

Teoretické základy vakuové fyziky

Plyny

- Plyny volné
 - plyny v statickém stavu, konstantní teplota a tlak v celém objemu
 - plyny v dynamickém stavu, různé teploty a tlak
- Plyny vázané
 - plyny vázané na povrchu, nebo v objemu pevné látky

Volné plyny v statickém stavu

Ideální plyn, předpoklady:

- molekuly a atomy plynu jsou velmi malé ve srovnání se vzdáleností mezi nimi
- molekuly a atomy plynu na sebe nepůsobí přitažlivými silami
- molekuly a atomy plynu jsou v neustálém náhodném pohybu
- molekuly a atomy plynu se neustále srážejí mezi sebou navzájem a se stěnami nádoby
- srážky atomů jsou dokonale pružné

Základní pojmy a zákony

- tlak plynu: nárazy molekul a atomů plynu na rovinnou stěnu o povrchu S se projevují, jako tlaková síla F na stěnu $p = \frac{F}{S}$
- molekulová (atomová) hmotnost M : poměr hmotnosti molekuly dané látky a $\frac{1}{12}$ hmotnosti atomu uhlíku ${}^{12}_6C$
- Avogadrův zákon: Stejné objemy různých plynů obsahují při stejném tlaku a teplotě stejný počet molekul
- Mol je počet gramů stejnorodé látky číselně rovný molekulové hmotnosti
- 1 mol různých plynů má při stejném tlaku a teplotě vždy týž objem, za tzv. normálních podmínek $V_m = 22415 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$
- normální podmínky : tlak $p = 101324 \text{ Pa}$; teplota $T = 273 \text{ K}$

- Avogadrovo číslo určuje počet molekul v jednom molu
 $N_A = 6,023 \times 10^{23} \text{mol}^{-1}$, tento počet je pro všechny látky stejný.
- Loschmidtovo číslo je podíl Avogadrova čísla a objemu molu
 $N_L = \frac{N_A}{V_m} = 2,69 \times 10^{19}$ (za normálních podmínek), udává počet molekul v objemu 1 cm^3 .
- Daltonův zákon parciálních tlaků: $p = \sum_{i=1}^j p_i$
- tenze par - tlak nasycené páry při dané teplotě

Daltnův zákon - složení atmosféry

Plyn	tlak [Pa]
N ₂	79117
O ₂	21223
CO ₂	37,5
Ar	946,357
Ne	1,842
He	0,51
Kr	0,116
Xe	0,009
H ₂	0,051
CH ₄	0,203
N ₂ O	0,051
Celkem	101326,639

F.OHanlon: A Users Guide to Vacuum Technology, Wiley (2003)

Stavová rovnice plynu

stavová rovnice pro ideální plyn, látkové množství n kilomolů

$$\frac{pV}{T} = nR$$

R - je univerzální plynová konstanta, $R = kN_A$
 $R = 8310 \text{ [Jkmol}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}, k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ [JK}^{-1}\text{]},$
 $N_A = 6,023 \times 10^{26} \text{ [kmol}^{-1}\text{]}$

$$\frac{pV}{T} = nR = \frac{m}{M}R$$

Maxwellův rozdělovací zákon

$$f_v(v, T, m_0) = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv}$$

pravděpodobnost, že dN molekul má rychlost v intervalu $\langle v, v + dv \rangle$

$$f_v(v, T, m_0) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right)$$

pravděpodobnost, že molekula má při dané teplotě rychlost v intervalu $\langle 0, \infty \rangle$

$$\int_0^{\infty} f_v(v) dv = 1$$

nejpravděpodobnější rychlost

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

střední kvadratická rychlost

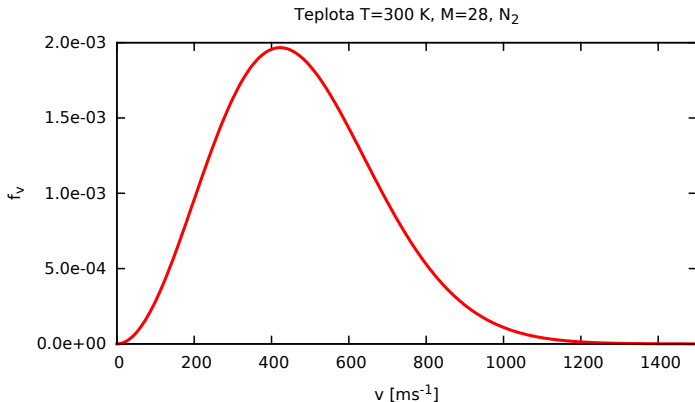
$$v_e = \sqrt{\frac{3}{2}}v_p = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

střední aritmetická rychlost

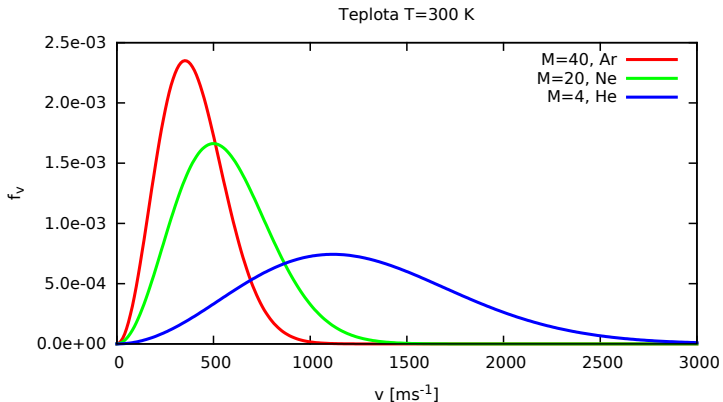
$$v_a = \sqrt{\frac{4}{\pi}}v_p = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

$$v_p < v_a < v_e$$

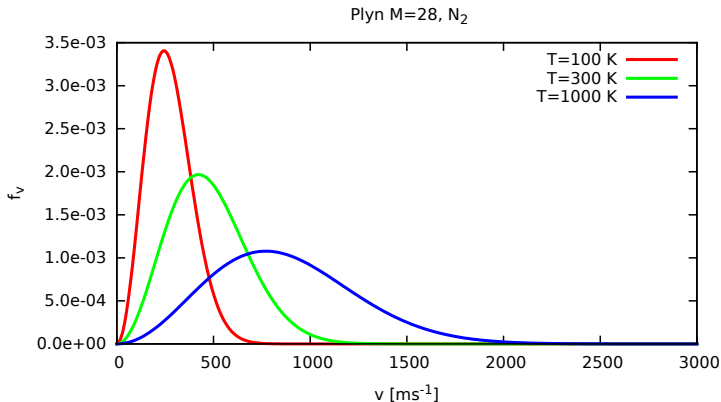
Maxwellův rozdělovací zákon



Maxwellův rozdělovací zákon - různé plyny



Maxwellův rozdělovací zákon - různé teploty



Střední volná dráha

Střední volná dráha molekul je průměrná vzdálenost mezi dvěma po sobě následujícími srážkami molekul(atomů) plynu.

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$$

n - je koncentrace, d - efektivní průměr molekuly; pro vzduch a 300 K:

$$\lambda \doteq \frac{6,63 \times 10^{-3}}{p} \quad [m]$$

zpřesnění

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \frac{1}{1 + \frac{T_\lambda}{T}}$$

T_λ je Sutherlandova konstanta pro daný plyn

Střední volná dráha - Sutherlandova konstanta

plyn	Ne	Ar	He	N ₂	O ₂	CO ₂	H ₂ O
T_λ [K]	55	145	80	110	125	254	650

plyn	He	Ar	Xe	H ₂	N ₂	O ₂	CO ₂	vzduch
d [10^{-10} m]	2,20	3,69	4,87	2,68	3,78	3,65	4,66	3,75

Počet částic dopadajících na jednotku plochy za jednotku času

Sférické souřadnice r, φ, ϑ

$$dS = r^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$$

Počet částic s rychlostí v_1 dopadajících na element dS

$$\nu_1 = \frac{n_{v1} dS}{4\pi r^2} = \frac{n_{v1} r^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi}{4\pi r^2}$$

Počet částic dopadajících na plochu kolmou na osu z

$$d\nu_2 = \nu_1 v_1 \cos\vartheta = \frac{n_{v1} \sin\vartheta d\vartheta d\varphi}{4\pi} v_1 \cos\vartheta$$

$$\begin{aligned} \nu_2 &= \frac{n_{v1}v_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta \cos\vartheta d\vartheta d\varphi = \\ &= \frac{n_{v1}v_1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta \cos\vartheta d\vartheta = \frac{n_{v1}v_1}{2} \left[\frac{\sin^2\vartheta}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{n_{v1}v_1}{4} \end{aligned}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} n_{v1} v_1$$

$$\nu = \frac{1}{4} n v_a$$

Tlak jako kinetické působení plynu

částice s rychlostí v_1

$$I = 2m_0v_1\cos\vartheta$$

$$dp_1 = dv_2I = dv_22m_0v_1\cos\vartheta$$

$$p_1 = \frac{n_{v1}}{4\pi}2m_0v_1^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2\vartheta \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$$

$$p_1 = n_{v1} m_0 v_1^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \vartheta \sin \vartheta d\vartheta =$$

$$= n_{v1} m_0 v_1^2 \left[\frac{\cos^3 \vartheta}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$p_1 = \frac{1}{3} n_{v1} m_0 v_1^2$$

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v_e^2$$

Vztah mezi koncentrací, tlakem a teplotou

Ze stavové rovnice plynu

$$\frac{pV}{T} = n_0 R = \frac{m}{M} R = \frac{m}{M} k N_A$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{m N_A}{M} \frac{1}{V} = \frac{pV}{T k} \frac{1}{V}$$

$$p = nkT$$

Plyny v dynamickém stavu

Jsou-li ve vakuovém systému různé teploty, nebo tlaky dochází k přenosu energie, nebo k proudění plynu.

Difuze plynu

Mechanismus difuze závisí na podmínkách:

- molekulární $\lambda \gg L$
- viskózně molekulární $\lambda \approx L$
- viskózní $\lambda \ll L$

Molekulární režim

rychlost přenosu závisí pouze na rychlosti a hmotnosti molekul,
částice se sráží se stěnami, mezi sebou se téměř nesráží

Viskózní režim

vznikne gradient koncentrace

$$\frac{dn_a}{dt} = \nu'_1 = -D_{ab} \frac{dn_a}{dx}$$

$$\frac{dn_b}{dt} = \nu'_2 = -D_{ba} \frac{dn_b}{dx}$$

$$p = p_1 + p_2 = konst \Rightarrow n = n_a + n_b = konst \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dn_a}{dx} = \frac{dn_b}{dx} \Rightarrow D_{ab} = D_{ba} = D$$

koeficient samodifuze

při difuzi molekul jednoho plynu

koeficient vzájemné difuze

při difuzi dvou různých plynů

koeficient samodifuze

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda \quad [\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad , \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

$$p = nkT \Rightarrow \lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda = \frac{kT}{3\sqrt{2}\pi d^2 p} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} =$$

$$= \frac{2}{3} \frac{k^{\frac{3}{2}} T^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}} d^2 p m_0^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow D \sim \frac{T^{\frac{3}{2}}}{d^2 p \sqrt{m_0}}$$

koeficient vzájemné difuze

$$D_{ab} = D_{ba} = D_a \frac{n_a}{n_a + n_b} + D_b \frac{n_b}{n_a + n_b}$$

$$D_a = \frac{1}{3} v_{a(a)} \lambda_a \quad , \quad D_b = \frac{1}{3} v_{a(b)} \lambda_b$$

při stejných počátečních koncentracích

$$n_a = n_b = n \Rightarrow D_{ab} = D_{ba} = D = \frac{1}{6} (\lambda_a v_{a(a)} + \lambda_b v_{a(b)})$$

$$T = 273 \text{ K}, p = 10^5 \text{ Pa}$$

koeficient samodifuze

plyn	H ₂	He	H ₂ O	N ₂	CO ₂	Hg	Xe
$D[10^{-4}\text{m}^2\text{s}^{-1}]$	1,27	1,25	0,14	0,18	0,1	0,025	0,05

koeficient vzájemné difuze

plyn	$D_{ab}[10^{-4}\text{m}^2\text{s}^{-1}]$ ve vzduchu	$D_{ab}[10^{-4}\text{m}^2\text{s}^{-1}]$ v H_2
H_2	0,66	1,27
He	0,57	1,25
vzduch	0,18	0,66
CO	0,175	0,64
CO_2	0,135	0,54

Efúze plynu (termomolekulární proudění)

Je-li v různých částech vakuového systému různá teplota, začnou proudit molekuly z části s vyšší teplotou do části s nižší teplotou.

Uzavřený systém rozdělený přepážkou s malým otvorem, $T_2 > T_1$

$$\nu_1 = \frac{1}{4}n_1v_{a1} \quad , \quad \nu_2 = \frac{1}{4}n_2v_{a2}$$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4}(n_2v_{a2} - n_1v_{a1})$$

proudění ustane, když $n_2 v_{a2} = n_1 v_{a1}$

$$p = nkT \quad , \quad v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_{a1}}{v_{a2}} \Rightarrow \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

spoj s velkou vodivostí (průměrem) a viskózní podmínky

$$p \approx p_1 \approx p_2$$

$$p \approx kn_1T_1 \approx kn_2T_2$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

spoj s velkou vodivostí a molekulární podmínky $n_1 \approx n_2$

Koeficient akomodace

Sdílení energie při dopadu molekuly na povrch je závislé na určitých podmínkách, které vyjadřuje koeficient akomodace.

$$d = \frac{T_2' - T_1}{T_2 - T_1}$$

kde T_1 je teplota molekuly dopadající na povrch s teplotou T_2 a T_2' je teplota odražené molekuly

Koeficient akomodace závisí na druhu plynu, na stavu a druhu povrchu a na teplotě.

Změna koeficientu v závislosti na teplotě v mezích 100 – 500 K pro různé plyny nepřekračuje 50%.

Tab. 2.9. Akomodační koeficient (při teplotě asi 300 K)

Kov		Plyn					
		He	Ne	Ar	H ₂	N ₂	O ₂
W	odplyněný (a poté s vrstvou adsorbovaného plynu)	0,02 (0,5)	0,06 (0,74)	(0,8)			
	pokrytý vrstvou plynu	0,35			0,35	0,9	0,9
Ni	pokrytý vrstvou plynu	0,4	0,8	0,95	0,3	0,8	0,85
Pt	leštěná				0,35		0,85
	neleštěná				0,3	0,8	0,85
	černěná				0,7		0,95
Fe	pokryté vrstvou plynu		H ₂	0,1			
			O ₂	0,27			
			N ₂	0,44			
sklo	neodplyněné	0,35	0,7	–	0,3	0,8	0,8

J. Groszkowski: Technika vysokého vakua, SNTL, Praha 1981

Úhlové rozdělení molekul plynu odražených od povrchu

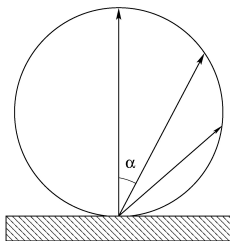
Molekuly plynu dopadající na povrch se nemusí odrážet podle zákona zrcadlového odrazu.

Doba pobytu není nekonečně krátká,

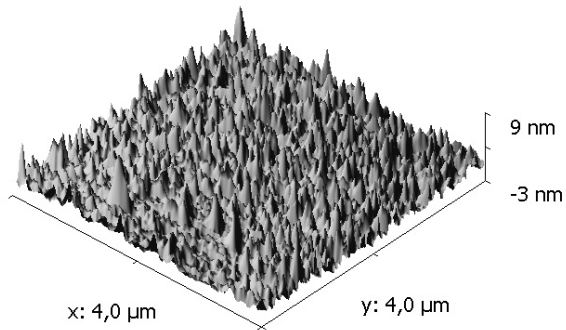
povrch vzhledem k velikosti molekuly není dokonale hladká plocha.

Rozdělení pravděpodobností se řídí kosinovým zákonem (Knudsenův zákon)

$$P(\alpha) = P_0 \cos \alpha$$



AFM - sklo



Viskozita plynu (vnitřní tření)

viskózní podmínky $\lambda \ll L$, při proudění vzniká gradient rychlosti

$$F_t = -\eta \frac{du}{dx} \Delta S$$

dynamická viskozita

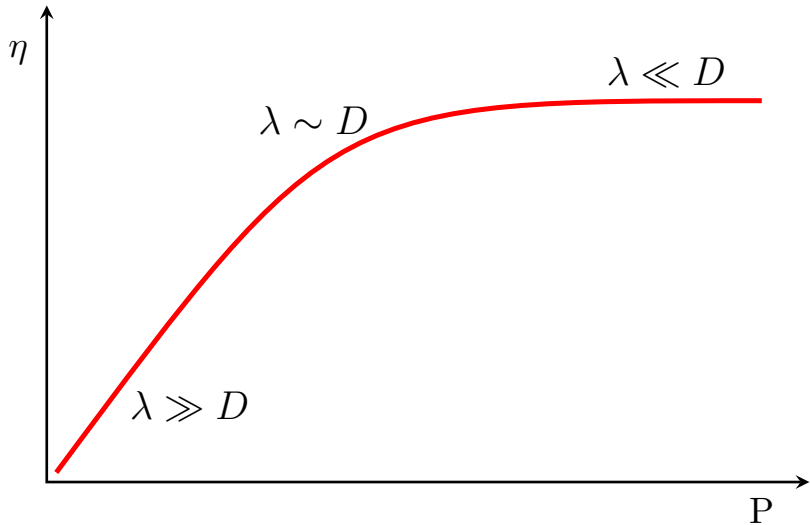
$$\eta = \frac{1}{3} \rho \lambda v_a \quad [\text{Nsm}^{-2}]$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad , \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2} \quad , \quad \rho = m_0 n \quad , \quad p = nkT$$

$$\eta = \frac{2}{3} \frac{1}{d^2} \sqrt{\frac{kTm_0}{\pi^3}} \Rightarrow \eta \approx \text{konst} \sqrt{T}$$

$$\frac{\eta_T}{\eta_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{T_\lambda}{T_0}}{1 + \frac{T_\lambda}{T}}$$

kde T_λ je Sutherlandova konstanta



Přenos tepla plynem

Množství tepla procházející za 1 sekundu plochou 1 m^2 kolmou ke směru maximálního gradientu teploty lze vyjádřit

$$W = -\Lambda \frac{dT}{dx}$$

viskózní podmínky

$$\Lambda = \frac{1}{3} \rho v_a \lambda c_v \quad [\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$$

$$\Lambda = \eta c_v$$

c_v je měrné teplo plynu při stálém objemu

při molekulárních podmínkách se všechny molekuly podílejí na přenosu tepla, přenos tepla je úměrný koncentraci a tím i tlaku

Proudění plynu

Proudění vzniká při rozdílu tlaků(koncentrací).

Typy proudění:

- turbulentní (vířivé)
- laminární (viskózní)
- molekulární

Turbulentní proudění

Nastává při velkých rychlostech, tj. při velkém rozdílu tlaků a velkých objemech. Proudnice vytváří víry.

Laminární proudění

Plyn proudí v rovnoběžných vrstvách s rozdílnou rychlostí jednotlivých vrstev

- u stěn má nulovou rychlost. Plyn se pohybuje unášivou rychlostí na kterou je superponován tepelný pohyb molekul.

Molekulární proudění

Plyn neproudí jako celek, molekuly se pohybují nezávisle na sobě.

Rozdělení vakua

vakuum	nízké	střední	vysoké	extrémně vysoké
tlak [Pa]	$10^5 - 10^2$	$10^2 - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^{-5}$	$< 10^{-5}$
n [cm^{-3}]	$10^{19} - 10^{16}$	$10^{16} - 10^{13}$	$10^{13} - 10^9$	$< 10^9$
λ [cm]	$< 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^1$	$10^1 - 10^5$	$> 10^5$
τ [s]	$< 10^{-5}$	$10^{-5} - 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^2$	$> 10^2$
proudění	viskózní	Knudsenovo	molekulární	molekulární

Hranice mezi turbulentním a laminárním prouděním

Reynoldsovo číslo R_e

$$R_e = \frac{D \rho u}{\eta}$$

$R_e > 2200$ nastává turbulentní proudění

$R_e < 1200$ nastává laminární proudění

$1200 \leq R_e \leq 2200$ přechodová oblast

Hranice mezi laminárním a molekulárním prouděním

Knudsenovo číslo K_n

$$K_n = \frac{\lambda}{D}$$

$K_n < 0,01$ nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$K_n > 1$ nastává molekulární proudění

$0,01 \leq K_n \leq 1$ přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \quad , \quad p = nkT$$

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \Rightarrow \frac{D}{\lambda} = \frac{pD\sqrt{2}\pi d^2}{kT}$$

$$T = 300 \text{ K} \quad ; \quad k = 1,38065 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$$

$$d = 3,75 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (\text{vzduch})$$

$$K_n = \frac{6,63 \times 10^{-3}}{pD}$$

$pD > 0,663$ nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$pD < 6,63 \times 10^{-3}$ nastává molekulární proudění

$6,63 \times 10^{-3} \leq pD \leq 0,663$ přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

Cvičení

1) Převod jednotek. Kolik Pa je 1 psi?

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S}$$

1 *libra* = 0,453592 kg ; *inch* = 25,4 mm ; $g = 9,80665 \text{ ms}^{-2}$

1 *psi* \doteq 6890 Pa

- 2) Máme reaktor ve tvaru válce. Reaktor je vyčerpán na tlak 0 Pa. Jaká síla působí na podstavu tohoto válce? Průměr válce je 8 cm. Atmosférický tlak je 10^5 Pa.
- 3) Máme reaktor ve tvaru válce. Průměr válce je 20 cm. Atmosférický tlak je 10^5 Pa. Jaká síla působí na podstavu tohoto válce? Reaktor je vyčerpán na tlak:
- a) 1000 Pa
 - b) 1 Pa
 - c) 10^{-5} Pa

- 4) Držák na sklo. Jaký minimální průměr musí mít přísavka vakuového manipulátoru pro přenos skleněných desek? Tlak v přísavce 1 Pa, atmosférický tlak 10^5 Pa.
Rozměry skleněné desky jsou $1 \text{ m} \times 0,5 \text{ m} \times 0,01 \text{ m}$, hustota skla je 2600 kgm^{-3} .

- 5) Vliv adsorbovaných plynů na vakuum. Reaktor ve tvaru krychle o straně 10 cm je pokryt na vnitřních stěnách mono-molekulární vrstvou plynu. Je v něm plyn o tlaku 1×10^{-4} Pa a teplotě 300 K. Nějakým způsobem uvolníme všechny vázaný plyn ze stěn. Předpokládejme, že teplota plynu zůstane stejná. Jaký je výsledný tlak v reaktoru?

Řešení:

počet molekul v objemu při tlaku $P_2 = 1 \times 10^{-4}$ Pa:

$$P = nkT ; N = nV = \frac{P}{kT}V = 2,4 \times 10^{13}$$

počet molekul na stěnách:

$$N_1 = 6 \times S \times N_p ; N_p = 0,5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-2}$$

$$N_1 = 6 \times 100 \times 0,5 \times 10^{15} = 3 \times 10^{17}$$

tlak uvolněných molekul:

$$P_1 = n_1kT = \frac{N_1}{V}kT = 1,24 \text{ Pa}$$

- 6) Spočítejte střední aritmetickou rychlost pro dusík (N_2) a vodík (H_2) pro teploty 80 K a 290 K.