

Závěrečná písemka E3011

1	2	3	Σ

Jméno:

UČO:

Datum:

Při zkoušce je povoleno používat jakékoliv materiály. Naopak je zakázáno kopírovat (celý nebo část) kód z internetu nebo během písemky s někým komunikovat, včetně chatGPT a podobných služeb. Pokud není řečeno jinak, nesmíte používat žádné externí knihovny.

Dbejte, aby byl kód čitelný, správně okomentovaný, proměnné i funkce byly dobře pojmenované.

Příklad 1 (30 bodů). Je dán algoritmus:

```
Input:  $n \in \mathbb{N}$ ;  
        $x \in \mathbb{R}$ ;  
 $y \leftarrow 1$ ;  
while  $n \geq 1$  do  
    if  $n$  je sudé then  
         $x \leftarrow x^2$ ;  
         $n \leftarrow n/2$ ;  
    else  
         $y \leftarrow y * x$ ;  
         $n \leftarrow n - 1$ ;  
    end  
end  
return  $y$ 
```

- Zkonstruujte tabulku (ručně), ve které budou hodnoty proměnných n, x, y při vstupních hodnotách $n = 6, x = 2$. [10 bodů]
- Co vrátí algoritmus pro $n = 0, x = -1$? [3 body]
- Co vrátí algoritmus pro $n = 100, x = -1$? [2 body]
- Implementujte algoritmus jako funkci v Pythonu. [15 bodů]

Příklad 2 (20 bodů). Vytvořte funkci `sinus(x, tol = 0.001)`, která pomocí McLaurinova rozvoje funkce sinus spočítá funkční hodnotu $\sin(x)$ s chybou nejvýše `tol`. To znamená, že vypočítá částečný součet McLaurinovy řady prvních N členů tak, že $|\sin_N(x) - \sin_{N+1}(x)| < \text{tol}$. Níže je uveden McLaurinův rozvoj funkce \sin . Při vypracování použijte funkci `factorial` z knihovny `math` pro výpočet faktoriálu.

$$\sin_N(x) \approx \sum_{k=0}^N \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

Příklad 3 (30 bodů). Napište funkci `polynomialProduct(P,Q)`, která vynásobí 2 polynomy P, Q . Polynomy jsou zadány jako pole reálných čísel od koeficientu u nejvyššího stupně po konstantní člen. Například

$$\underbrace{(3x^3 - x)}_P \underbrace{(x^4 + 2x^3 - \frac{1}{2}x + 3)}_Q = 3x^7 + 6x^6 - x^5 - \frac{7}{2}x^4 + 9x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3x$$

by jako vstup dostal $P=[3,0,-1,0]$ a $Q=[1,2,0,-0.5,3]$ a měl by vrátit pole $[3,6,-1,-3.5,9,0.5,-3,0]$.

Budete-li mít jakýkoliv problém nebo nerozumíte zadání, neváhejte se zeptat.