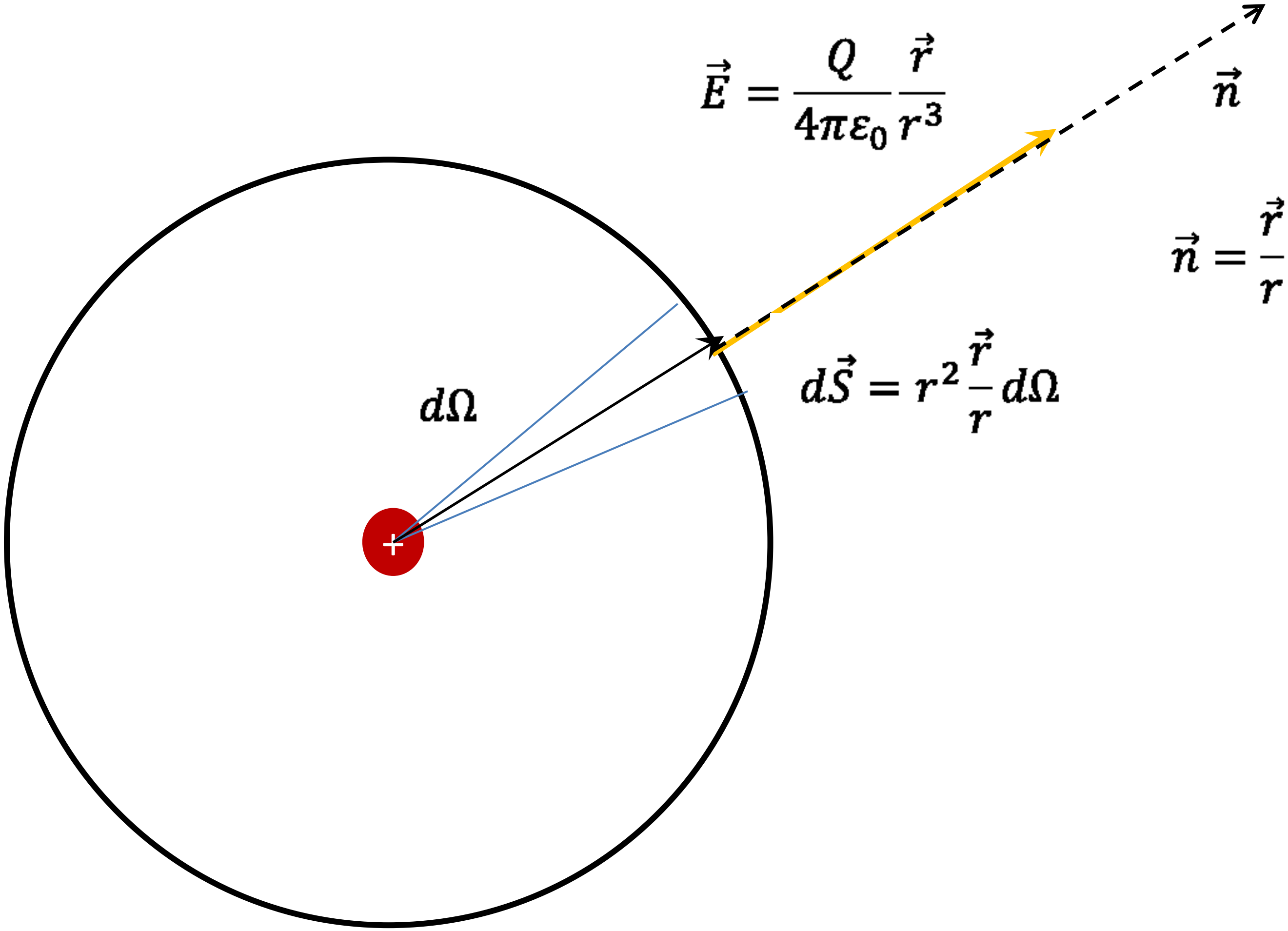
$$\Delta\theta = \vec{E}\vec{n}\Delta S = \vec{E}\ \Delta\vec{S} = E\Delta S\cos\vartheta$$



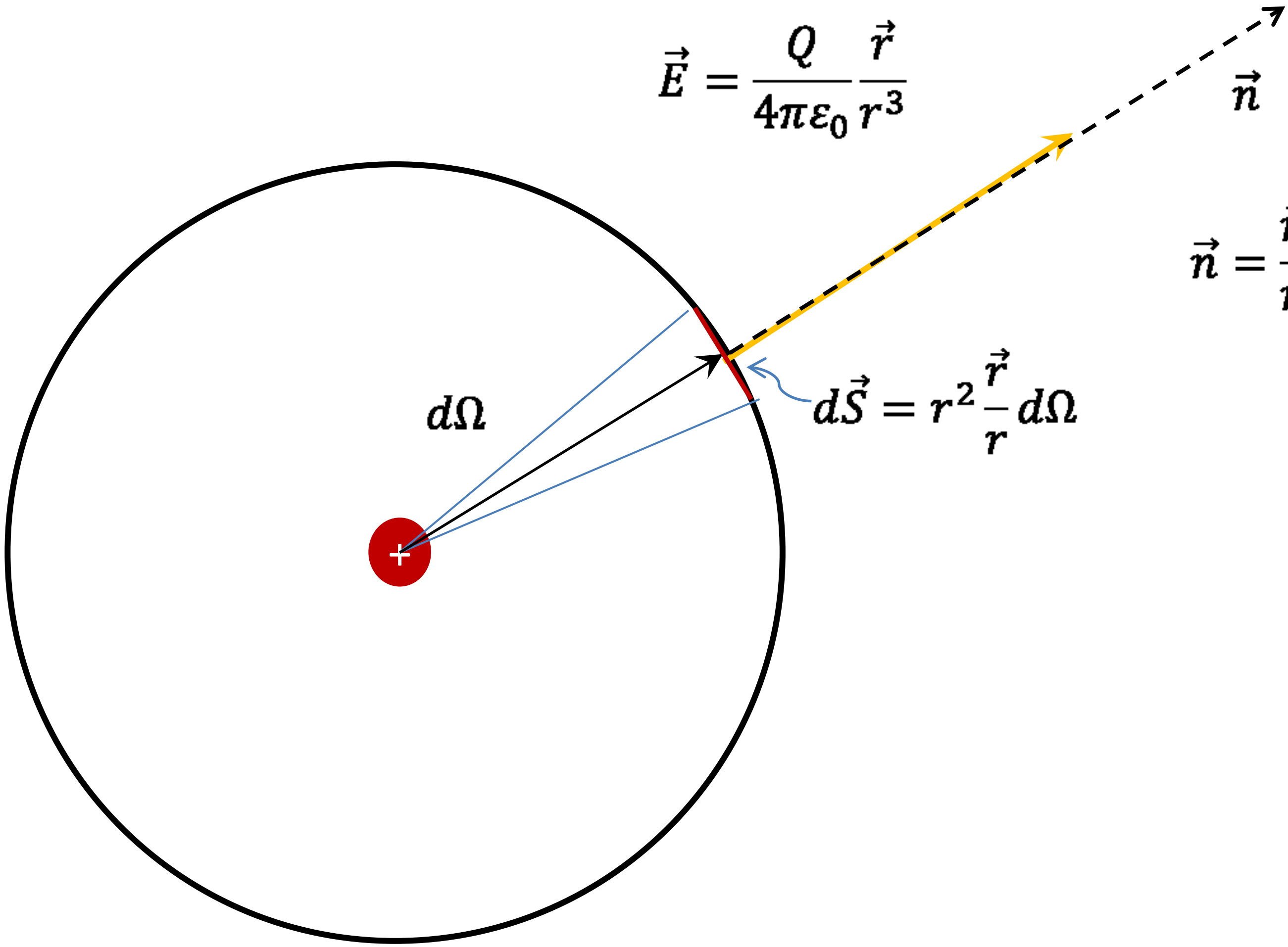


$$\oiint \vec{E}(\vec{r})dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

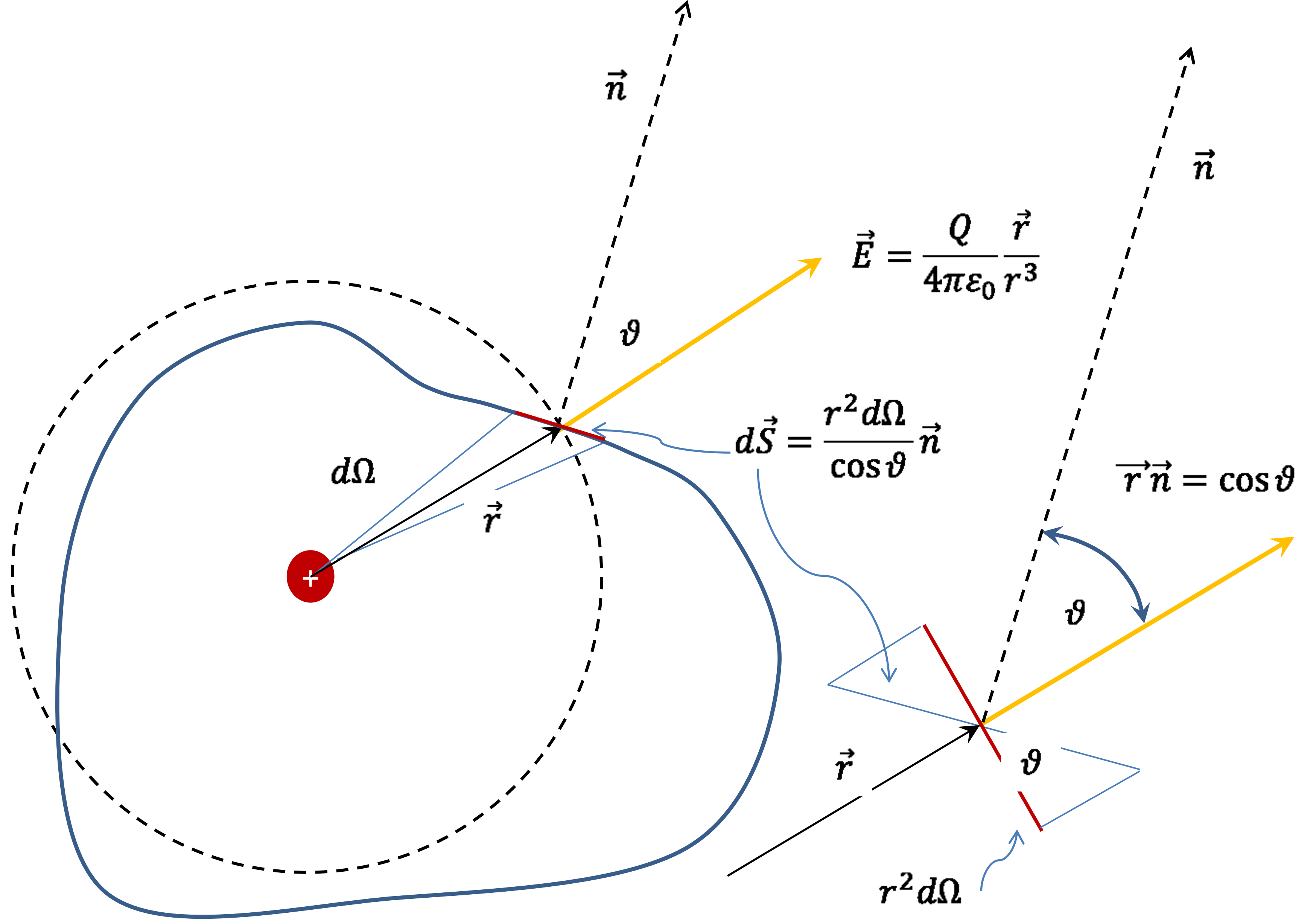




$$\oiint \vec{E}(\vec{r})d\vec{S} = \oiint \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3}d\vec{S} = \int_0^{4\pi}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3}r^2\frac{\vec{r}}{r}d\Omega = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$



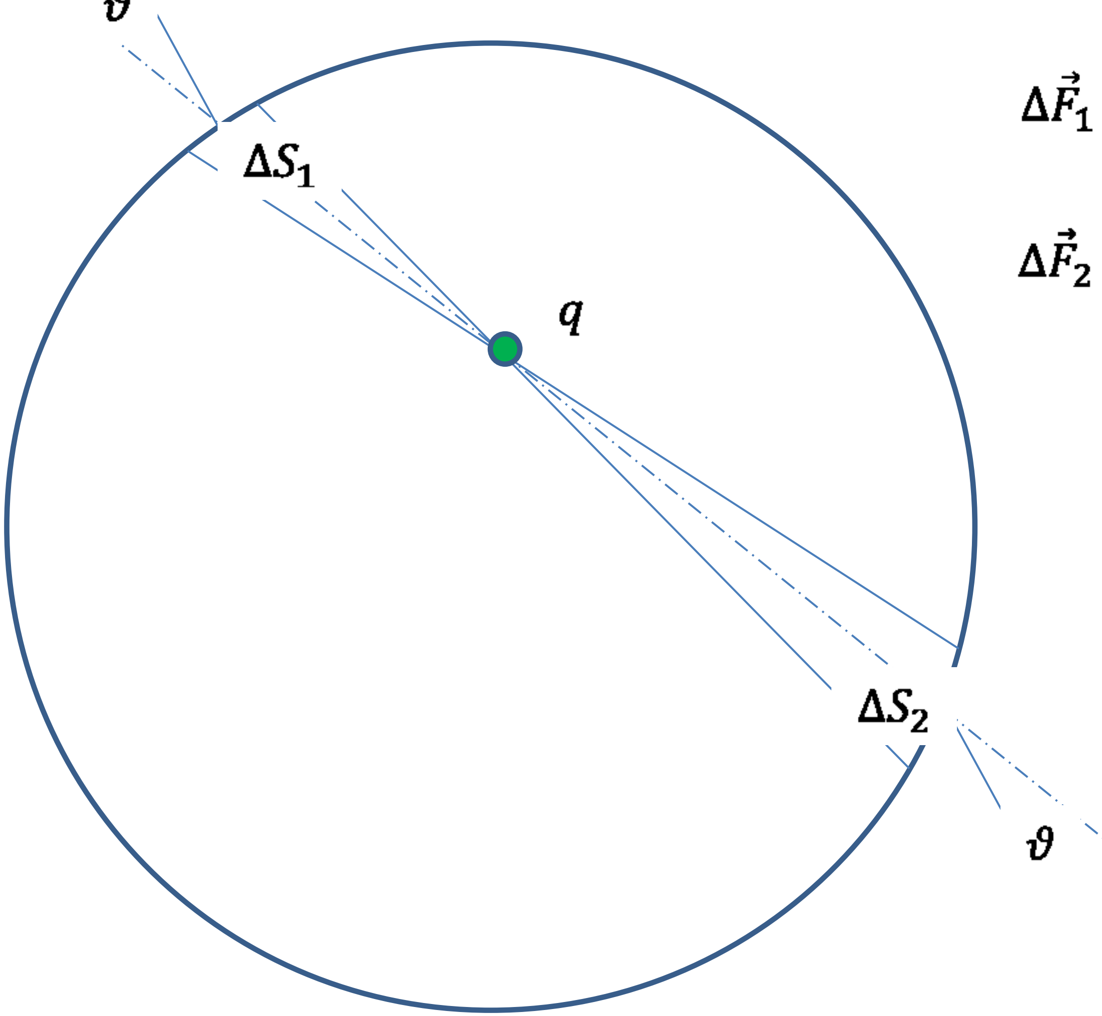
$$\oiint \vec{E}(\vec{r})d\vec{S} = \oiint \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3}d\vec{S} = \int_0^{4\pi}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3} * r^2\frac{\vec{r}}{r}d\Omega = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$



$$\oiint \vec{E}(\vec{r})d\vec{S} = \oiint \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3}\frac{r^2 d\Omega}{\cos\vartheta}\vec{n} = \int_0^{4\pi}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\frac{1}{\cos\vartheta}\vec{r}\vec{n}\, d\Omega = \int_0^{4\pi}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\frac{1}{\cos\vartheta}\cos\vartheta\ d\Omega = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Síla působící na náboj uvnitř rovnoměrně nabité kulové sféry.

$\Delta\Omega$ je prostorový úhel, pod kterým je vidět ploška ΔS_1, ΔS_2



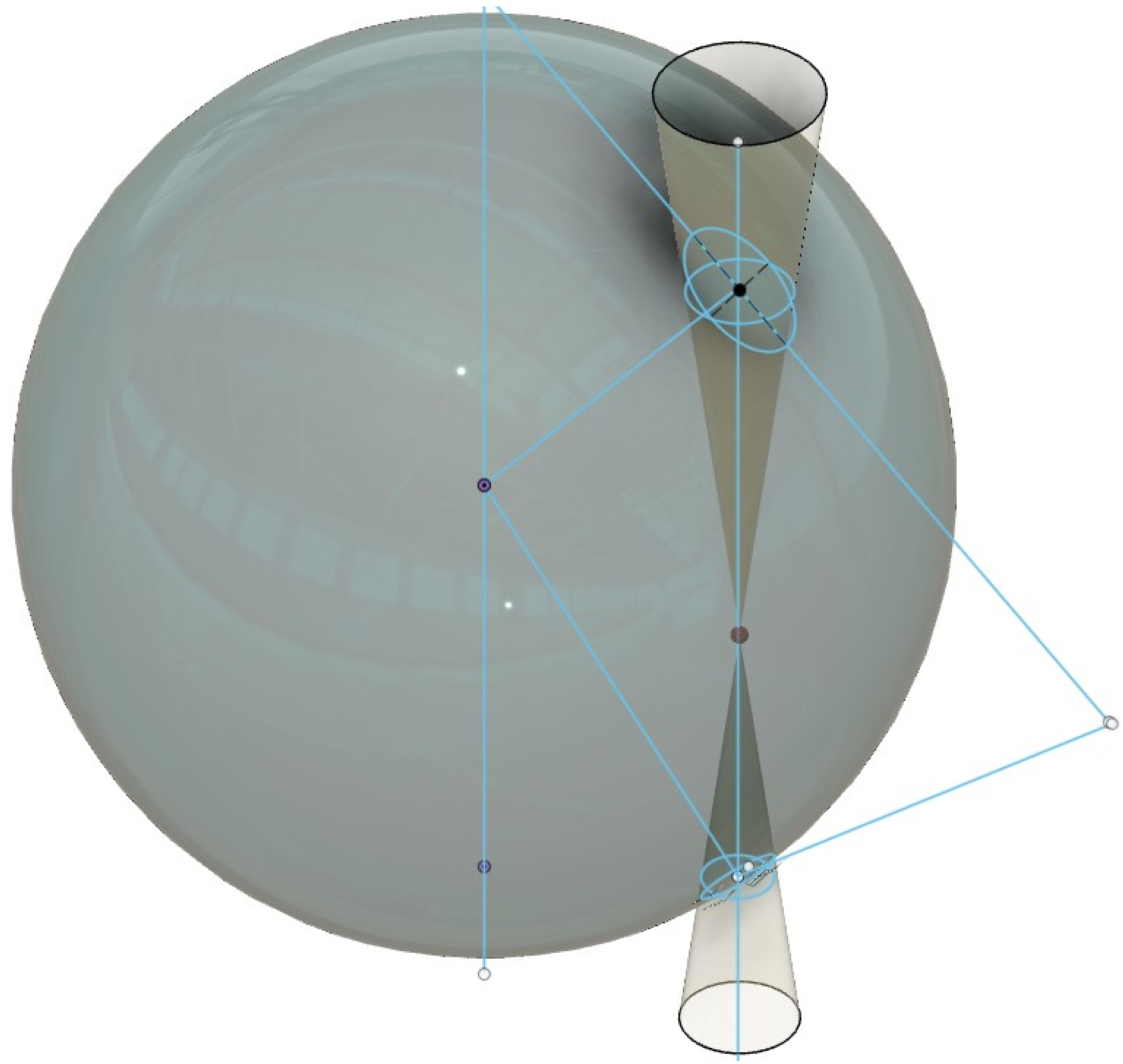
$$\Delta\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\Delta S_1\cos(\vartheta)}{r^2}\vec{e}$$

$$\Delta\vec{F}_2 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\Delta S_2\cos(\vartheta)}{r^2}\vec{e}$$

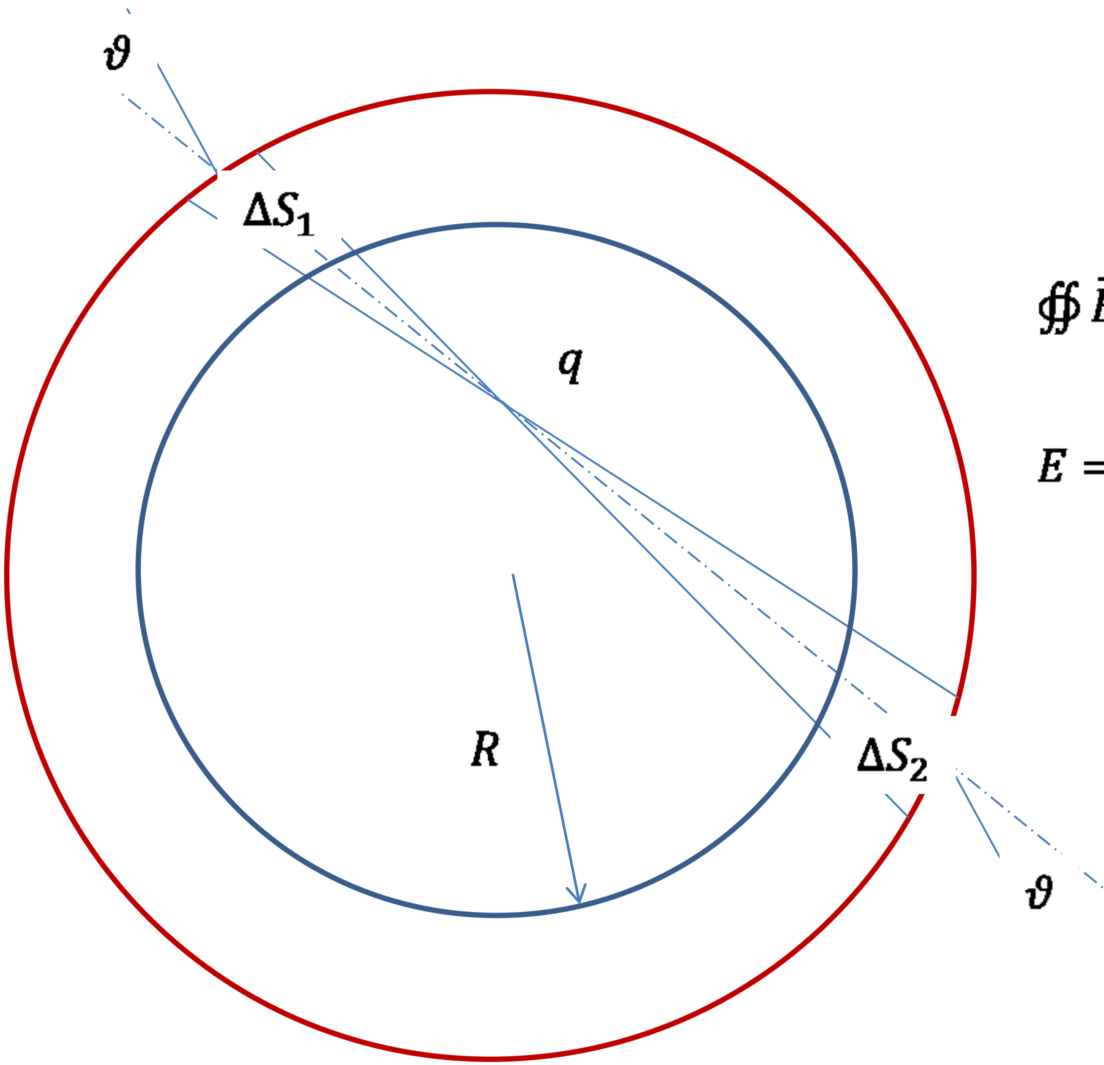
$$\Delta\Omega = \frac{\sigma\Delta S\cos(\vartheta)}{r^2}$$

$$\Delta F = \frac{\sigma\Delta\Omega}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\Delta\vec{F}_1 + \Delta\vec{F}_2 = 0$$



intenzita el. pole uvnitř rovnoměrně nabité kulové sféry.



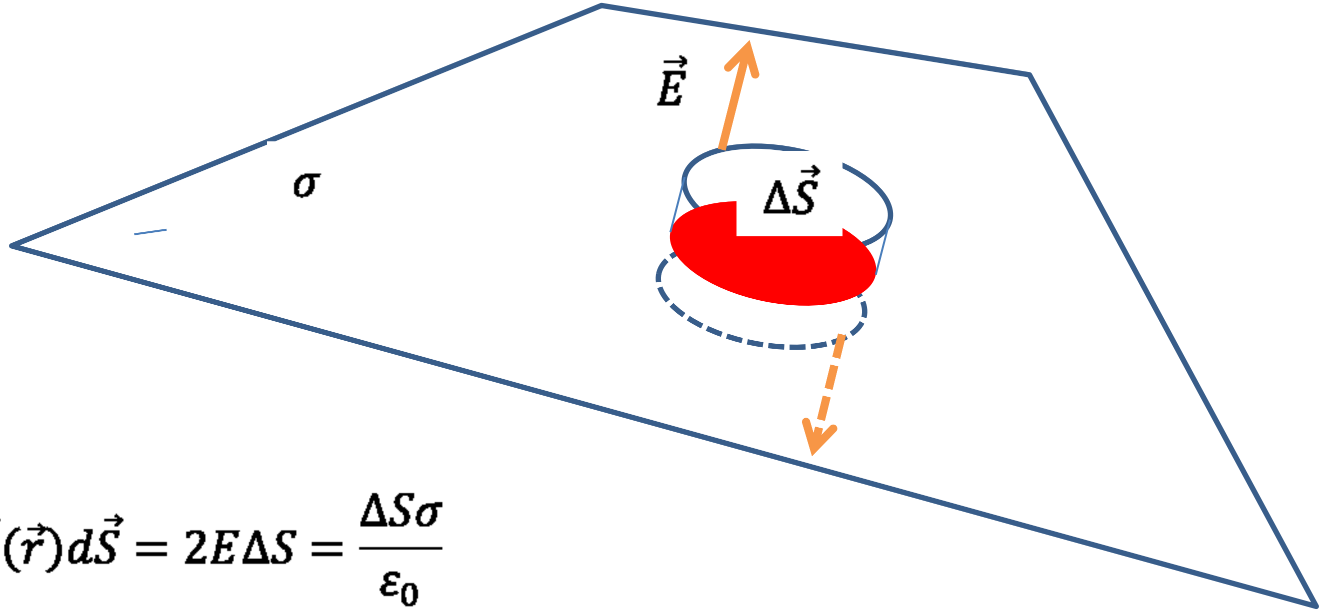
$$\oiint \vec{E}(\vec{r})d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oiint \vec{E}(\vec{r})d\vec{S} = 4\pi R^2 E = 0$$

$$E = 0$$

intenzita el. pole od rovnoměrně nabité roviny

$$\oiint \vec{E}(\vec{r})d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

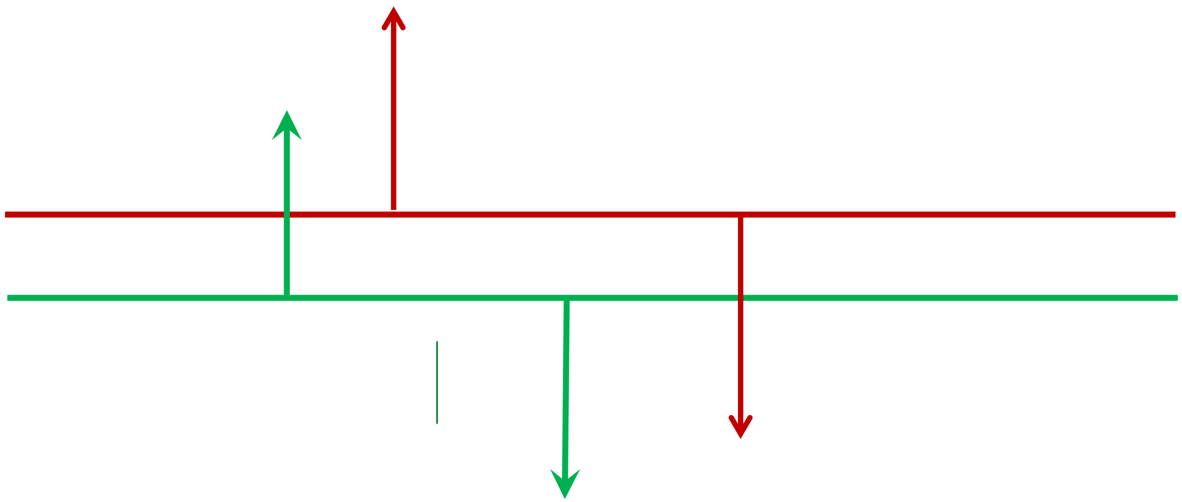


$$\oiint \vec{E}(\vec{r})d\vec{S} = 2E\Delta S = \frac{\Delta S\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

intenzita el. pole od dvou rovnoměrně nabitých rovin

$\sigma_1 > 0$

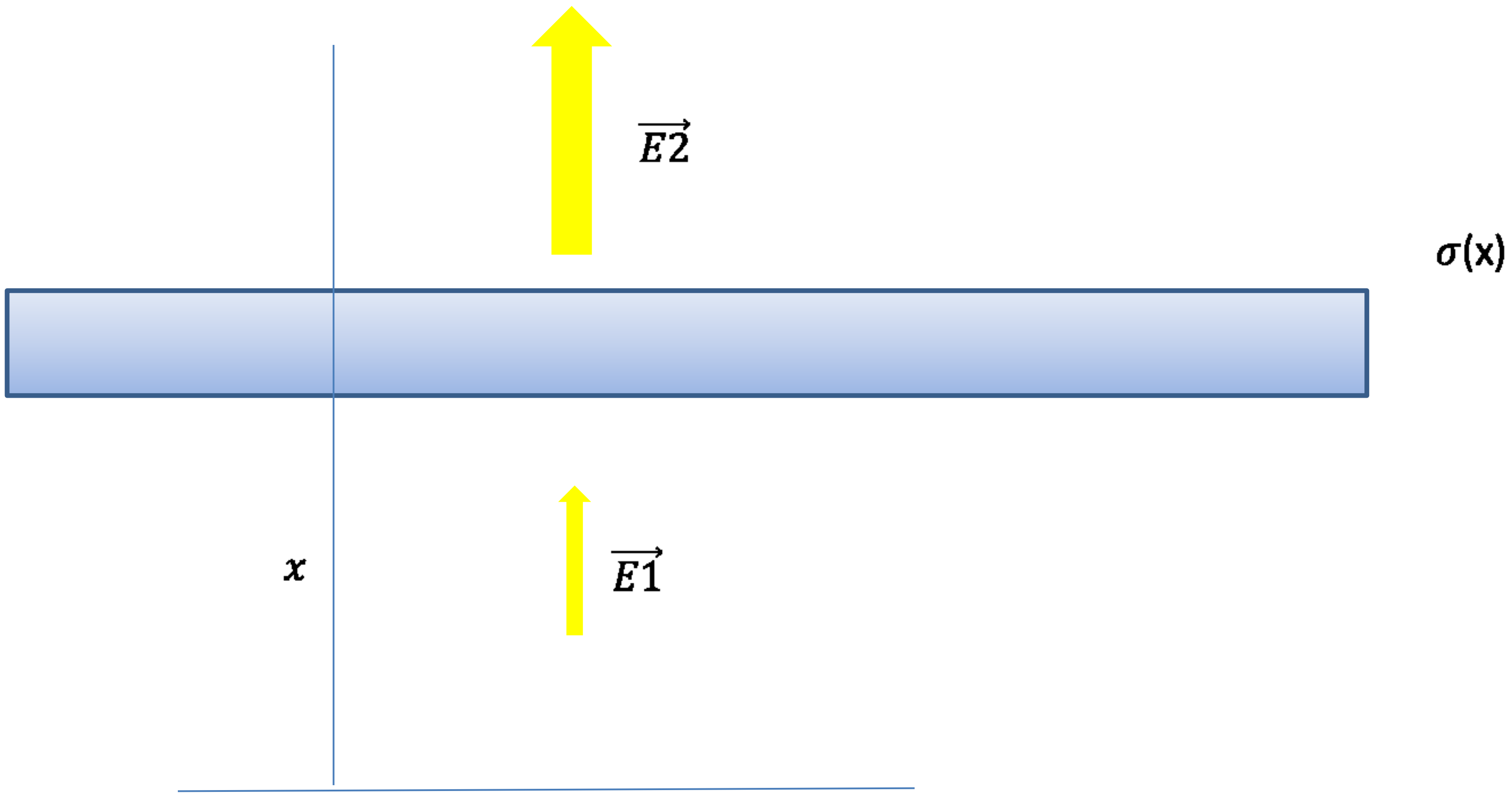


$\sigma_2 < 0$

$|\sigma_1| = |\sigma_2|$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Síla působící na nabitou vrstvu



$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{e}_x + y(t)\,\vec{e}_y + z(t)\,\vec{e}_z$$

$$d\vec{r}(t) = dx(t)\,\vec{e}_x + dy(t)\,\vec{e}_y + dz(t)\,\vec{e}_z$$

$$d\vec{r}(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial t}\vec{e}_x dt + \frac{\partial y(t)}{\partial t}\vec{e}_y dt + \frac{\partial z(t)}{\partial t}\vec{e}_z dt$$

$$d\vec{r} = dr\frac{\partial r(t)}{\partial t}\,\vec{e}_r dt + r(t)\,\frac{\partial \vartheta(t)}{\partial t}\,\vec{e}_\vartheta dt + r(t)\sin\vartheta(t)\,\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t}\vec{e}_\varphi$$

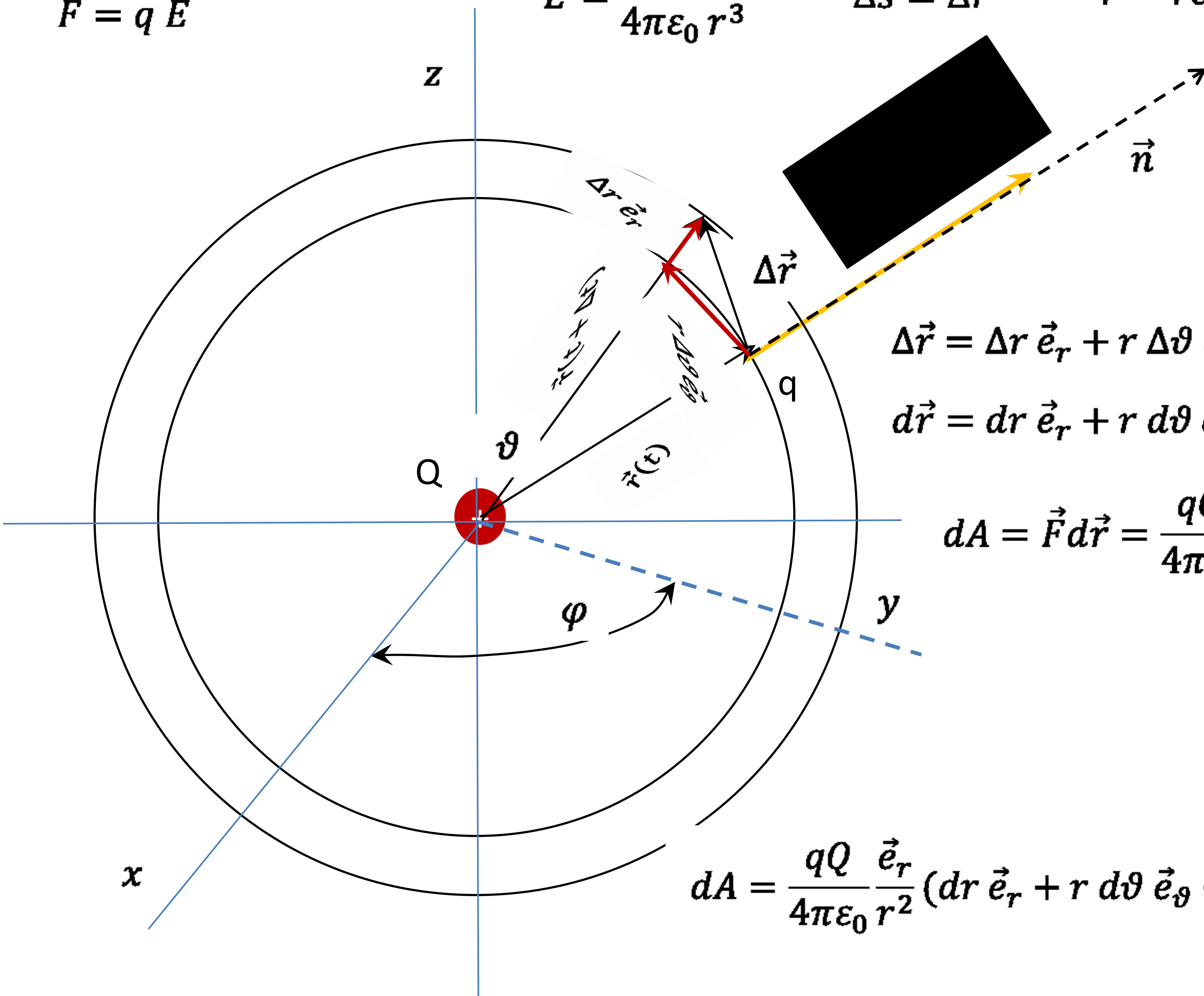
Práce síly elstat. pole bodového náboje

$$\Delta A = \vec{F}\Delta\vec{s} = F\Delta s\cos\vartheta$$

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3} \qquad \Delta\vec{s} = \Delta\vec{r} \qquad \vec{r} = r\vec{e}_r$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$$



$$\Delta\vec{r} = \Delta r\,\vec{e}_r + r\,\Delta\vartheta\,\vec{e}_\vartheta + r\sin\vartheta\,\Delta\varphi\,\vec{e}_\varphi$$

$$d\vec{r} = dr\,\vec{e}_r + r\,d\vartheta\,\vec{e}_\vartheta + r\sin\vartheta\,d\varphi\,\vec{e}_\varphi$$

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e}_r}{r^2}d\vec{r}$$

$$dA = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e}_r}{r^2}\left(dr\,\vec{e}_r + r\,d\vartheta\,\vec{e}_\vartheta + r\sin\vartheta\,d\varphi\,\vec{e}_\varphi\right)$$

$$dA = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{e}_r}{r^2}\left(dr\,\vec{e}_r + r\,d\vartheta\,\vec{e}_\vartheta + r\sin\vartheta\,d\varphi\,\vec{e}_\varphi\right)$$

$$dA = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(dr\,\vec{e}_r\vec{e}_r + r\,d\vartheta\,\vec{e}_r\vec{e}_\vartheta + r\sin\vartheta\,d\varphi\,\vec{e}_r\vec{e}_\varphi\right)$$

$$\vec{e}_r\vec{e}_r = 1$$

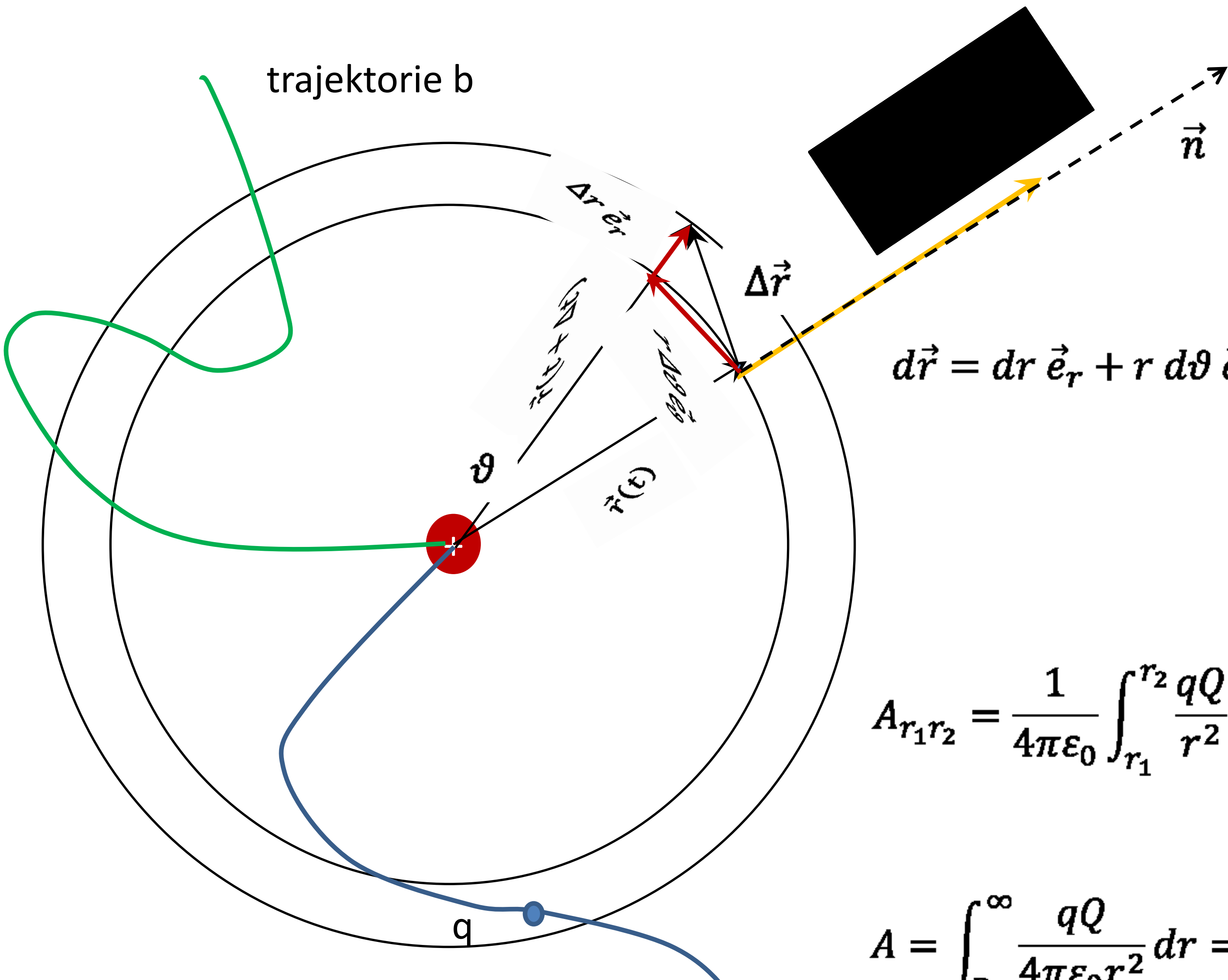
$$\vec{e}_r\vec{e}_\vartheta = 0$$

$$\vec{e}_r\vec{e}_\varphi = 0$$

$$dA = \frac{qQdr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$A = \int_{t_1}^{t_2}\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\partial r(t)}{\partial t}dt = \int_{r_1}^{r_2}\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Práce síly elstat. pole



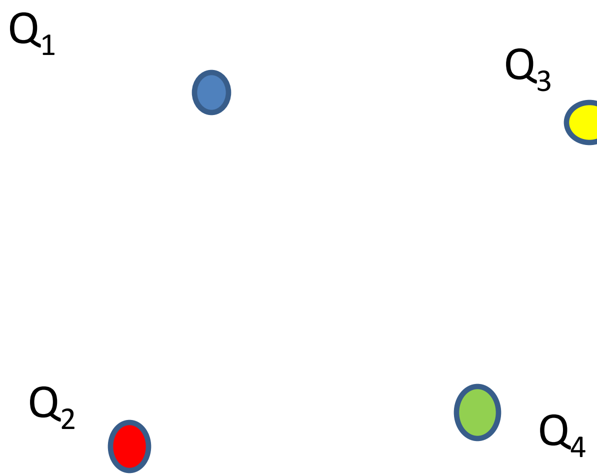
$$\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$d\vec{r} = dr\,\vec{e}_r + r\,d\vartheta\,\vec{e}_\vartheta + r\sin\vartheta\,d\varphi\,\vec{e}_\varphi$$

$$A_{r_1 r_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{qQ}{r^2}\,dr = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right.$$

$$A = \int_R^\infty \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{R}$$

Práce potřebná k vytvoření dané konfigurace bodových nábojů



$$A_{1,2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1Q_2}{r_{1,2}}\right)$$

$$A_{1,3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1Q_3}{r_{1,3}}\right)$$

$$A_{2,3}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_2Q_4}{r_{2,3}}\right)$$

$$A_{1,4}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1Q_4}{r_{1,4}}\right)$$

$$A_{2,4}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_2Q_4}{r_{2,4}}\right)$$

$$A_{3,4}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_3Q_4}{r_{3,4}}\right)$$

$$A_{i,j}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_iQ_j}{r_{i,j}}=A_{j,i}$$

$$A_{i,j}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1,j=1,i\neq j}^{i=N,j=M}\frac{Q_iQ_j}{r_{i,j}}$$