

13.1 $P(x) = x^4 + x + 1$

kódování 7-bitové
→ \mathbb{F}_2 kódování (11, 7)

Ukážeme kódování \mathbb{F}_2
generátory $1, x, x^2, \dots, x^6$

$$1 \mapsto x^4 \equiv x + 1 \pmod{P(x)}$$

$$1 \mapsto x^4 + \underline{x + 1}$$

$$x \mapsto x^5 = x(x^4 + x + 1) + x^2 + x$$

$$x \mapsto x^5 + \underline{x^2 + x}$$

$$x^2 \mapsto x^6 = x^2(x^4 + x + 1) + x^3 + x^2$$

$$x^2 \mapsto x^6 + \underline{x^3 + x^2}$$

$$x^3 \mapsto x^7 \equiv x^4 + x^3 \equiv x^3 + x + 1$$

$$x^3 \mapsto x^7 + \underline{x^3 + x + 1}$$

$$x^4 \mapsto x^8 \equiv x(x^3 + x + 1) \equiv x^4 + x^2 + x \equiv x^2 + 1$$

$$x^4 \mapsto x^8 + \underline{x^2 + 1}$$

$$x^5 \mapsto x^9 \equiv x^3 + x$$

$$x^5 \mapsto x^9 + \underline{x^3 + x}$$

$$x^6 \mapsto x^{10} \equiv x^4 + x^2 \equiv x^2 + x + 1$$

$$x^6 \mapsto x^{10} + \underline{x^2 + x + 1}$$

Generic matrix

	1	x	x ²	x ³	x ⁴	x ⁵	x ⁶
1	0	0	1	1	0	1	
1	1	1	1	0	1	1	
0	1	1	0	1	0	1	
0	0	1	1	0	1	0	
1	0	0	0	0	0	0	
0	1	0	0	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	0	0	

$\equiv G$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Zjednotite zprimo 1100011

$$\begin{aligned} & \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \swarrow \\ & (x^4 + \underline{x+1}) + (x^5 + \underline{x^2} + \underline{x}) + \\ & + (x^9 + \underline{x^3} + \underline{x}) + (x^{10} + \underline{x^2} + \underline{x+1}) \\ & \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \\ & \quad \quad \quad x^5 \quad \quad \quad x^6 \quad \quad \quad \\ & = x^{10} + x^9 + x^5 + x^4 + x^2 \end{aligned}$$

$$\boxed{1100011 \mapsto 00011100011}$$

(ii) Otvorili jste kód

$$10111010001$$

Jaká byla poslano zpravo, ...

Justiže dosí lokálně u max

1 bitu?

$$\begin{aligned} \rightarrow q(x) &= x^{10} + x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + 1 \\ &= x^6(x^4 + x + 1) + \underbrace{x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + 1} \\ &= x^3(x^4 + x + 1) + x^2 + 1 \\ &= x^2 + 1 \pmod{p(x)} \end{aligned}$$

\Rightarrow obdržet má zpráva
přísila s chybou

$$x^i \equiv x^2 + 1 \pmod{p(x)}$$

\leadsto chyba v i -tém bitu

$i \in \{4, \dots, 10\}$ v i z příslušných
počítáním

$$x^8 = x^2 + 1 \pmod{p(x)}$$

$$i \in \{0, \dots, 3\} : x^i \equiv x^i \pmod{p(x)}$$

Zadání : chyba v 9. bitu

10 111010001

Průvodní

10 111 010101

opraveno

└──────────┘

Průvodní

zpráva

Byla poslána zpráva

1010101

(iii) Jaká byla poslána

zpráva z průvodu, je

došlo k chybě na prvních
dvou bitech?

$$\text{Průvodní} = q(x) \equiv x^2 + 1$$

3. bit 1. bit

1. a 3. bit

Plürio byt n'co mod'nost:

chceme $x^i + x^j \equiv x^7 + 1$

$i, j \neq 4$

$x^0 = 1$	\rightsquigarrow	1	\leftarrow
x	\rightsquigarrow	x	\leftarrow
x^2	\rightsquigarrow	x^2	\leftarrow
x^3	\rightsquigarrow	x^3	x
x^4	\rightsquigarrow	$x+1$	\leftarrow
x^5	\rightsquigarrow	$x^7 + x$	\leftarrow
x^6	\rightsquigarrow	$x^3 + x^2$	
x^7	\rightsquigarrow	$x^7 + x + 1$	\leftarrow
x^8	\rightsquigarrow	$x^7 + 1$	x
x^9	\rightsquigarrow	$x^3 + x$	
x^{10}	\rightsquigarrow	$x^7 + x + 1$	

Sdu'ot
 dnoz
 v'ad hi
 ma'
 do't
 $x^7 + 1$

$x^4 + x^5 \equiv x^7 + 1$
 $1 + x^7 \equiv x^7 + 1$

5. a 6. bit
1. a 3. bit

$$x + x^7 \equiv x^2 + 1$$

2. a 8. bit

→ 10111010001 - obdržené
Schůpce

10110110001 - opravená
chyba

↓
přivodní zpráva

13.2 (7, 2) kód dany

Polynom

$$P(x) = x^5 + x^4 + x^2 + 1$$

$$1 \mapsto x^5 + x^4 + x^2 + 1$$

$$x \mapsto x^6 = x(x^5 + x^4 + x^2 + 1) + \underline{x^5 + x^3 + x}$$

$$x \mapsto x^6 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \equiv x^5 + x^3 + x$$

$$\equiv x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

Generující matice

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Prüfvektor 0010111

$$H \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

}
 Syndrom

$$H \cdot \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix} = 0$$

↑
kódová
slova bez
chyby

Výpis kódových
slov bez chyby:

0	1	1	0
0	0	1	1
0	1	1	0
0	0	1	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1

Všechna slova se stejným

syndromem jsou:

0010111, 1000001,

1101010, 0111100

Závěr: 0010111 - 1000001

= 1010110



kódová slova (bez chyby)

które je najbliżej
obdźwięczonym słowu
(s clytew).

Zatem: słowo przed
zakładanym było 10