

# Dynamika – evoluce populací

prof. Ing. Tomáš Urban, Ph.D.  
*urban@mendelu.cz*

## Cíle genetiky populací

- ✓ popsat frekvence alel a genotypů
- popsat změny frekvencí alel a genotypů v čase (genetické změny v populacích)
- analyzovat faktory vedoucí ke změnám alelových a genotypových frekvencí
- určit, jak tyto faktory mění frekvence alel a genotypů

# Výjimky H.-W. předpokladů

- Působí **selekce**, **migrace** (tok genů), **mutace**
- Malá populace (drift) a inbríding
- Vazba
- Geny umístěné na pohlavních chromozomech

## Procesy narušující genetickou rovnováhu

### Stochastické (náhodné) změny

- nelze určit směr, ale jen velikost změn četnosti alel a genotypů ano
- náhodný (genetický) drift, náhodné změny v migraci, ve směru a intenzitě selekce

### Systematické (nenáhodné, soustavné) změny

- lze určit směr a velikost změny v četnosti alel a genotypů
- opakované mutace, jednosměrné migrace, dlouhodobý selekční tlak

# Vliv selekce na četnost autozomálních genů

Selekce přírodní a umělá; pozitivní a negativní

Když jsou různé skupiny jedinců lišící se svým fitness

**FITNESS** – pravděpodobnost, že se určitý genotyp zúčastní na genové výstavbě další generace (adaptivní hodnota genotypu, reprodukční způsobilost): **W** (0 - 1)

Složky: životaschopnost (jak dlouho), páření (kolikrát), plodnost (kolik)

**SELEKČNÍ KOEFICIENT** – síla, intenzita působící na každý genotyp, snižující jeho fitness : **s** (0 - 1)

odezva na selekci, když jsou genetické rozdíly mezi skupinami jedinců

## Vliv selekce na četnost autozomálních genů

$$s + W = 1$$

$$s = 1 - W$$

$$W = 1 - s$$

➤ Pravděpodobnost produkce gamet nesoucí alelu **a**:

$$P(aa) = f(aa) \cdot W_{aa} = q^2 \cdot (1 - s)$$

# Selekce přes jednu generaci I

| RODIČE    | Genotypy    |             |             | Alely |      |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------|------|
|           | AA          | Aa          | aa          | A     | a    |
| frekvence | 0,36        | 0,48        | 0,16        | 0,60  | 0,40 |
| <b>W</b>  | <b>1,00</b> | <b>0,95</b> | <b>0,30</b> |       |      |

Po selekci

|           |      |       |       |                   |  |
|-----------|------|-------|-------|-------------------|--|
| frekvence | 0,36 | 0,456 | 0,048 | $\bar{W} = 0,864$ |  |
|-----------|------|-------|-------|-------------------|--|

Přepočet na 100%

|           |        |        |        |        |        |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| frekvence | 0,4167 | 0,5278 | 0,0555 | 0,6806 | 0,3194 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|

➤ Průměrný fitness populace:

$$\bar{W} = p^2 \cdot W_{AA} + 2pq \cdot W_{Aa} + q^2 \cdot W_{aa}$$

# Selekce přes jednu generaci II

| Frekvence | AA            | Aa            | aa            | HWE |
|-----------|---------------|---------------|---------------|-----|
| před      | 0,36          | 0,48          | 0,16          | ANO |
| po        | <b>0,4167</b> | <b>0,5278</b> | <b>0,0555</b> | NE  |

| Alely - frekvence u rodičů před selekcí |        |
|---|--------|
| $f(A) = p$                              | 0,6000 |
| $f(a) = q$                              | 0,4000 |

| Rodiče         |        | AA            | Aa            | aa            |
|----------------|--------|---------------|---------------|---------------|
| AA x AA        | 0,1736 | 0,1736        |               |               |
| AA x Aa        | 0,4398 | 0,2199        | 0,2199        |               |
| AA x aa        | 0,0463 |               | 0,0463        |               |
| Aa x Aa        | 0,2785 | 0,0696        | 0,1393        | 0,0696        |
| Aa x aa        | 0,0586 |               | 0,0293        | 0,0293        |
| aa x aa        | 0,0031 |               |               | 0,0031        |
| <b>Potomci</b> |        | <b>0,4632</b> | <b>0,4348</b> | <b>0,1020</b> |

| Alely - frekvence u rodičů po selekci |               |
|---------------------------------------|---------------|
| $f(A) = p'$                           | <b>0,6806</b> |
| $f(a) = q'$                           | <b>0,3194</b> |

$$\Delta p = +0,0806$$

$$\Delta q = -0,0806$$

| Alely - frekvence u potomků |               |
|-----------------------------|---------------|
| $f(A) = p_1$                | <b>0,6806</b> |
| $f(a) = q_1$                | <b>0,3194</b> |

HWE - ANO

↓

| Potomci |        | A             | a             |
|---------|--------|---------------|---------------|
|         |        | 0,6806        | 0,3194        |
| A       | 0,6806 | 0,4632        | 0,2174        |
| a       | 0,3194 | 0,2174        | 0,1020        |
| AA      |        | <b>0,4632</b> |               |
| Aa      |        | <b>0,4348</b> |               |
| aa      |        |               | <b>0,1020</b> |

# Př. změny letálních alel v homozygotním genotypu

- Rodičovská populace v rovnováze (úplná dominance):
  - $p^2 (AA) + 2pq (Aa) + q^2 (aa) = 1$      $W_{aa} = 0,00$      $s_{aa} = 1,00$
- **Úplná selekce na genotyp  $aa$**   $\Rightarrow$  pro další plemenitbu v populaci rodičů jen genotypy  $p^2 (AA) + 2pq (Aa)$
- Frekvence alel v  $F_1$  generaci bude:
  - alela **A**:                      alela **a**:

$$p_1 = \frac{1}{1 + q_0}$$

$$q_1 = \frac{q_0}{1 + q_0}$$

$$n = \frac{1}{q_n} - \frac{1}{q_0}$$

$$q_n = \frac{q_0}{1 + n \cdot q_0}$$

Změna četnosti alel mezi generací rodičů a potomků

$$\Delta q = q_1 - q_0 = -\frac{q_0^2}{1 + q_0} \cong -q_0^2$$

Úplná selekce ( $s = 1$ ) vůči genotypu recesivního homozygota v průběhu 1000 generací

| Generace | frekvence p | frekvence q | $p^2$  | $2pq$  | $q^2$    |
|----------|-------------|-------------|--------|--------|----------|
| 0        | 0,5         | 0,5         | 0,25   | 0,50   | 0,25     |
| 1        | 0,67        | 0,33        | 0,45   | 0,44   | 0,12     |
| 2        | 0,75        | 0,25        | 0,56   | 0,38   | 0,06     |
| 3        | 0,80        | 0,20        | 0,64   | 0,32   | 0,04     |
| 4        | 0,833       | 0,167       | 0,694  | 0,278  | 0,028    |
| 5        | 0,857       | 0,143       | 0,734  | 0,245  | 0,020    |
| 10       | 0,917       | 0,083       | 0,841  | 0,152  | 0,007    |
| 40       | 0,976       | 0,024       | 0,953  | 0,047  | 0,001    |
| 70       | 0,986       | 0,014       | 0,972  | 0,028  | 0,0002   |
| 100      | 0,9902      | 0,0098      | 0,9805 | 0,0194 | 0,0001   |
| 200      | 0,9950      | 0,0050      | 0,9900 | 0,0100 | 0,00003  |
| 1000     | 0,9990      | 0,0010      | 0,9980 | 0,0020 | 0,000001 |



# Vliv migrace na změnu četnosti alel - *gene flow*

Přemístění genotypů z jedné populace do druhé: Emigrace, Imigrace

začlenění nového zvířete z jiné populace

zakoupení nového plemeníka a jeho začlenění do plemnitby

import nových plemen (na zušlechtění, ...)

**Př.:** model pevnina → ostrov

$m_i$  – koeficient migrace (podíl migrantů vzhledem k velikosti nové smíšené populace)

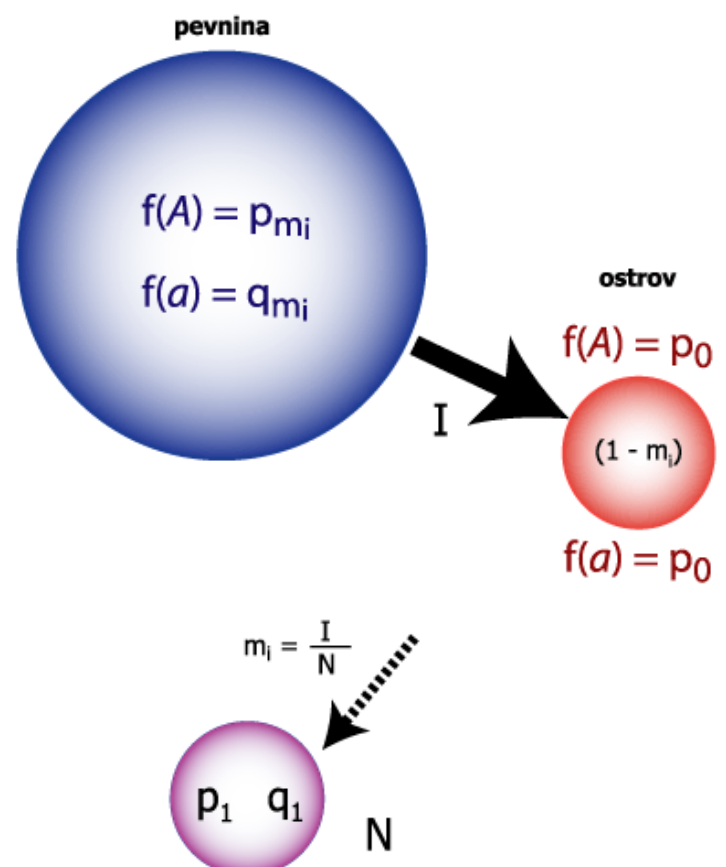
$$m_i = \frac{I}{N}$$

- $p_{mi}$  - frekvence alely A v imigrující populaci (na pevnině)
- $p_0$  - frekvence alely A v původní populaci (ostrov)
- $(1 - m_i)$  - relativní četnost jedinců v původní populaci (ostrov)
- $p_1$  a  $q_1$  - četnosti alel smíšené populace

## Migrace (model pevnina → ostrov)

$$p_1 = m_i \cdot p_{m_i} + (1 - m_i) \cdot p_0 =$$
$$m_i \cdot (p_{m_i} - p_0) + p_0$$

$$q_1 = m_i \cdot q_{m_i} + (1 - m_i) \cdot q_0 =$$
$$m_i \cdot (q_{m_i} - q_0) + q_0$$



# Změna četnosti alel při migraci

Závisí na :

četnosti imigrantů, četnosti imigrujících alel a alel v původní populaci

$$\Delta p = p_1 - p_0 = m_i (p_{m_i} - p_0)$$

$$\Delta q = q_1 - q_0 = m_i (q_{m_i} - q_0)$$

- Genetická rovnováha nastane, když genové četnosti původní populace se vyrovnají s četnostmi imigrující populace:  $p_0 = p_{mi}$  nebo  $q_0 = q_{mi}$

## Vliv genové mutace na změnu četnosti alel

Chemická změna v genu, v sekvenci bazí

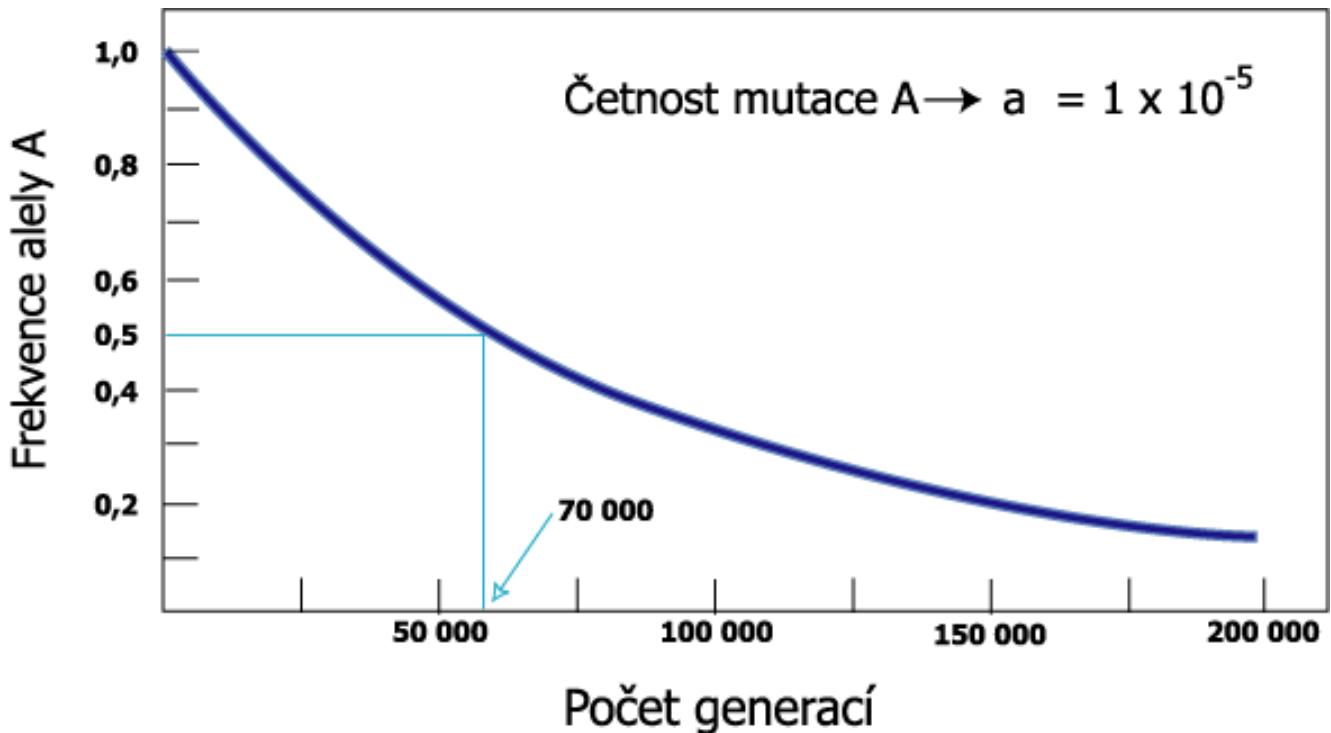
Obvykle fatální ( $W = 0$ ;  $s = 1,0$ )

Běžně nemají velký význam ( $10^{-5} - 10^{-8}$ )

Významné jsou mutace opakující se

Jejich vliv probíhá současně se selekcí

# Vliv genové mutace na změnu četnosti alel



## Opakovaná jednosměrná mutace (nevratná)

- alela **A** mutuje intenzitou **u** na alelu **a**

- četnost alel:  $p_0$ ;  $q_0 = (1 - p_0)$

- nové četnosti alel

- **A** ...  $p_1 = p_0 - up_0$

- **a** ...  $q_1 = q_0 + up_0 = (1 - p_1)$

- **změna** četnosti alel za 1 generaci

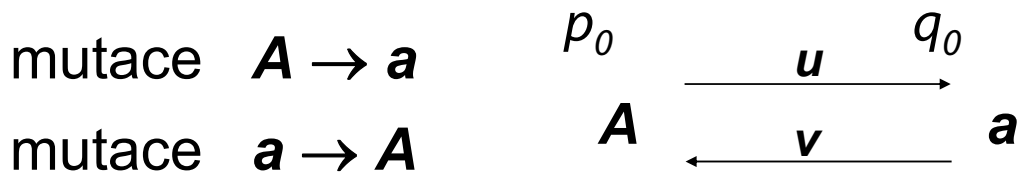
$$\Delta p = (p_1 - p_0) = (p_0 - up_0) - p_0 = -up_0$$

$$\Delta q = (q_1 - q_0) = (q_0 + up_0) - q_0 = +up_0$$

- Změna četnosti alel je závislá na počáteční četnosti alel a na intenzitě přímé mutace



## Zpětná mutace



$$p_1 = p_0 - up_0 + vq_0 \quad q_1 = q_0 - vq_0 + up_0$$

Změna četnosti alel mezi generacemi:

$$\Delta p = p_1 - p_0 = -up_0 + vq_0$$

$$\Delta q = q_1 - q_0 = -vq_0 + up_0$$

ROVNOVÁHA:  $p \cdot u = q \cdot v$  neboli  $p/q = v/u$

## Vliv velikosti populace

H.W. rovnováha - *nekonečně* velká populace !!!

- selekce je předvídatelná a determinovatelná

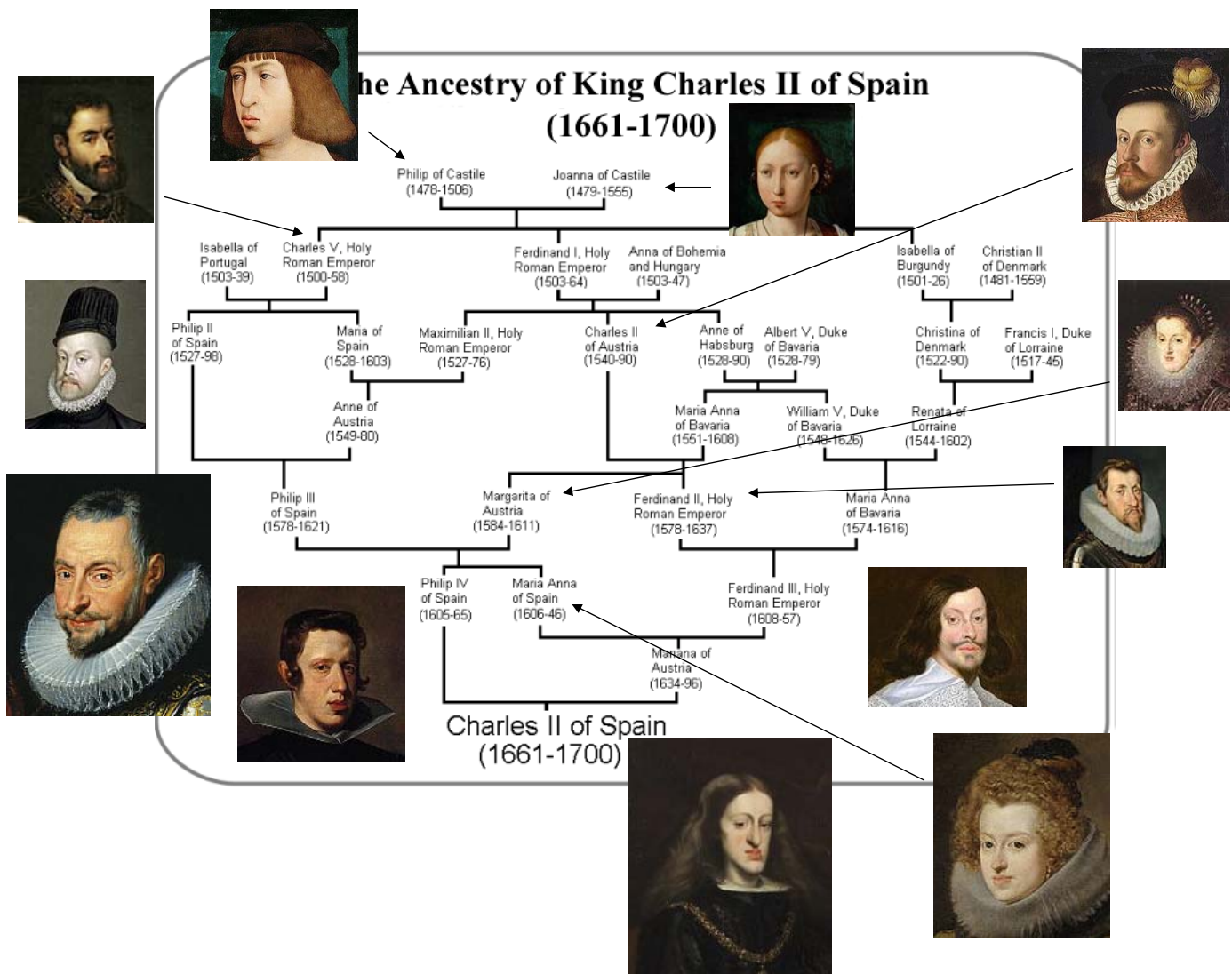
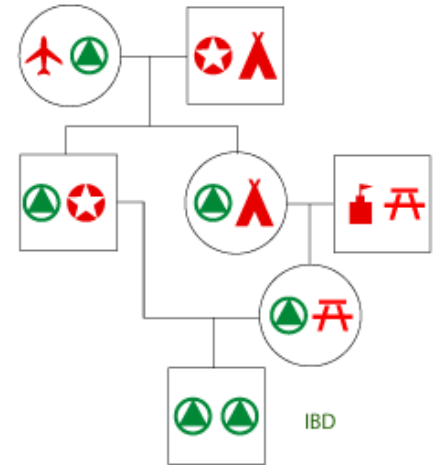
### ALE

- reálné populace mají konečnou velikost
- velikost má vliv na dynamiku populace
  - výkyvy frekvencí alel - drift
  - inbríding

# Efekt inbrídingu (příbuznosti)

inbríding - oplození mezi příbuznými jedinci

Koeficient příbuzenské plemenitby **F** -  
pravděpodobnost, že 2 alely v genu u  
jednoho jedince mají totožný původ  
(**IBD**) – byly odvozeny replikací z  
jedné alely v předešlých generacích



# Koeficient inbrídingu

- ✓ Při náhodném oplození (HWE):  $h = H_0 = 2pq$
- ✓ koeficient inbrídingu ~ efekt inbrídingu (podíl snížení heterozygotnosti ve vztahu k panmixii při stejných frekvencích alel):

$$F = \frac{(H_0 - H_p)}{H_0} = 1 - \frac{H_p}{H_0}$$

Wright  
(1950)

Bez  
inbrídingu  
- více  
heterozygotů

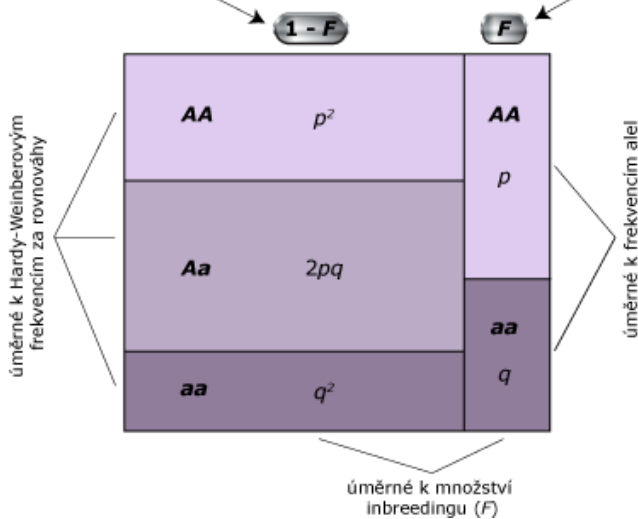
-1 0 +1

Kompletní  
identita  
- zvyšuje se  
počet  
homozygotů

## Odvození četností genotypů za působení inbrídingu (F)

Pravděpodobnost, že geny zůstanou  
allozygotní navzdory inbreedingu

Pravděpodobnost, že se geny stanou  
autozygotní v důsledku inbreedingu



**Aa**

$$h = H_p = H_0 - H_0 F = H_0(1 - F) = 2pq(1 - F)$$

$$p = D + H/2 \rightarrow$$

$$D = p - 2pq(1 - F)/2 \rightarrow \dots$$

$$\rightarrow D = p^2(1 - F) + Fp$$

$$\mathbf{AA} \quad d = p^2(1 - F) + Fp = p^2 + Fpq$$

$$\mathbf{aa} \quad r = q^2(1 - F) + Fq = q^2 + Fpq$$

# Vliv příbuzenského křížení I

Základní efektem je zvyšování četností homozygotních genotypů na úkor heterozygotů

⇒  $F \approx$  index fixace alely

Četnost genotypů při inbrídingu, za 1 generaci

**AA**            **Aa**            **aa**  
↓                    ↓                    ↓

$$[p^2 + Fpq] + [2pq \cdot (1 - F)] + [q^2 + Fpq] = 1,00$$

# Vliv příbuzenského křížení II

Vzrůstá počet homozygotních genotypů a snižuje se počet heterozygotů

## Heterozygotnost

$$\text{Het} = \text{Het}_{\text{HW}}(1-F) = 2pq(1-F)$$

$F \sim$  heterozygotní deficit

✓ Velikost změn je dána:

- hodnotou  $F$
- velikostí počátečních frekvencí alel

➤ Alelové frekvence se **nemění!**

➤ Inbrední deprese

# Projevy inbrední deprese

Snižuje plodnost – velikost vrhu a kvalita spermií

Zvyšuje výskyt genetických onemocnění

Nižší porodnost

Vyšší mortalita mláďat

Nižší růstová intenzita

Menší velikost dospělých jedinců

Ztráta či nedostatečnost funkce imunitního systému

...

## Náhodný genový (genetický) drift (posun)

Náhodný (stochastický) evoluční proces

Změny četnosti alel v malých populacích v důsledku náhodného výběru vzorku mezi gametami, chyba výběru

Čím menší výběr, tím větší je jeho chyba

Variabilita alelových četností v následující generaci

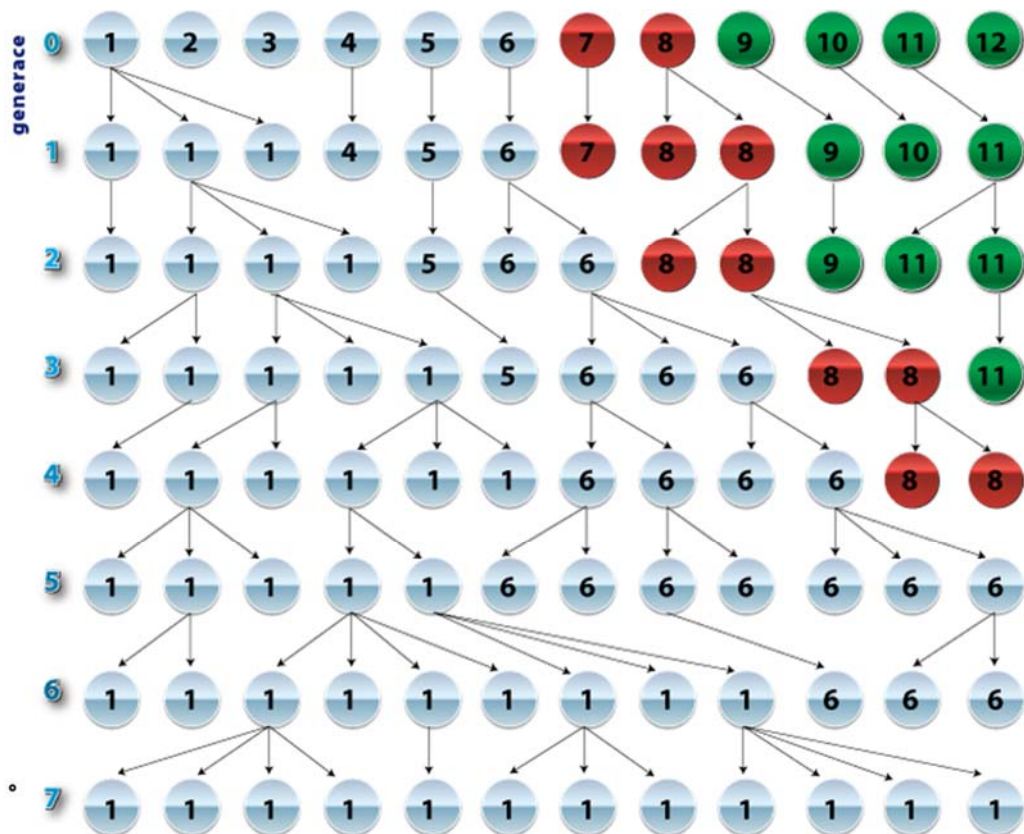
$$s_{(p;q)}^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$



směrodatná odchylka:  $s_{p;q} = \pm \sqrt{\frac{p \cdot q}{2N}}$

Jeho velikost je dána velikostí populace a četností alel -  
**nelze kontrolovat směr !!!**

gamety



DRIIFT



Identical by descent (IBD) – identické podle původu ~ vztah k inbrídingu

## Účinek genetického driftu po jednu generaci

$$s_{p;q} = \pm \sqrt{\frac{p \cdot q}{2N}}$$

Nepředpověditelná předpověď!  
Distribuce je však známá!

| Velikost populace<br>N | Počet gamet<br>2N | Směrodatná odchylka<br>s | Rozptyl očekávaný při 95 % pravděp.<br>$p \pm 2s$ |
|------------------------|-------------------|--------------------------|---|
| <b>p = q = 0,5</b>     |                   |                          |   |
| 5                      | 10                | 0,16                     | 0,18 - 0,82                                       |
| 50                     | 100               | 0,05                     | 0,40 - 0,60                                       |
| 500                    | 1000              | 0,016                    | 0,468 - 0,532                                     |
| <b>p = 0,3 q = 0,7</b> |                   |                          |   |
| 5                      | 10                | 0,145                    | 0,01 - 0,59                                       |
| 50                     | 100               | 0,046                    | 0,208 - 0,392                                     |
| 500                    | 1000              | 0,0145                   | 0,271 - 0,329                                     |

## Příklad simulace GD I.

- ✓ Počáteční frekvence alely  $A$  je  $p = 0,5$
- ✓ Počáteční frekvence alely  $a$  je  $q = 0,5$
- ✓ Velikost populace  $N = 5$
- ✓ Počet generací 1 – 100

| Generace | Frekvence $A$      | Frekvence $a$     |
|----------|--------------------|-------------------|
| 1        | 0,5                | 0,5               |
| 2        | 0,406139182974861  | 0,593860817025139 |
| 3        | 0,0963863334649935 | 0,903613666535007 |
| 4        | 0,00               | 1,00              |

eliminace alely  $A$ 
fixace alely  $a$

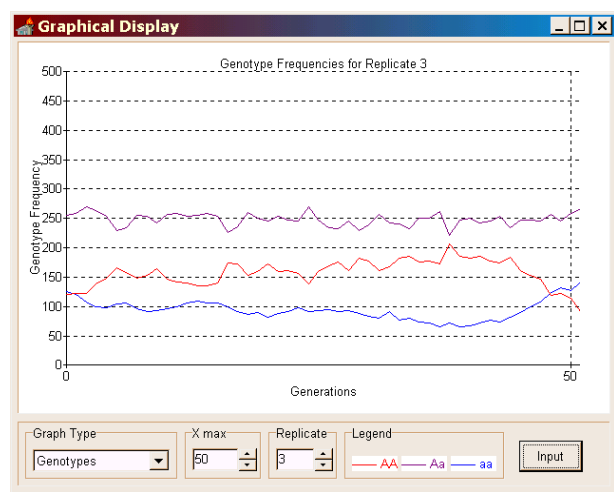
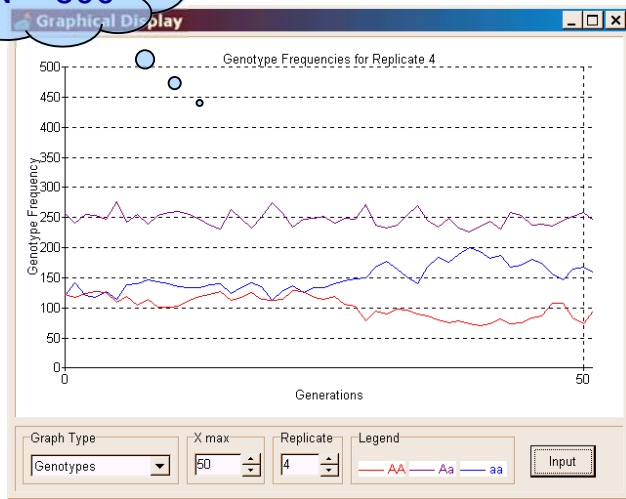
$$F = \frac{1}{2N} = 0,1$$

## Příklad simulace GD II.

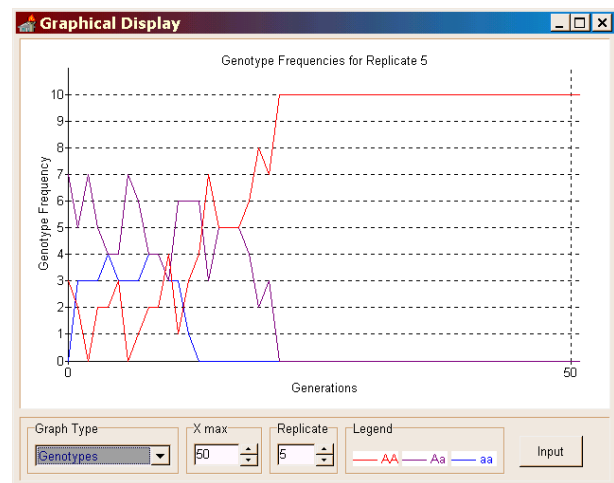
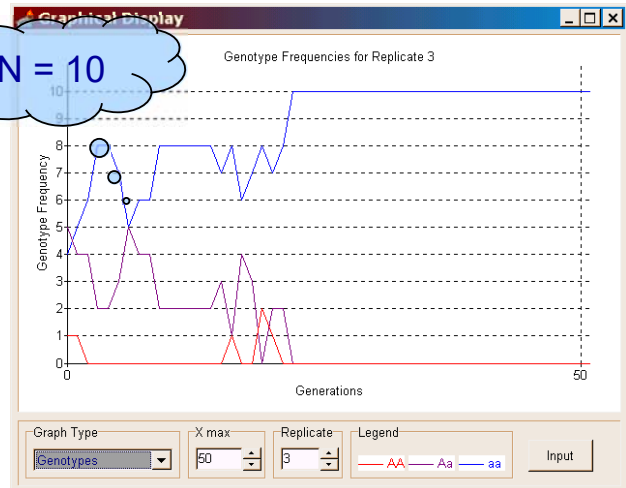
- ✓ Počáteční frekvence alely  $A$  je  $p = 0,5$
- ✓ Počáteční frekvence alely  $a$  je  $q = 0,5$
- ✓ Velikost populace je  $N = 100$
- ✓ Počet generací 1 - 100

| Generace | Frekvence $A$      | Frekvence $a$     |
|----------|--------------------|-------------------|
| 1        | 0,5                | 0,5               |
| 2        | 0,568280861725784  | 0,431719138274216 |
| 3        | 0,575873980370522  | 0,424126019629478 |
| 4        | 0,334372396138572  | 0,666562760386143 |
| :        | :                  | :                 |
| 99       | 0,0194424676540079 | 0,980557532345992 |
| 100      | 0,0293774019006036 | 0,970622598099396 |

N = 500



N = 10

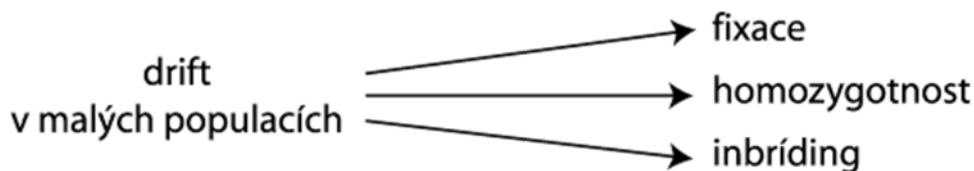


## Závěr GD

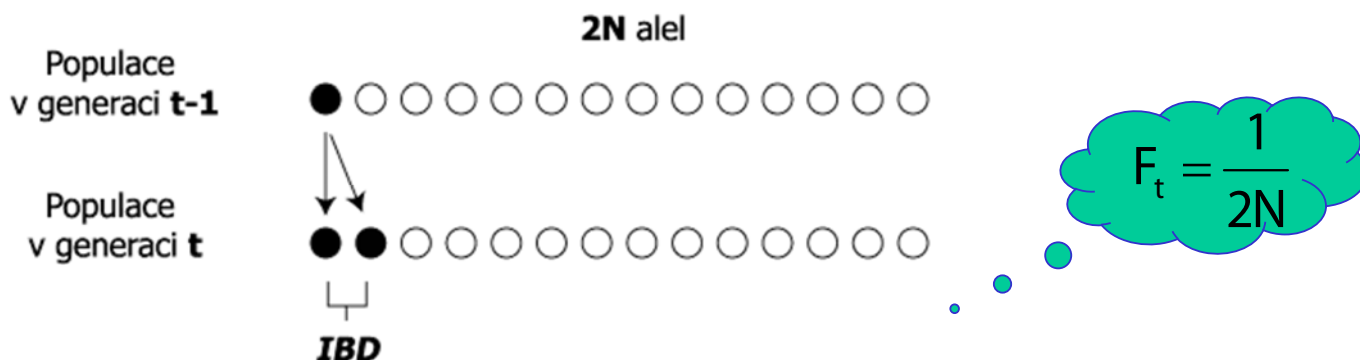
- ✔ ztráta genetické diverzity a fixace alel v populacích, a z toho vyplývající redukce evolučního potenciálu
- ✔ diverzifikace mezi populacemi pocházejících ze stejného zdroje (fragmentování populací)
- ✔ GD znásobuje účinnost přirozené selekce



# Drift jako příčina inbrídingu



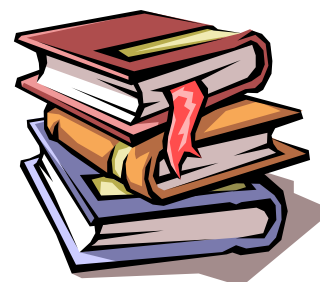
protože se alely stávají identické podle původu (IBD)



## Genetika populací - závěr

Výsledky lze využít:

- Porovnání plemen a linií, druhy
- Zkoumání procesu evoluce
- Záměrná šlechtitelská práce
- Předcházení nadměrnému inbrídingu
- Ochrana genových rezerv



Kvalitativní znaky (gen ~ znak)

Kvantitativní znaky (geny v anonymitě *davu*)