Cvičení 2.

Úkol 1.: Použijte funkci clv.m pro generování 200 čísel z rozložení N(0,1). Pomocí funkce kstest.m otestujte na hladině významnosti 0,05, že vygenerovaná data se skutečně řídí rozložením N(0,1).

Návod:

Vygenerujeme n = 200 realizací z N(0,1):

```
n=200;
realizace=clv(0,1,n);
```

Vypočteme hodnoty distribuční funkce rozložení N(0,1) v bodech vygenerovaných realizací:

```
Fi=normcdf(realizace,0,1);
```

Zavoláme funkci kstest:

`[h,p,ksstat,cv]=kstest(realizace,[realizace,Fi])` (v případě, že testujeme hypotézu o rozložení N(0,1), stačí zadat jen vektor realizací)

Vstupní parametry:

`realizace` … sloupcový vektor realizací

`[realizace,Fi]` … matice nx2 obsahující vektor realizací a vektor hodnot distribuční funkce rozložení N(0,1)

Výstupní parametry:

`h` … nabývá hodnoty 0, když nulovou hypotézu nezamítáme na hladině významnosti 0,05 a hodnoty 1, když zamítáme na hladině významnosti 0,05

`p` … p-hodnota

`ksstat` … hodnota testové statistiky

`cv` … kritická hodnota

```
h =
     0
p =
    0.6009
ksstat =
    0.0533
cv =
    0.0952
```

Závěr: Na hladině významnosti 0,05 nelze zamítnout hypotézu, že vygenerovaná data pocházejí z rozložení N(0,1), protože p-hodnota je 0,6009, což je větší než 0,05.

Nepovinný úkol: Místo z rozložení N(0,1) generujte data z rozložení N(2,4) a pro ověření normality opět použijte funkci kstest.m.

Návod:

```
realizace=clv(2,2,n);
```

Pro výpočet hodnot distribuční funkce rozložení N(2,4) použijeme příkaz

```
Fi=normcdf(realizace,2,2);
```

Úkol 2.: Pro stejný úkol jako v bodě 1 použijte funkce clv_polynom.m, BM_transformace.m a funkci normrnd.m (je součástí statistického toolboxu).

Návod:

n=200;

Použití funkce clv_polynom.m

realizace=clv_polynom(0,1,n);

Fi=normcdf(realizace,0,1);

```
[h,p,ksstat,cv]=kstest(realizace,[realizace,Fi])
h =
     1
p =
   0.0497
ksstat =
   0.0952
cv =
   0.0952
```

Závěr: V tomto případě došlo na hladině významnosti 0,05 k zamítnutí hypotézy o normalitě vygenerovaných dat, protože p-hodnota je 0,0497, což je menší nebo rovno 0,05).

Použití funkce BM_transformace.m

```
realizace=BM_transformace(0,1,n);
Fi=normcdf(realizace,0,1);
[h,p,ksstat,cv]=kstest(realizace,[realizace,Fi])

h =
     0
p =
   0.9517
ksstat =
   0.0358
cv =
   0.0952
```

Závěr: Na hladině významnosti 0,05 nelze zamítnout hypotézu, že vygenerovaná data pocházejí z rozložení N(0,1), protože p-hodnota je 0,9517, což je větší než 0,05.

Použití funkce normrnd.m:

```
realizace=normrnd(0,1,n,1);
Fi=normcdf(realizace,0,1);
[h,p,ksstat,cv]=kstest(realizace,[realizace,Fi])

h =
     0
p =
   0.5528
ksstat =
   0.0554
cv =
   0.0952
```

Závěr: Na hladině významnosti 0,05 nelze zamítnout hypotézu, že vygenerovaná data pocházejí z rozložení N(0,1), protože p-hodnota je 0,5528, což je větší než 0,05.

Nepovinný úkol: Místo funkce kstest.m použijte k testování normality funkci chi2gof.m.
Návod:
Funkce chi2gof.m implicitně třídí data do 10 intervalů.
`[h,p] = chi2gof(realizace,'cdf',@normcdf)`
Vstupní parametry:
`realizace` … sloupcový vektor realizací
`'cdf'` … parametr, který dává funkci na vědomí, že bude použita distribuční funkce nějakého rozložení
`@normcdf` … označení distribuční funkce standardizovaného normálního rozložení
Výstupní parametry:
`h` … nabývá hodnoty 0, když nulovou hypotézu nezamítáme na hladině významnosti 0,05 a hodnoty 1, když zamítáme na hladině významnosti 0,05
`p` … p-hodnota

Úkol 3.: Pomocí funkce unifrnd.m vygenerujte 1000 čísel z rozložení Rs(0,1). Na hladině významnosti 0,05:

a) proveďte testy náhodnosti, a to test založený na bodech zvratu, test znamének diferencí a test založený na Spearmanově koeficientu;
b) proveďte testy nezávislosti, a to test založený na koeficientu autokorelace 1. až 10. řádu a Cochranův test.

Návod:
Vygenerujeme n = 1000 realizací z Rs(0,1):
```
n=1000;
x=unifrnd(0,1,n,1);
```
Zvolíme hladinu významnosti:
```
alfa=0.05;
```

Ad a)
<u>Provedení testu založeného na bodech zvratu</u>
Zavoláme funkci body_zvratu:
`[h,p,u]=body_zvratu(x,alfa)`
Vstupní parametry:
`x` … sloupcový vektor realizací
`alfa` ... hladina významnosti
Výstupní parametry:
`h` … nabývá hodnoty 0, když nulovou hypotézu nezamítáme na hladině významnosti 0,05 a hodnoty 1, když zamítáme na hladině významnosti 0,05
`p` … p-hodnota
`u` … hodnota testové statistiky

```
h =
    0
p =
   0.3545
u =
   -0.9258
```
Závěr: Test založený na bodech zvratu na hladině významnosti 0,05 nezamítá hypotézu, že posloupnost vygenerovaných čísel je náhodná, protože p-hodnota je 0,3545, což je větší než 0,05.

Provedení testu založeného na znaménkách 1. diferencí

Zavoláme funkci znamenka_diferenci:

```
[h,p,u]=znamenka_diferenci(x,alfa)
```

Vstupní a výstupní parametry jsou stejné jako u funkce body_zvratu.

```
h =
    0
p =
   0.4115
u =
   0.8212
```

Závěr: Test založený na znaménkách 1. diferencí na hladině významnosti 0,05 nezamítá hypotézu, že posloupnost vygenerovaných čísel je náhodná, protože p-hodnota je 0,4115, což je větší nebo rovno 0,05.

Provedení testu založeného na Spearmanově koeficientu

Utvoříme vektor `y=[1:n]';`

Pomocí funkce tiedrank zjistíme vektor pořadí:

```
R=tiedrank(x);
```

Pomocí funkce corrcoef spočteme koeficient korelace a odpovídající p-hodnotu:

```
[rs,p]=corrcoef(y,R)
```

Rozhodnutí o nulové hypotéze učiníme na základě porovnání p-hodnoty se zvolenou hladinou významnosti alfa.

Je-li p ≤ alfa, hypotézu o pořadové nezávislosti realizací zamítáme na hladině významnosti alfa, v opačném případě nikoliv.

```
rs =
   1.0000   -0.0225
  -0.0225    1.0000
p =
   1.0000    0.4767
   0.4767    1.0000
```

Závěr: Mezi členy vygenerované posloupnosti existuje zanedbatelně slabá nepřímá pořadová závislost, která není prokazatelná na hladině významnosti 0,05.

Ad b)

Provedení testu založeného na koeficientech autokorelace 1. až 10. řádu a Cochranova testu:

1. „Ruční" výpočet + funkce Cochran.m

Vypočteme koeficient autokorelace 1. řádu a odpovídající p-hodnotu:

```
[r,p]=corrcoef(x(1:n-1),x(2:n))
```

Rozhodnutí o nulové hypotéze učiníme na základě porovnání p-hodnoty se zvolenou hladinou významnosti alfa.

Je-li p ≤ alfa, hypotézu o neexistenci autokorelace 1. řádu zamítáme na hladině významnosti alfa, v opačném případě nikoliv.

Analogicky počítáme koeficient autokorelace 2. řádu a příslušnou p-hodnotu:

```
[r,p]=corrcoef(x(1:n-2),x(3:n))
```

Tak postujeme dál až ke koeficientu autokorelace 10. řádu:

```
[r,p]=corrcoef(x(1:n-10),x(11:n))
```

Postup lze zjednodušit použitím cyklu:

```
rad=10;
```

```
for i=1:rad
    [r,p]=corrcoef(x(1:n-i),x(i+1:n))
end
```

```
r =
   1.0000    0.0176
   0.0176    1.0000
p =
   1.0000    0.5777
   0.5777    1.0000
```

Koeficient autokorelace 1. řádu je 0,0176 a není významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
   1.0000   -0.0012
  -0.0012    1.0000
p =
   1.0000    0.9688
   0.9688    1.0000
```

Koeficient autokorelace 2. řádu je -0,0012 a není významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
   1.0000   -0.0016
  -0.0016    1.0000
p =
   1.0000    0.9603
   0.9603    1.0000
```

Koeficient autokorelace 3. řádu je -0,0016 a není významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
   1.0000   -0.0870
  -0.0870    1.0000
p =
   1.0000    0.0060
   0.0060    1.0000
```

Koeficient autokorelace 4. řádu je -0,087 a je významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
   1.0000   -0.0044
  -0.0044    1.0000
p =
   1.0000    0.8885
   0.8885    1.0000
```

Koeficient autokorealce 5. řádu je -0,0044 a není významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
   1.0000    0.0023
   0.0023    1.0000
p =
   1.0000    0.9424
   0.9424    1.0000
```

Koeficient autokorelace 6. řádu je 0,0023 a není významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
    1.0000   -0.0525
   -0.0525    1.0000
p =
    1.0000    0.0982
    0.0982    1.0000
```

Koeficient autokorelace 7. řádu je -0,0525 a není významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
    1.0000    0.0507
    0.0507    1.0000
p =
    1.0000    0.1104
    0.1104    1.0000
```

Koeficient autokorelace 8. řádu je 0,0507 a není významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
    1.0000   -0.0244
   -0.0244    1.0000
p =
    1.0000    0.4426
    0.4426    1.0000
```

Koeficient autokorelace 9. řádu je -0,0244 a není významný na hladině významnosti 0,05.

```
r =
    1.0000    0.0061
    0.0061    1.0000
p =
    1.0000    0.8478
    0.8478    1.0000
```

Koeficient autokorelace 10. řádu je 0,0061 a není významný na hladině významnosti 0,05.

Cochranův test provádí funkce Cochran.m.

`[Q,chi,h,p]=Cochran(x,rad,alfa)`

Vstupní parametry:

`x` … sloupcový vektor realizací

`rad` … řád autokorelace

`alfa` … hladina významnosti

Výstupní parametry:

`Q` … hodnota testové statistiky

`chi` … kritická hodnota

`h` … nabývá hodnoty 0, když nulovou hypotézu nezamítáme na hladině významnosti alfa a hodnoty 1, když zamítáme na hladině významnosti alfa

`p` … p-hodnota

Q =
13.8808
chi =
18.3070
h =
0
p =
0.1785
Závěr: Cochranův test nezamítá na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že všechny koeficienty autokorelace od 1. do 10. řádu jsou nulové.

2. Použití funkce autokorelace.m (oproti funkci Cochran.m poskytne ještě korelogram)
`[T,Q,P,h]=autokorelace(x,k,alfa)`
Funkce autokorelace.m má 3 vstupní parametry:
x ... vektor realizací
k ... maximální řád koeficientu autokorelace
alfa ... volitelný parametr, hladina významnosti pro Cochranův test, implicitně alfa=0,05
a 4 výstupní parametry:
T ... tabulka obsahující korelogram a výsledky testu hypotézy H_0: $\rho_k = 0$
Q ... hodnota testové statistiky Cochranova testu
P ... p-hodnota Cochranova testu
h ...výsledek Cochranova testu: h=0 nezamítáme hypotézu, že všechny koeficienty autokorelace jsou nula, h=1 zamítáme tuto hypotézu

T =

1.0000	0.0176	0.5777	0
2.0000	-0.0012	0.9688	0
3.0000	-0.0016	0.9603	0
4.0000	-0.0870	0.0060	1.0000
5.0000	-0.0044	0.8885	0
6.0000	0.0023	0.9424	0
7.0000	-0.0525	0.0982	0
8.0000	0.0507	0.1104	0
9.0000	-0.0244	0.4426	0
10.0000	0.0061	0.8478	0

Q =
13.8808
P =
0.1785
h =
0