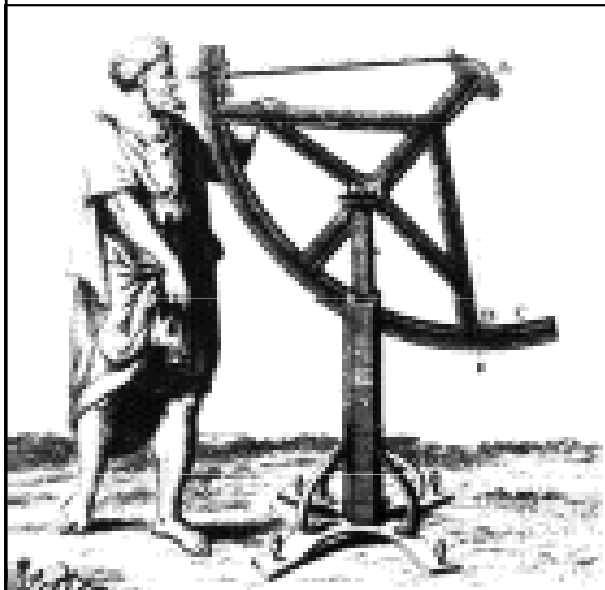


Astrofyzika III.
Určování vzdáleností,
Pogsonova rovnice,
H-R diagram,
vznik hvězd

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky



Picard's
Winkelquadrant

Určování vzdálenosti Země - Slunce

Giovanni Domenico

Cassini 1625-1712

Jean Richer 1630-1696

sluneční paralaxa

září - 1672 stanovení

AU - 138,5 mil. km!



OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

FAITES

EN DIVERS ENDROITS

DU ROYAUME.

pendant l'année 1672.

Par Monsieur CASSINI.

XXXIII. Calcul abrégé de la parallaxe horizontale de Mars.

Distances apparentes du bord supérieur de Mars au Zenit

En Caienne 15. 47. 5. Sinus 27202.

A Paris 59. 40. 15. Sinus 86314.

Difference des Sinus 59112.

Comme la difference des Sinus est au rayon 100000.

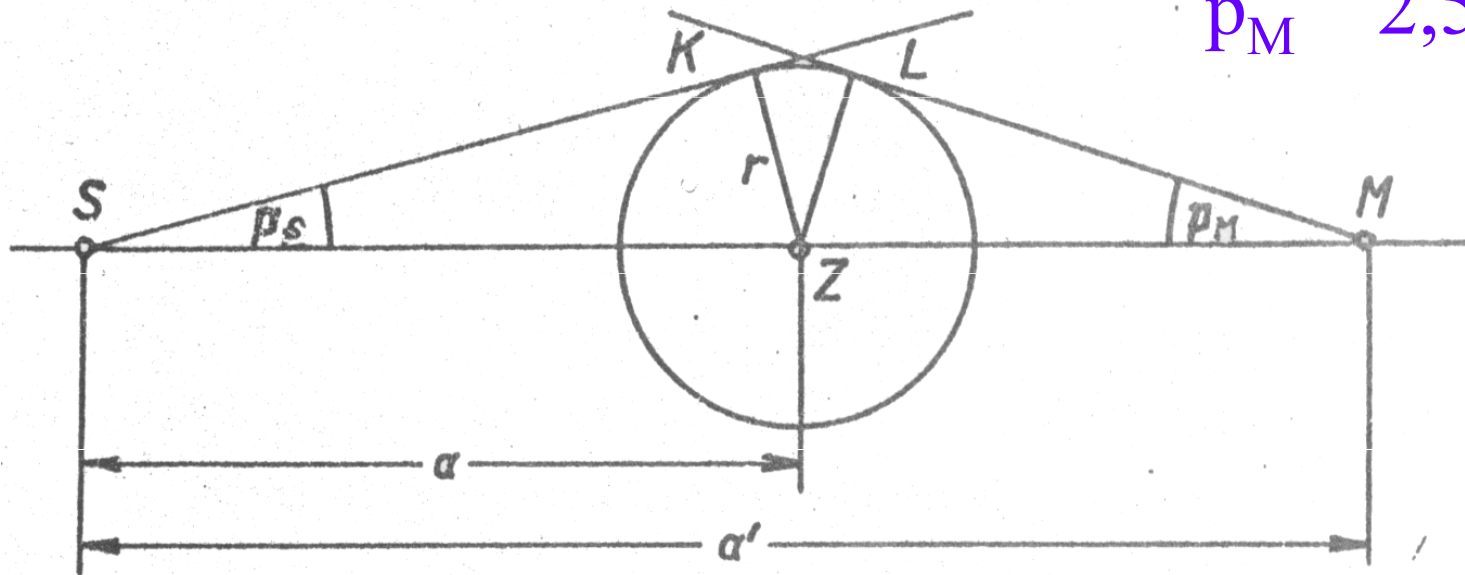
Ainsi la difference des parallaxes 15". est à 25" $\frac{1}{2}$ parallaxe horizontale de Mars.

Určování vzdálenosti Země - Slunce

p_M 25" ... 0,38 au

p_S 10" ... 1 au

p_M 2,5krát větší p_S



V pravoúhlých trojúhelnících platí vztahy $\sin p_S = \frac{r}{a}$ a $\sin p_M = \frac{r}{a' - a}$. Porovnáním a úpravou obdržíme $\sin p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) \sin p_M$. Paralaxy Slunce a Marsu jsou velmi malé, jejich siny můžeme nahradit přímo úhly v radiánech $p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) p_M$. Při znalosti relativních hodnot a' a a pomocí III. Keplerova zákona byla z naměřených hodnot propočítaného úhlu p_M stanovena sluneční paralaxa na 9,5" a odtud vypočtena hodnota astronomické jednotky na zhruba $1,38 \cdot 10^{11}$ m. Skutečná hodnota astronomické jednotky je $1,496 \cdot 10^{11}$ m.

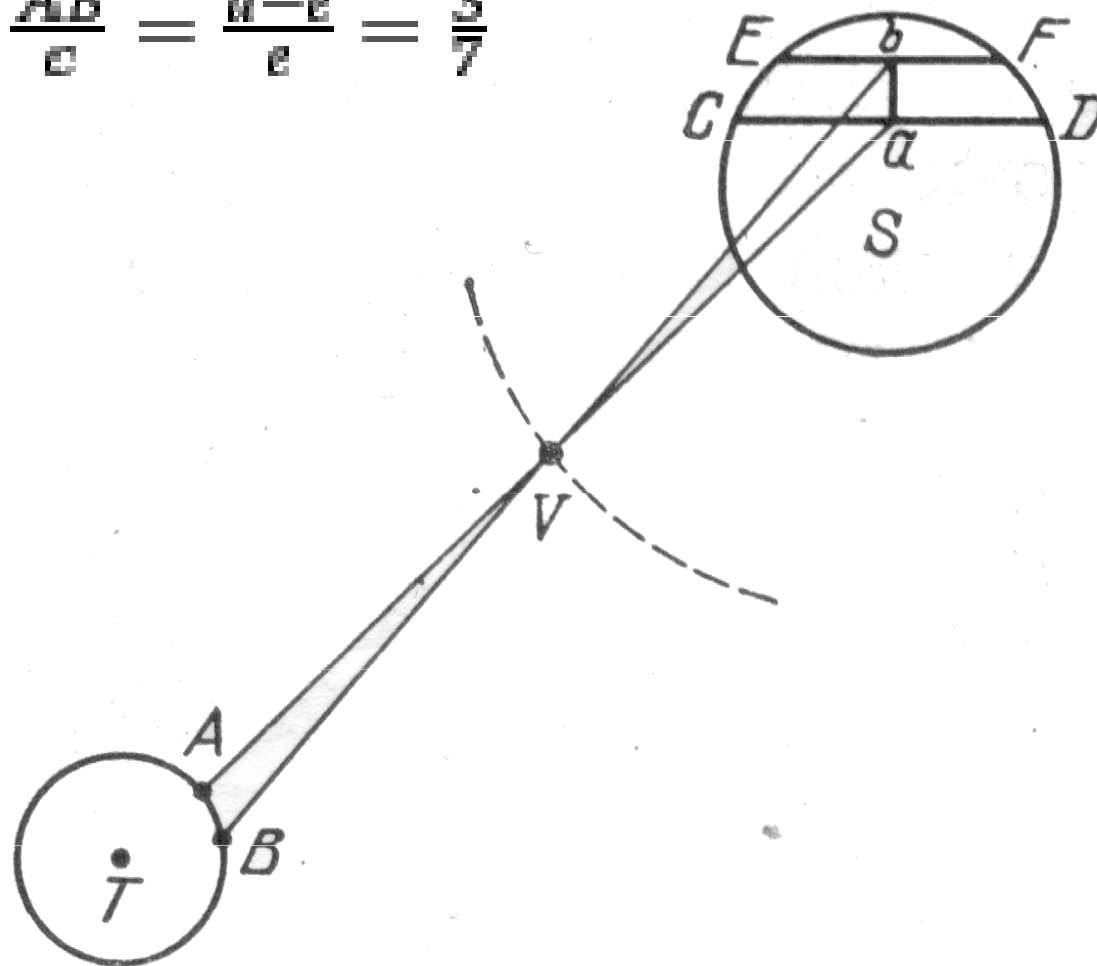


Halleyova metoda stanovení sluneční paralaxy

Edmond Halley 1656 - 1742

$$\frac{AB}{e} = \frac{d-e}{e} = \frac{3}{7}$$

vzdálenost ZS...d
vzdálenost VS...e
posuv chord v dílech
slunečního průměru, při
znalosti úhlových rozměrů
Slunce nalezneme d - ZS



Venuše po přechodu

Bogini po przejściach

Jednym z ciekawszych zjawisk astronomicznych w 2004 roku było czerwcowe przejście Wenus przed tarczą Słońca. Nasz artykuł przedstawia astronomiczne aspekty zjawiska i jego znaczenie historyczne, bowiem pozwoliło ono wyznaczyć absolutną odległość Ziemia-Słońce, czyli jednostkę astronomiczną (AU).

VLADIMÍR ŠTEFL, BRNO
JULIUSZ DOMAŃSKI, TORUŃ

Przejście Wenus przed tarczą Słońca jest dość rzadkim zjawiskiem (tabela 1), na przykład w ubiegłym wieku nie wystąpiło ani razu!

7 XII 1631 r.	+0,96	8 XII 2125 r.	-0,76
4 XII 1639 r.	-0,54	11 VI 2243 r.	-0,73
6 VI 1761 r.	-0,60	9 VI 2255 r.	+0,52
3 VI 1769 r.	+0,64	13 XII 2360 r.	+0,64
9 XII 1874 r.	+0,85	10 XII 2364 r.	-0,86
6 XII 1882 r.	-0,65	12 VI 2490 r.	-0,78
8 VI 2004 r.	-0,66	10 VI 2498 r.	+0,47
6 VI 2012 r.	+0,59	16 XII 2603 r.	+0,53
11 XII 2117 r.	+0,74	13 XII 2611 r.	-0,96

Liczby w drugiej i czwartej kolumnie podają najmniejszą odległość między trasą Wenus a centrum Słońca w ułamkach promienia jego tarczy (+ przejście na północnej, - na południowej stronie tarczy). Analizując tabelkę, można zauważyć interwały wynoszące 8, 105,5, 8, 121,5 lat. Rzadkość zjawiska wynika z faktu, że płaszczyzna orbity Wenus jest nachylona do płaszczyzny ekliptyki pod

kątem 3,39° i zjawisko może wystąpić tylko wtedy, gdy Wenus w dolnej koniunkcji znajduje się w pobliżu węzła orbity. A ponieważ węzeł przemieszcza się powoli względem punktu równonocy, obserwujemy zauważoną okresowość zjawiska. Ponadto zjawisko nie jest widoczne z całej powierzchni Ziemi.

Jako pierwszy przejście Wenus przed tarczą Słońca przepowiedział na dzień 7 grudnia 1631 r. Johannes Kepler (1571-1630). Jak widać, nie dane mu było sprawdzenie przeprowadzonych obliczeń.

Względne odległości w Układzie Słonecznym znane były od dawna. Wyznaczał je również Mikołaj Kopernik, oczywiście w oparciu o swój model Układu Słonecznego - ramka 1. W tabeli 2 przedstawiamy wyniki uzyskane przez Kopernika w porównaniu z pomiarami współczesnymi.

Planeta	Kopernik	Dane współczesne
Merkury	0,3959	0,3871
Wenus	0,7193	0,7233
Ziemia	1	1
Mars	1,5198	1,5238
Jowisz	5,5292	5,2028
Saturn	9,3213	9,5389

drog przejścia. Ponad stu astronomów w wielu miejscach obserwowało zjawisko, m.in. w Indiach, Południowej Afryce, Wyspie Św. Heleny i na Syberii. Podstawowym zadaniem astronomów było możliwe dokładne uchwycenie momentów dotyku - wewnętrznych i zewnętrznych kontaktów dysków Słońca i Wenus. Dało to możliwość wyznaczenia czasu przejścia Wenus na tle tarczy słonecznej. Czas ten może wynosić nawet 7 godzin, jeśli Wenus przechodzi blisko średnicy Słońca.

W oparciu o obserwacje z 1761 r. paralaksę Słońca określono jako zawartą w przedziale 8''-10'', natomiast w 1769 r. zawężono do 8''-9''. Późniejsze dokładniejsze opracowanie wyników przez J. Enckego prowadziło do wyniku $\pi = 8,57''$ i 1 AU = 153,5 mln km.

W Rosji obserwacje zorganizował Mi-

chał Łomonosow

(rys. obok). Przy pierwszym kontakcie zauważył, że ciemny krążek planety jest otoczony świetlną aureolą. Łomonosow słusznie zauważył, że jest on spowodowany istnieniem atmosfery Wenus, refrakcją w jej górnych warstwach. Trzydzieści lat później istnienie atmosfery Wenus potwierdził Wiliam Herschel.

Przejście Wenus na tle tarczy słonecznej ma też duże znaczenia dla nauczania w szkołach. Wykształcenie odpowiedniego wyobrażenia o odległościach w Układzie Słonecznym (i nie tylko) i sposobach ich wyznaczania jest przecież jednym z głównych celów nauczania fizyki z astronomią.

Pokażmy jedną z metod przedstawiania tego uczniom. Za czasów Halleya było już znane III prawo Keplera $\frac{a^3}{T^2} = \text{const}$, z którego, znając okresy obiegu Wenus $T_V = 225$ dni i Ziemi $T_Z = 365$ dni, znajdziemy $\frac{a_V}{a_Z} = 0,7$. Mamy wówczas $\frac{a_W}{a_Z - a_W} = \frac{7}{3}$.

Pokażmy jedną z metod przedstawiania tego uczniom. Za czasów Halleya było już znane III prawo Keplera $\frac{a^3}{T^2} = \text{const}$, z którego, znając okresy obiegu Wenus $T_V = 225$ dni i Ziemi $T_Z = 365$ dni, znajdziemy $\frac{a_V}{a_Z} = 0,7$. Mamy wówczas $\frac{a_W}{a_Z - a_W} = \frac{7}{3}$.



Ramka 2

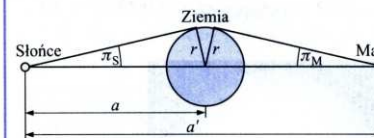
Powtórz obliczenia Cassiniego i wyznacz paralaksę Słońca.

Rozwiązanie:

Zgodnie z rysunkiem 3:

$$\sin \pi_S = \frac{r}{a} \quad \text{oraz} \quad \sin \pi_M = \frac{r}{a' - a}$$

$$\text{skąd} \quad \sin \pi_S = \left(\frac{a'}{a} - 1 \right) \sin \pi_M$$

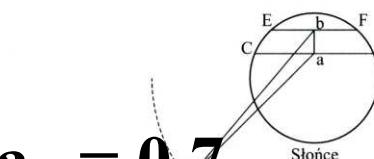


Rys. 3

Ponieważ paralaksy Słońca i Marsa są bardzo małe, możemy ich sinusy zastąpić wartościami kątów w mierze łukowej, zatem

$$\pi_S = \left(\frac{a'}{a} - 1 \right) \pi_M$$

Względne odległości planet były znane, więc pomiary Cassiniego i Picarda sprowadzały się do wyznaczenia paralaksy Marsa. Otrzymano $\pi_M = 6,25''$ i $\pi_S = 9,5''$, skąd odległość Ziemia-Słońce $D = 138$ mln km.



$$\frac{a_V}{a_Z} = 0,7$$

$$\frac{a_W}{a_Z - a_V} = \frac{7}{3}$$

Rys. 4

Přechod Venuše přes Slunce

Weźmy dwie miejscowości A i B na Ziemi odległe o 3000 km (rys. 4). Na tarczy Słońca zobaczymy Venus (widoki z obu miast) na liniach CD i EF, odległych od siebie o

$$3000 \cdot \frac{7}{3} \approx 7000 \text{ km.}$$

Oczywiście $\angle AWB = \angle aWb$. Oszacujmy wielkość tego kąta. Przy odległości Ziemia-Słońce równej ok. 150 mln km:

$$\angle aWb = \frac{7000}{150000000} = 0,000047 \approx 10''.$$



Rys. 5. Fot. Tomasz Mrozek
<http://www.astro.uni.wroc.pl/vt-2004.html>

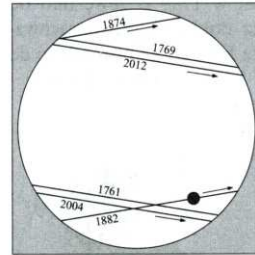
Jest to bardzo mały kąt (równy w przybliżeniu 1/6 średnicy kątowej Venus), trudny do zmierzenia ale mierzalny. A znajomość tego kąta, jak widać z rysunku, pozwala na obliczenie odległości Ziemia-Wenus i Wenus-Słońce a tym samym odległości Ziemia-Słońce. Ponieważ przy pomiarach tak małych kątów popełniamy dość znaczny błąd, w praktyce postępuje się nieco inaczej. Wartość tego kąta wylicza się z czasów przejścia Wenus przed tarczą Słońca (metoda Halleya) lub czasów tego samego kontaktu (metoda Delisle'a). W obu przypadkach czasy muszą być zmierzone z dwóch (przynajmniej) punktów na Ziemi.

Dziś mamy też znacznie dokładniejsze metody wyznaczania odległości w Układzie Słonecznym (metody radarowe i laserowe). Dały one odległość Ziemia-Słońce równą 1 AU = 149 597 870,691 km.

Zdjęcie Wenus na tle tarczy Słońca zrobione 8 czerwca 2004 r. przedstawia rysunek 5.

Rysunek 6 pokazuje ostatnie przejścia Wenus na tle tarczy Słońca.

Dla tych, którym dopisała pogoda obserwacje były, mamy nadzieję, niezapomnianym przeżyciem. A jeśli je przegapiliśmy (lub nie dopisała pogoda) mamy jeszcze ostatnią szansę na wykonanie obserwacji w 2012 r. Niestety tylko obserwacji Wenus na tle tarczy Słońca, bowiem z terenu Polski możliwe będzie obserwowanie jedynie końcówki zjawiska (a więc niemożliwe będzie wyznaczenie czasu przejścia a tym samym samodzielne



Rys. 6

wyznaczenie odległości Ziemia-Słońce). Pełne przejście będą mogły obserwować nasze praprawnuki w 2247 r. □

Portrety rysowała Paulina Sroczyńska

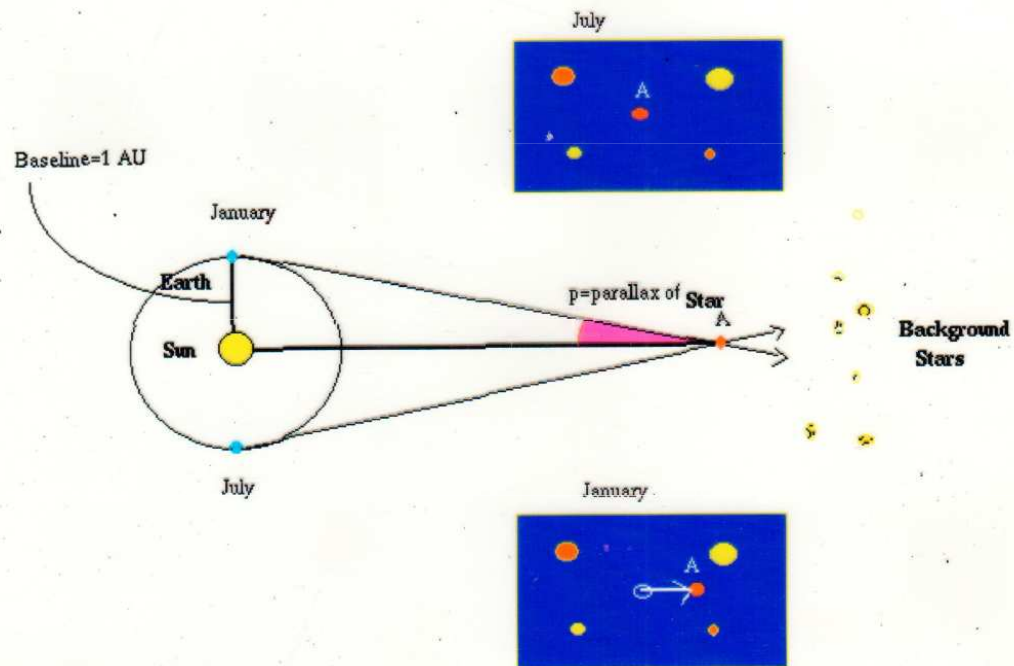
LITERATURA

- [1] T. Jarzębowski, *Po 122 latach Wenus ponownie na tarczy Słońca*, „Urania-Postępy Astronomii” nr 2/2004.
- [2] J. Domański, V. Štefl, *Astronomia w dziełach Juliusza Verne'a*, „Urania-Postępy Astronomii” nr 3/2003.
- [3] E. Halley, *A New Method of Determining the Parallax of the Sun, or his Distance from the Earth*, „Philosophical Transactions” vol. XXIX, 1716.
- [4] J. Bouška, V. Vanýsek, *Zatmění a zákryty nebeských těles*, NČAV, Praha 1963.
- [5] <http://www.vt-2004.org/>
- [6] <http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/transit/venus0412.html>
- [7] <http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm>

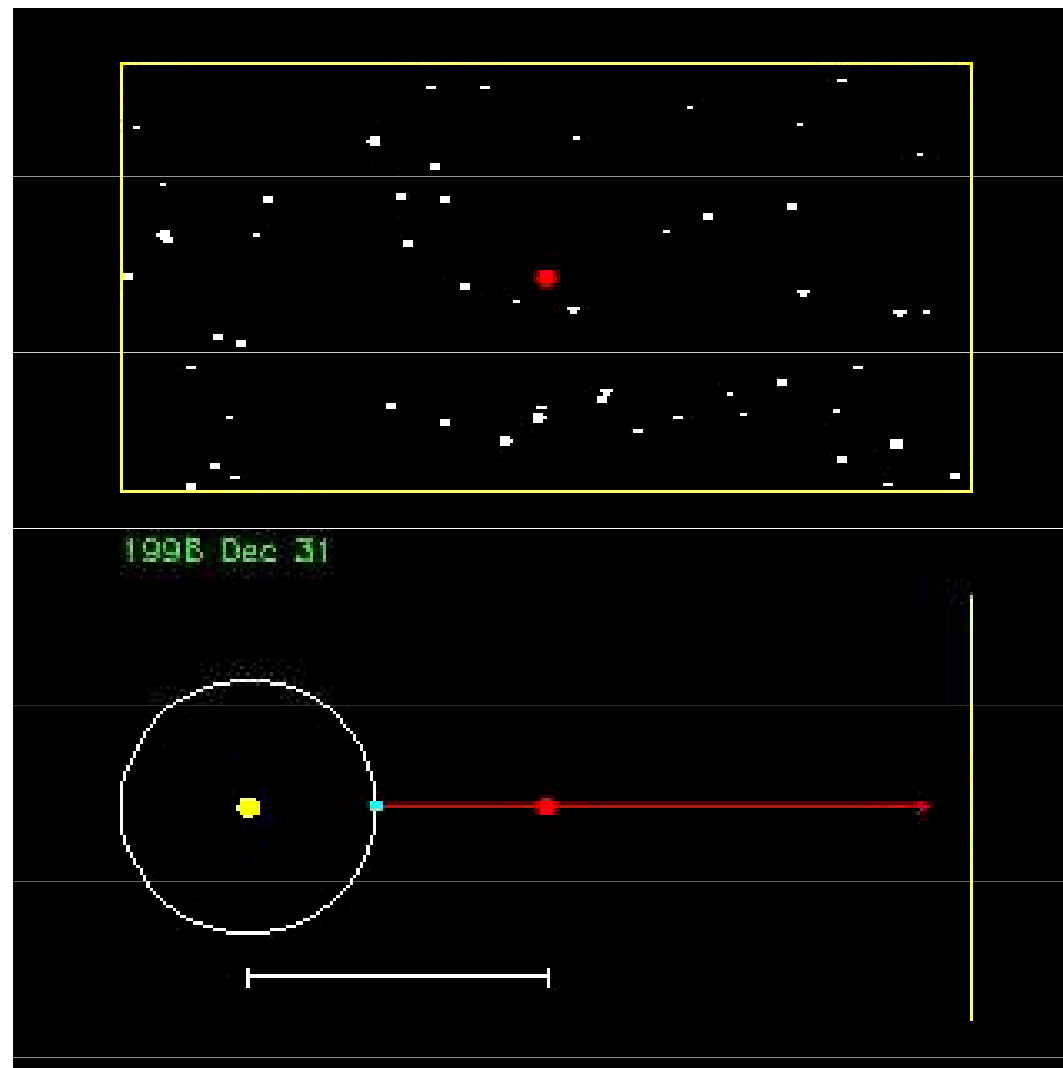
na disku Slunce polohy a, b
vzdálené $3\ 000 \times \frac{7}{3} = 7\ 000$ km
úhel AVB = úhel aVb
Velikost hledaného úhlu?
úhel aVb = $7\ 000 / 108\ 000\ 000 = 0,000\ 07$ rad = $14''$, tedy $\frac{1}{4}$
velikosti kotoučku Venuše na disku Slunce, neboť kotouček Venuše na disku Slunce má při
úhlovém průměru Venuše
 $12\ 000 / 45\ 000\ 000 = 0,000\ 27$ rad
= $56''$
měření obtížné, ale realizovatelné

Určování vzdáleností - úhломěrný způsob

Friedrich Wilhelm Bessel (1784 – 1846) Vasilij Jakovlevič Struve (1793 – 1864)



Roční paralaxa



Určování vzdáleností - úhломěrný způsob

Metoda rovní paralaxy

Friedrich Wilhelm BESSEL (1784 - 1846)

61 Cygni $\pi = 0,314'' \pm 0,014''$

13 proměrní; zdroj 1838, publikace 1839,

současné hodnoty $\pi = 0,2871'' \pm 0,0015''$

Vasilij Jakovlevič STRUVE (1793 - 1864)

α Lyrae Vega $\pi = 0,125'' \pm 0,055''$

40 proměrní, publikace 1837

současné hodnoty $\pi = 0,1289 \pm 0,0005''$

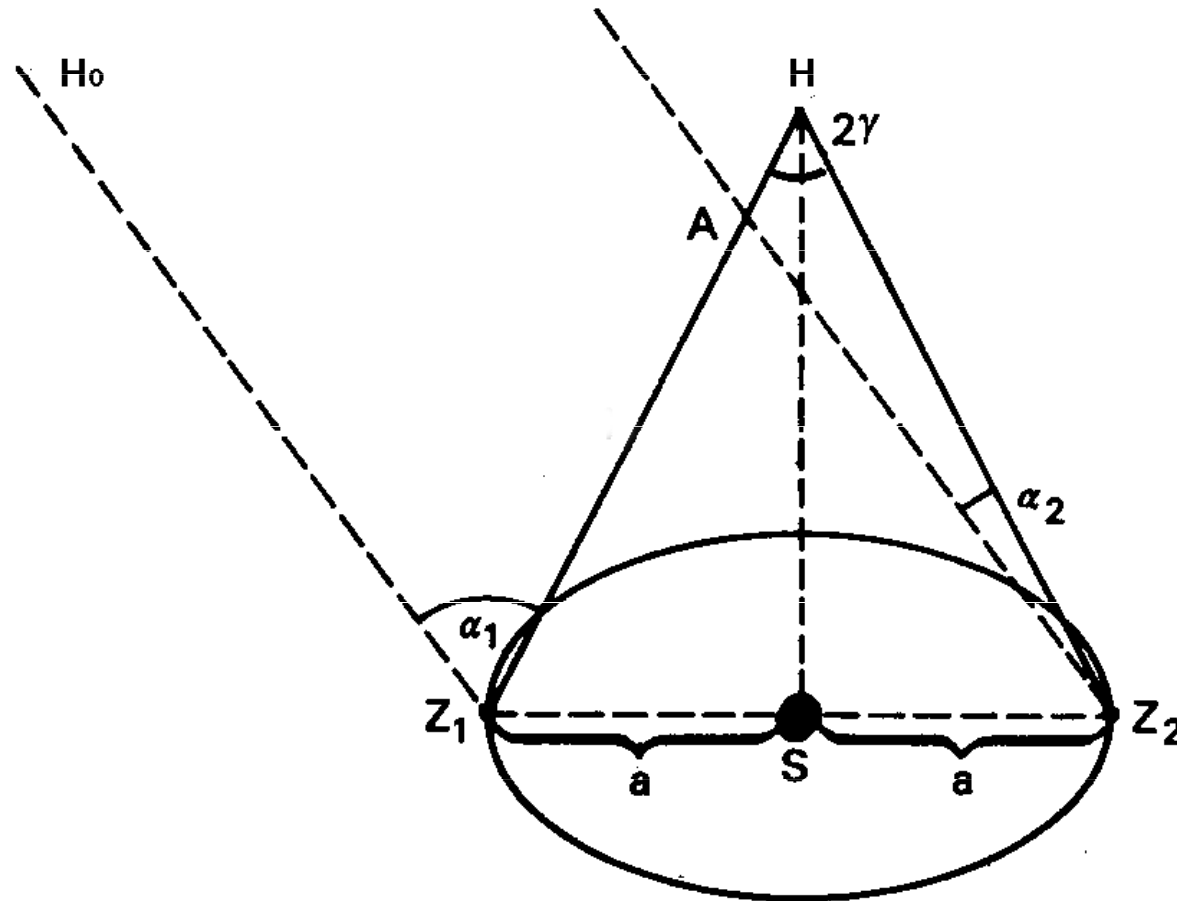
Thomas HENDERSON (1798 - 1844)

α Cen A Rigel Kent $\pi = 1,16'' \pm 0,11''$

publikace 1839

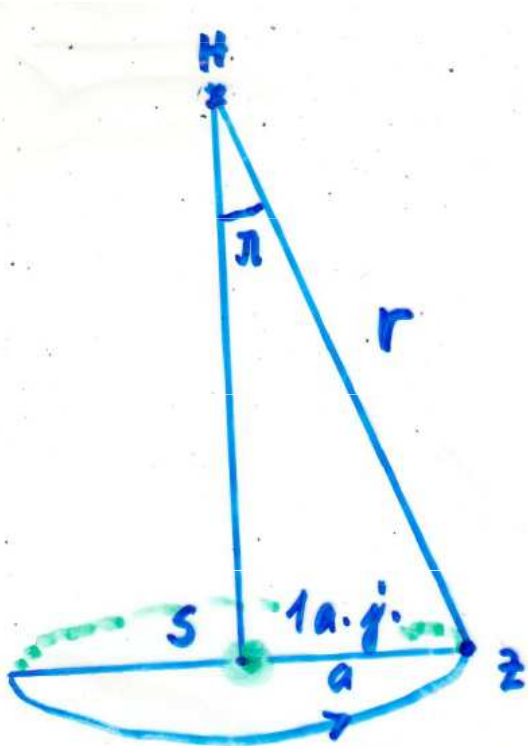
současné hodnoty $\pi = 0,7421 \pm 0,0014''$

Metoda roční paralaxy



$$\gamma = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2$$

Určování vzdáleností - úhломěrný způsob



$$\sin \pi = \frac{a}{r}$$

$$r = \frac{a}{\sin \pi}$$

π vždy menší než $1''$

$$\sin \pi'' = \pi \sin 1'' =$$

$$= \pi \left[\frac{1}{206\,265} \right]$$

převod na radiány
 $1 \text{ rad} = 206\,265''$

$$r = \frac{206\,265 \text{ AU}}{\pi} \text{ au}$$

$$1 \text{ pc} = 206\,265 \text{ AU}$$

au

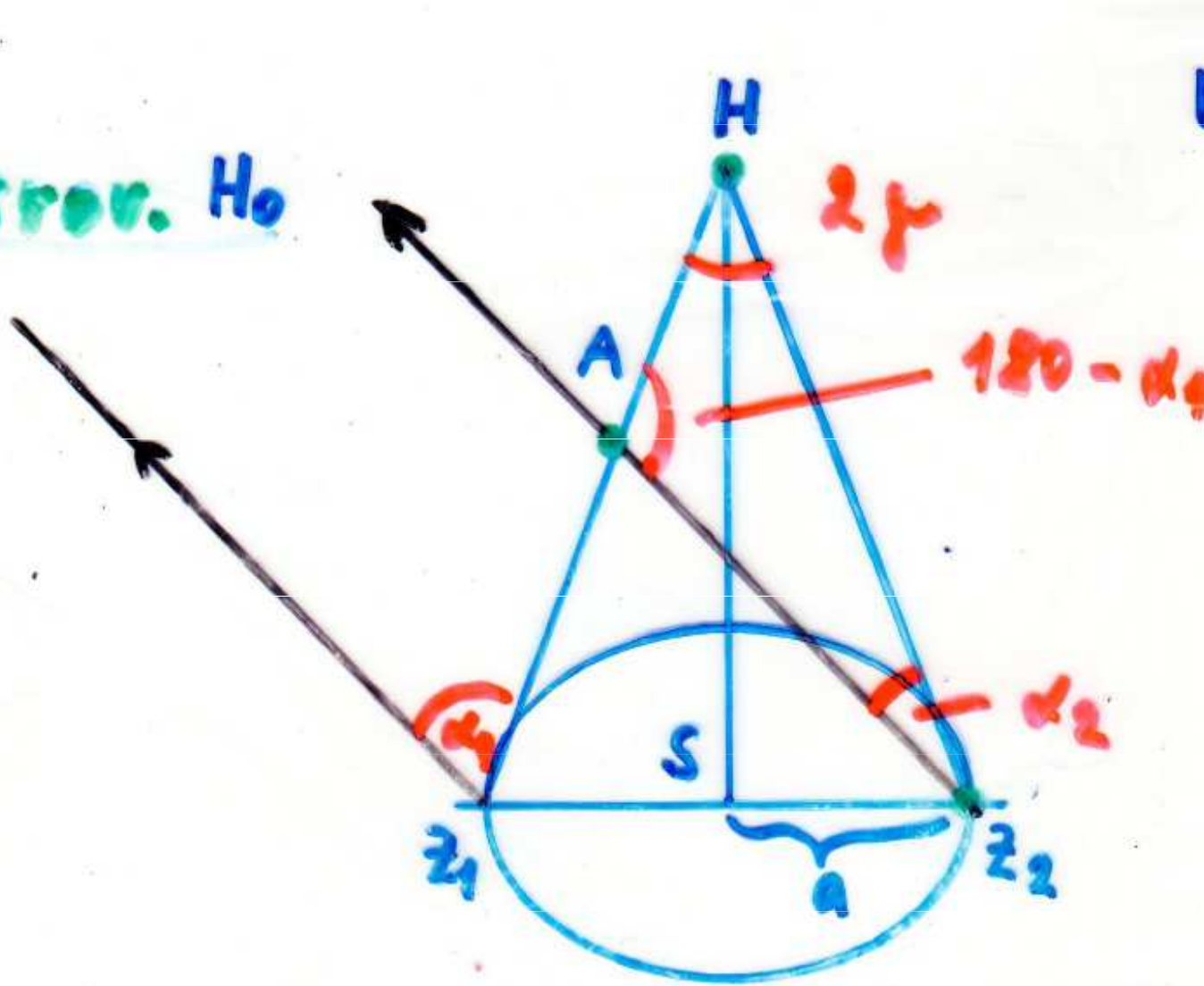
$$1'' \dots 1/60'$$

$$1' \dots 1/60^\circ$$

$$1 \text{ rad} \dots 57^\circ 17' 45''$$

Určování vzdáleností - úhlověměrný způsob

Srov. H_0



$$r = \frac{1}{\pi}$$

$\Delta z_2 A H$
stanovení $\alpha_1 \dots z_1$

$\alpha_2 \dots z_2$

$$\gamma = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$$

Astrometrické určování vzdáleností v současnosti

astrometrická družice **Hipparcos** - **High Precision**

PARallax **CO**lleting **S**atellite 1989-1993, zpracování údajů

katalog HIPPARCOS 120 000 hvězd 12,5 mag přesnost
polohy 0,001“

katalog TYCHO 1 000 000 hvězd 11,5 mag přesnost
polohy 0,025“

Pogsonova rovnice

Slovníček pojmů z fotometrie

(zpracováno podle Slovníku školské fyziky, SPN, Praha 1988 a V. Šindeláře, L. Smrže: Nová soustava jednotek, SPN, Praha 1989)

hustota světelného toku – podíl světelného toku plochou a průmětu této plochy do směru kolmého na směr šíření světla. Jednotkou je lumen na čtvereční metr.

hustota zářivého toku – podíl zářivého toku plochou a průmětu této plochy do směru kolmého na směr šíření záření. Jednotkou je watt na čtvereční metr.

intenzita osvětlení – viz. *osvětlení*

jas – podíl svítivosti plošky povrchu zdroje ve směru pozorování a kolmého průmětu této plošky do tohoto směru. Jednotkou je kandela na čtvereční metr.

kandela – název jednotky svítivosti, jedna ze sedmi základních jednotek soustavy SI. Kandela je definována jako svítivost v daném směru zdroje, který vysílá monochromatické záření frekvence $540 \cdot 10^{12}$ Hz a jehož zářivost v tomto směru činí $(1/683)$ wattů na steradián.

lumen – název jednotky světelného toku; bodový světelný zdroj vysílá do prostorového úhlu 1 steradiánu světelný tok 1 lumenu, je-li svítivost tohoto zdroje (ve všech směrech) rovna 1 kandelě.

lux – název jednotky osvětlení; 1 lux je osvětlení plochy, na jejíž každý čtvereční metr dopadá rovnoměrně rozložený světelný tok 1 lumenu.

osvětlení – podíl světelného toku dopadajícího na sledovanou plošku povrchu a velikosti této plošky. Jednotkou je lux.

steradián – jednotka prostorového úhlu; steradián je prostorový úhel, který s vrcholem ve středu koule vytíná na povrchu této koule plochu s obsahem rovným druhé mocnině poloměru koule.

světelný tok – fotometrická veličina charakterizující intenzitu zřakového vjemu normálního lidského oka, který je vyvolán zářivým tokem. Jednotkou je lumen.

svítivost – (bodového zdroje světla v daném směru) – podíl té části světelného toku, která vychází ze zdroje v daném směru do malého prostorového úhlu, a velikosti tohoto prostorového úhlu. Jednotkou je kandela.

zářivost – (bodového zdroje v daném směru) – podíl té části zářivého toku, která vychází ze zdroje v daném směru do malého prostorového úhlu, a velikosti tohoto prostorového úhlu. Jednotkou je watt na steradián.

zářivý tok – výkon přenášený zářením, které prochází v určitém místě prostoru danou plochou. Jednotkou je watt.

Škála hvězdných velikostí

- Hipparchus (followed by Ptolemy) created a catalog of about 1000 stars that were grouped into six *magnitude* groups. Ptolemy called the brightest stars first magnitude or $m=1$, the second brightest $m=2$ and so on.



původní Hipparchovo intuitivní rozdělení jasností hvězd

Pogsonova rovnice

jasnost

vyjadřuje hustotu světelného toku

fyzikální jednotkou jasnosti je *lumen na čtvereční metr – lux*

fyzika pojem jasnost nepoužívá

místo jasnosti se zavádí v astronomii *hvězdná velikost – veličina*

bezrozměrná veličina, definovaná Pogsonovou rovnicí $m = -2,5 \log \frac{j}{j_0}$

j ... jasnost objektu (hvězdy), j_0 ... jasnost objektu (hvězdy), který má hvězdnou velikost rovnou nule

objekt způsobí *osvětlení $2,54 \cdot 10^{-6}$ luxů*

Hvězdné velikosti

Pogson odvodil vztah pro vizuální obor spektra, platí zcela obecně

jednotkou hvězdné velikosti je *magnituda*

hustota světelného toku – podíl světelného toku plochou a průmětu této plochy do směru kolmého na směr šíření světla.

jednotkou je lumen na m^{-2} - lux vyjadřuje magnituda vizuální - optický obor

hustotu zářivého toku - podíl zářivého toku plochou a průmětu této plochy do směru kolmého na směr šíření záření.

jednotkou je $W. m^{-2}$ vyjadřuje magnituda bolometrická

různé hvězdné velikosti

vizuální m_v max. citlivost lidského oka $\lambda_m = 530 \text{ nm}$

fotografická m_{pg} max. citlivost fotografické desky $\lambda_m = 430 \text{ nm}$

bolometrická m_{bol} celková energie v celém rozsahu spektra

Pogsonova rovnice

Norman Pogson r. 1856

pro jasnost planetek zavedl Pogsonovu rovnici

nyní vyjádříme prostřednictvím fyzikální energetické terminologie

hustota zářivého toku hvězd první magnitudy je větší než hustota toku hvězd šesté magnitudy

100krát. Rozdílu pěti magnitud odpovídá poměr hustot zářivých toků 100 : 1.

zavedl **číslo x odpovídající poměru hustot zářivých tok při rozdílu jedné magnitudy**

$$x^5 = 100 \quad 5 \log x = \log 100$$

$$\log x = 0,4 \quad x = 2,512$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 2,512^{m_2 - m_1}$$

Pogson odvodil vztah pro vizuální obor spektra, platí zcela obecně

Pogsonova rovnice

$$\log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \log 2,512^{(m_2 - m_1)}$$

$$\log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = (m_2 - m_1) 0,4$$

$$2,5 \log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = (m_2 - m_1)$$

hustota světelného toku... lumen/m²

hustota zářivého toku... W/m²

pozorovaná hvězdná velikost m - závisí na vzdálenosti kosmického tělesa (např. hvězdy), proto pro srovnání byla zavedena

absolutní hvězdná velikost M - taková hvězdná velikost, kterou by kosmické těleso mělo, jestliže ho umístíme do vzdálenosti 10 pc

Pogsonova rovnice - výpočet

Example (IAA problem 11.2). Two stars, with apparent magnitudes 3 and 4, are so close together that they appear through our telescope as a single star. What is the apparent magnitude of the combination?

Call the stars A and B , and the combination C :

First how much larger flux does A have than B ?

$$m_B - m_A = 1 = 2.5 \log(f_A / f_B) \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = 10^{\frac{1}{2.5}} = 10^{0.4} = 2.512$$

Add 1 to both sides:
$$\frac{f_A}{f_B} + 1 = \frac{f_A + f_B}{f_B} = \frac{f_C}{f_B} = 3.512$$

So
$$m_B - m_C = 2.5 \log(f_C / f_B)$$

$$m_C = m_B - 2.5 \log(f_C / f_B) = 4 - 2.5 \log(3.512) = 2.64 \quad .$$

Pogsonova rovnice

1. Určete poměr hustot zářivých toků Vega a Polárky, jestliže pozorovaná bolometrická hvězdná velikost první hvězdy je $m_{bV} = 0,03$ mag, druhé $m_{bP} = 2,02$ mag.
2. V jakém poměru jsou jasnosti Capelly a Deneba, jestliže pozorované hvězdné velikosti hvězd jsou $m_C = 0,08$ mag, druhé $m_D = 1,25$ mag.
3. Jedněm z největších dalekohledů na Zemi - Keckovým dalekohledům o průměrech zrcadel 10,4 m jsou dostupné hvězdy asi 28 mag. Kolikrát jsou slabší, než hvězdy rozlišitelné lidským okem?
4. Jaká je pozorovaná hvězdná velikost dvojhvězdy, jejíž složky okem nerozlišitelné, mají hvězdné velikosti $m_1 = 2,00$ mag a $m_2 = 3,00$ mag.
5. Jaká je pozorovaná hvězdná velikost dvojhvězdy, jejíž složky okem nerozlišitelné, mají hvězdné velikosti $m_1 = 11,40$ mag a $m_2 = 11,70$ mag.
6. Dvě srážející se galaxie se vyznačují obě pozorovanou hvězdnou velikostí 12,00 mag. Jaká je jejich výsledná hvězdná velikost m_c ?
7. Vzdálená galaxie se vyznačuje pozorovanou hvězdnou velikostí 20,30 mag. Exploze supernovy v ní zvýší její jasnost na 20,00mag. Určete hvězdnou velikost samotné supernovy.

Modul vzdálenosti

hvězda vzdálenosti r od nás, vyznačující se m , M

φ hustota zářivého toku hvězdy ve vzdálenosti r

φ_0 hustota zářivého toku hvězdy ve vzdálenosti $r_0 = 10$ pc

platí

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = 2,512^{(M-m)} \quad \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{r_0^2}{r^2} = \frac{10^2}{r^2}$$

dosadíme do původního vztahu

$$\frac{10^2}{r^2} = 2,512^{(M-m)}$$

$$2 - 2 \log r = 0,4 (M - m)$$

$$m - M = 5 \log r - 5 \quad / \mathbf{A}$$

Astronomické a fyzikální fotometrické veličiny

bolometrické vyjádření Pogsonovy rovnice

hvězdné velikosti bolometrické, vztahují se na celkovou energii v celému rozsahu spektra

$$m_B - m_A = 2,5 \log \frac{\varphi_A}{\varphi_B}$$

platí $m_A = 0$, jestliže $\varphi_A = 2,48 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

dosazení $m_B = -2,5 \log \varphi_B - 19,04$

jinak napsáno $m_{bol} = -2,5 \log \frac{\varphi}{\varphi_0} - 19,04$,

úpravou obdržíme $\log \frac{\varphi}{\varphi_0} = 0,4 (m_0 - m)$ při $m_0 = 0, \varphi_0 = 1$

$\log \varphi = -0,4 m$, $m = -2,5 \log \varphi$

Určování zářivého výkonu hvězd

$$\Phi = \frac{L}{4\pi r^2} S$$

vycházíme z Pogsonovy rovnice $\frac{L_1}{L_2} = 2,512^{(M_2 - M_1)}$ M absolutní bolometrické hvězdné velikosti v mag

$$\frac{L}{L_S} = 2,512^{(M_S - M)}$$

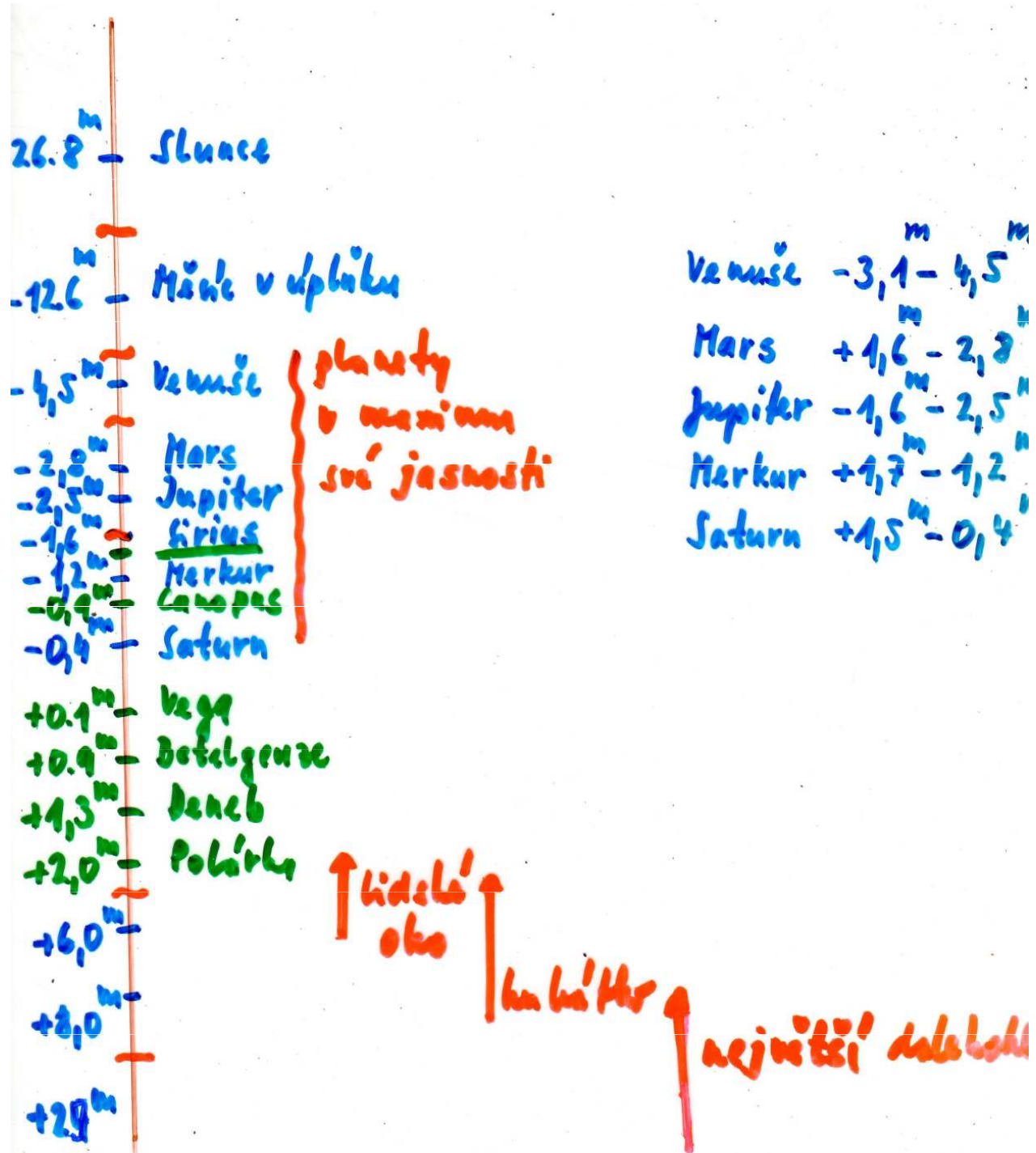
zářivý výkon Slunce zvolíme za jednotkový $L_S = 1$, $M_{Sbol} = 4,75$ mag

$$L * = 2,512^{(M_S - M)} \quad \log L * = 0,4 (4,75 - M)$$

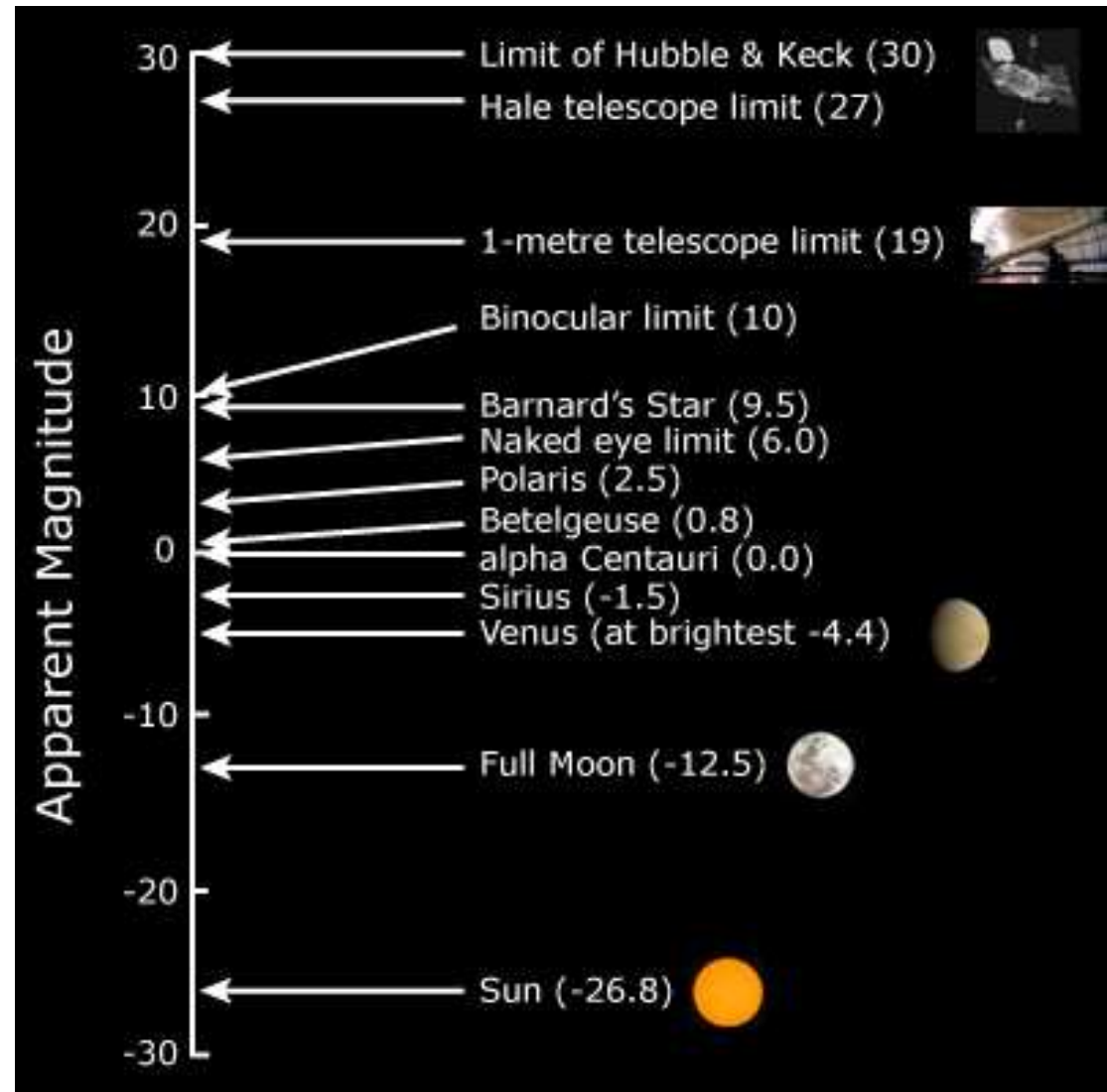
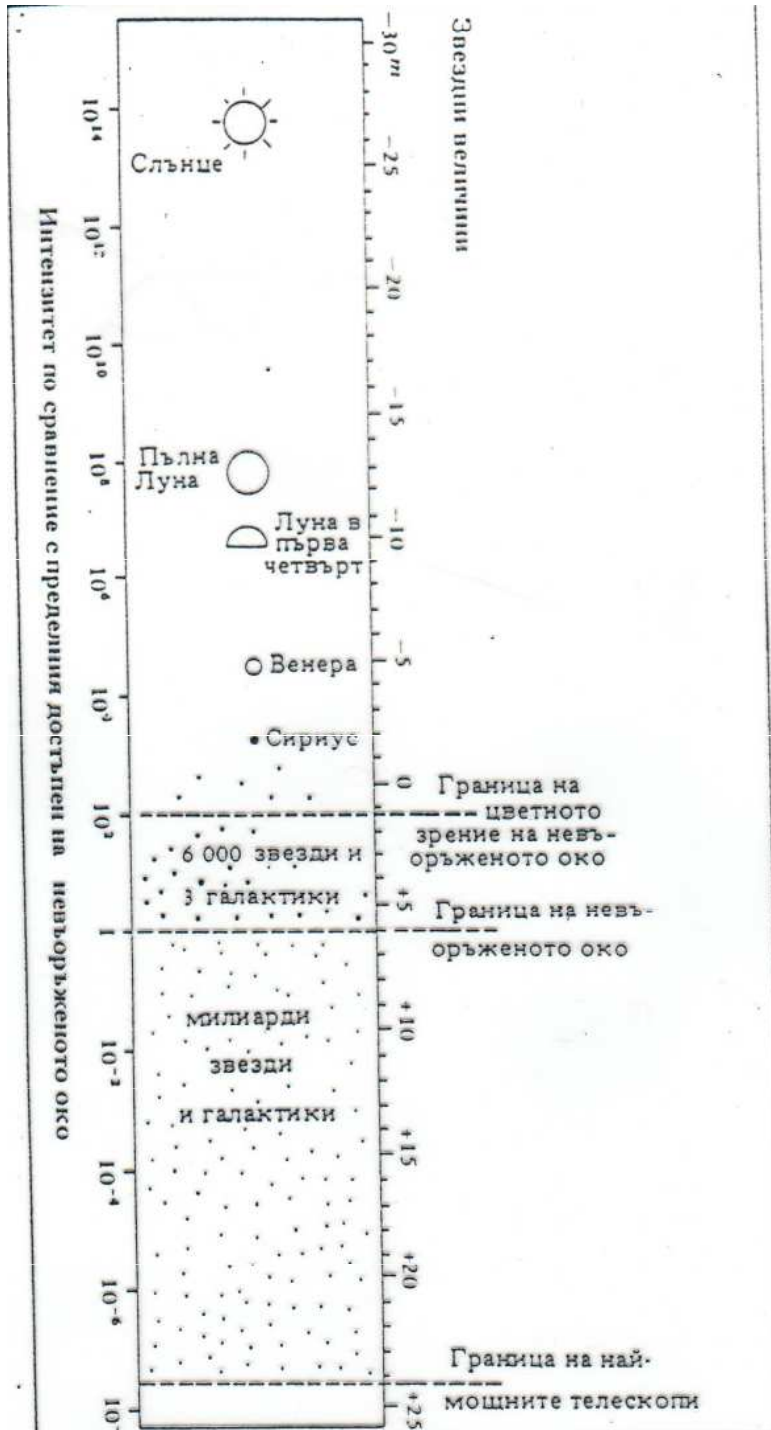
při znalosti absolutní bolometrické hvězdné velikosti lze určovat zářivý výkon

Stanovte zářivý výkon Siria A, jestliže jeho $M_{bol} = -1,6$ mag a vzdálenost činí 8,6 ly.

Pozorované hvězdné velikosti



Pozorované hvězdné velikosti



Fotometrický systém UBV

UBV systém

U ... 360 nm ***ultrafialová***

B ... 440 nm ***modrá***

V ... 540 nm ***vizuální***

bolometrická korekce BC

rozdíl bolometrické a vizuální hvězdné velikosti

$$BC = M_{bol} - M_v$$

Přehled metod určování vzdáleností

Metoda nov v maximu jasnosti $M = -7$ mag

$$m - M = 5 \log r - 5 \quad \dots \quad \log r = 1 + 0,2 (m - M)$$

Metoda cefeid měření periody P, klasické cefeidy 1 - 50 dnů, RR Lyrae 1 - 24 hod.

obecný vztah $M = a + b \log P$

klasické cefeidy $M = -1,7 - 2,54 \log P$

Metoda supernov Ia v maximu jasnosti $M = -18,7$ mag

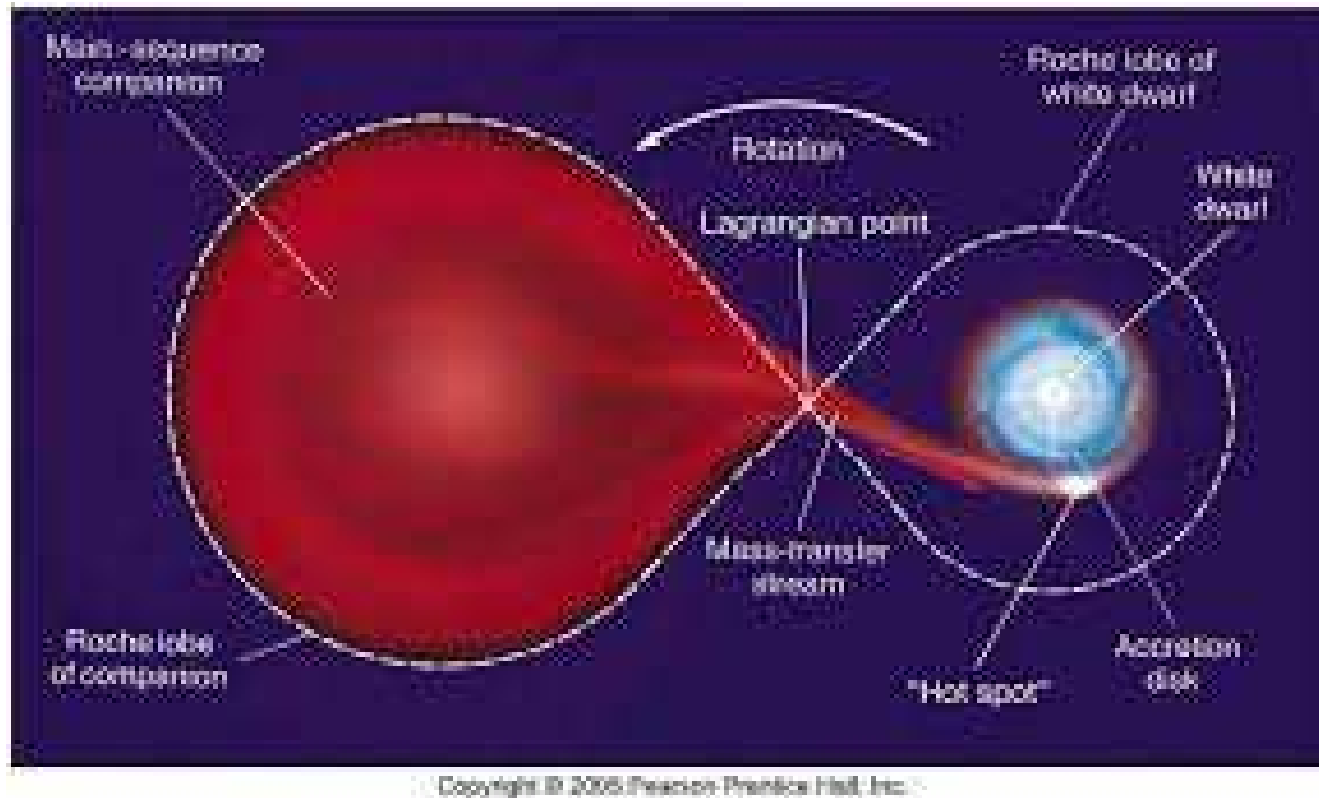
$$m - M = 5 \log r - 5 \quad \dots \quad \log r = 1 + 0,2 (m - M)$$

Hubbleův zákon $z = \frac{\lambda_p - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} \quad v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = c z = H r$

$$r = \frac{c}{H} z \quad \text{při } z > 0,1 \quad v = c \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$$

Určování vzdáleností – novy

přenos hmoty v těsných dvojhvězdách



jedna složka červený obr, druhá složka bílý trpaslík, přenos hmoty

Novy

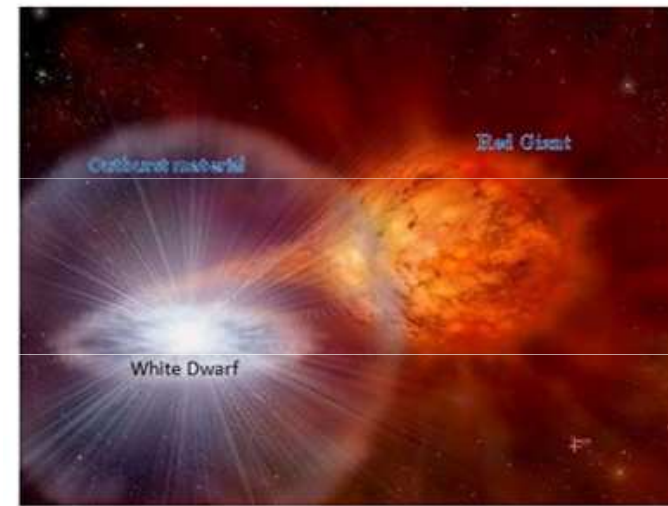
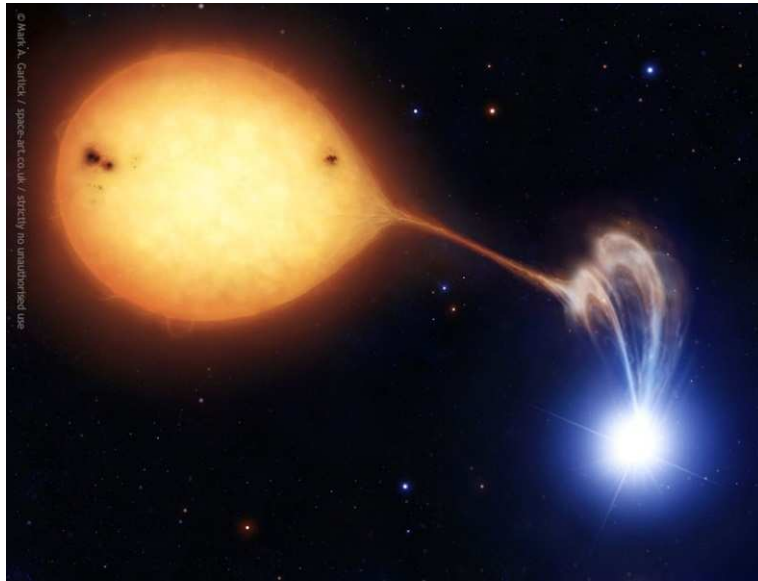


Figure: An artist rendition of a recurrent nova outburst.

Úloha 10.11 Na povrchu bílého trpaslíka o hmotnosti $1 M_{\odot}$ a poloměru $2 \cdot 10^{-2} R_{\odot}$ se nachází vrstva vodíku o hmotnosti $10^{-4} M_{\odot}$. Porovnejte gravitační potenciální energii trpaslíka před výbuchem novy s kinetickou energií expandujících vrstev po výbuchu, jestliže předpokládáme, že se tyto vrstvy vzdalují rychlostí $1000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ od povrchu bílého trpaslíka, přičemž expanduje pouze 10% hmoty vodíkové vrstvy.

Řešení: Gravitační potenciální energie $E_p = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} = -1,1 \cdot 10^{43} \text{ J}$ v absolutní hodnotě výrazně převyšuje kinetickou energii $E_k = \frac{1}{2} M_{\text{ex}} v^2 = 10^{37} \text{ J}$ expandujících vnějších vrstev. Bílý trpaslík zůstává zachován, exploze se může vícekrát opakovat jako u rekurentních nov.

Určování vzdáleností - novy

jde o staré hvězdy, složky těsné dvojhvězdy, výrazné zjasnění objektu až o 4 - 5 mag, ukládání plynu na povrch bílého trpaslíka, nárůst tlaku a teploty, zapálení termonukleárních reakcí, vodík -helium, produkce energie, exploze plynné atmosféry

L až $10^5 L_S$, $v_{exp} \approx 3\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, hmotnost hořícího vodíku $\approx 10^{26} \text{ kg}$,

$30 M_Z$ uvolněná energie ($10^{37} - 10^{39}$) J , případné opakování za 10^{2-3} roků,

tzv. rekurentní novy, vzácné, známo ≈ 10 RS Oph, T Pyx

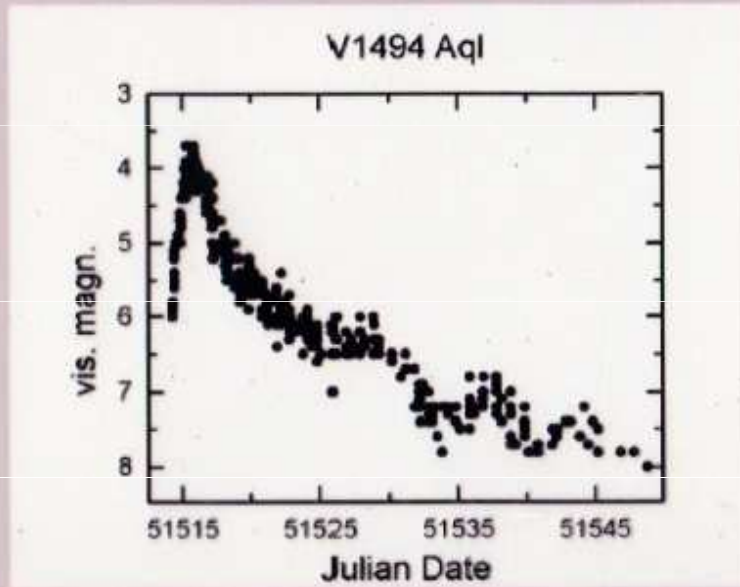
trpasličí novy u Geminorum b.t. + č.t.

opakované zjasnění vyvoláno nestabilitou akrečního disku kolem b.t. vyvolanou změnou opacity

Určování vzdáleností - novy

Novae

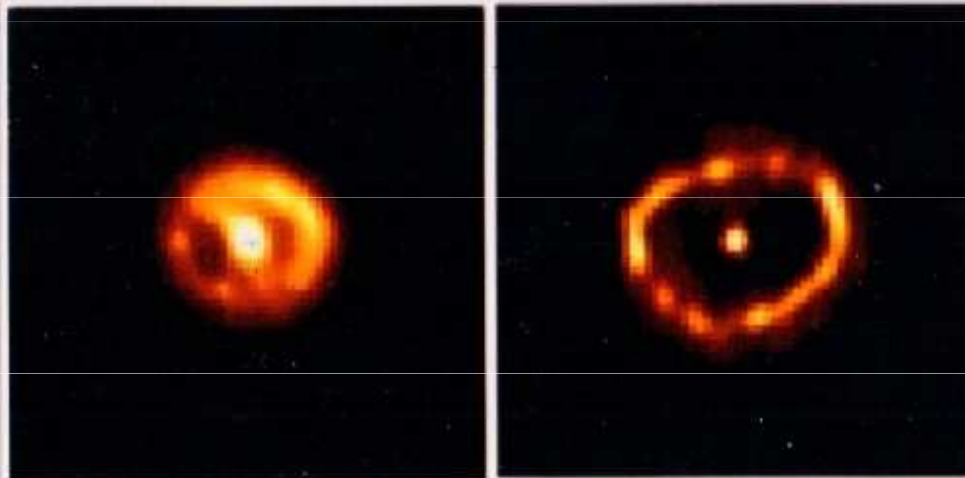
A classical nova is a rapid brightening of a star, which then fades over a few weeks:



Visual light curve of a classical nova event

Metoda nov v maximu jasnosti $M = -7$ mag

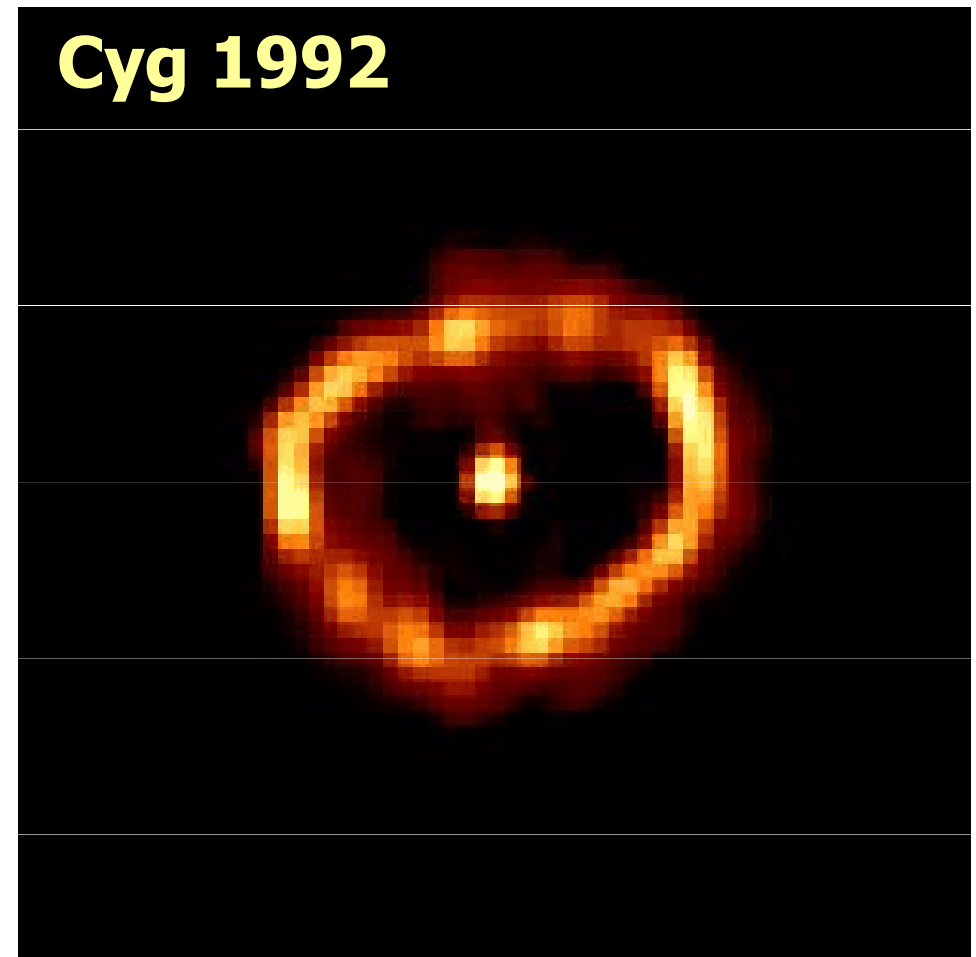
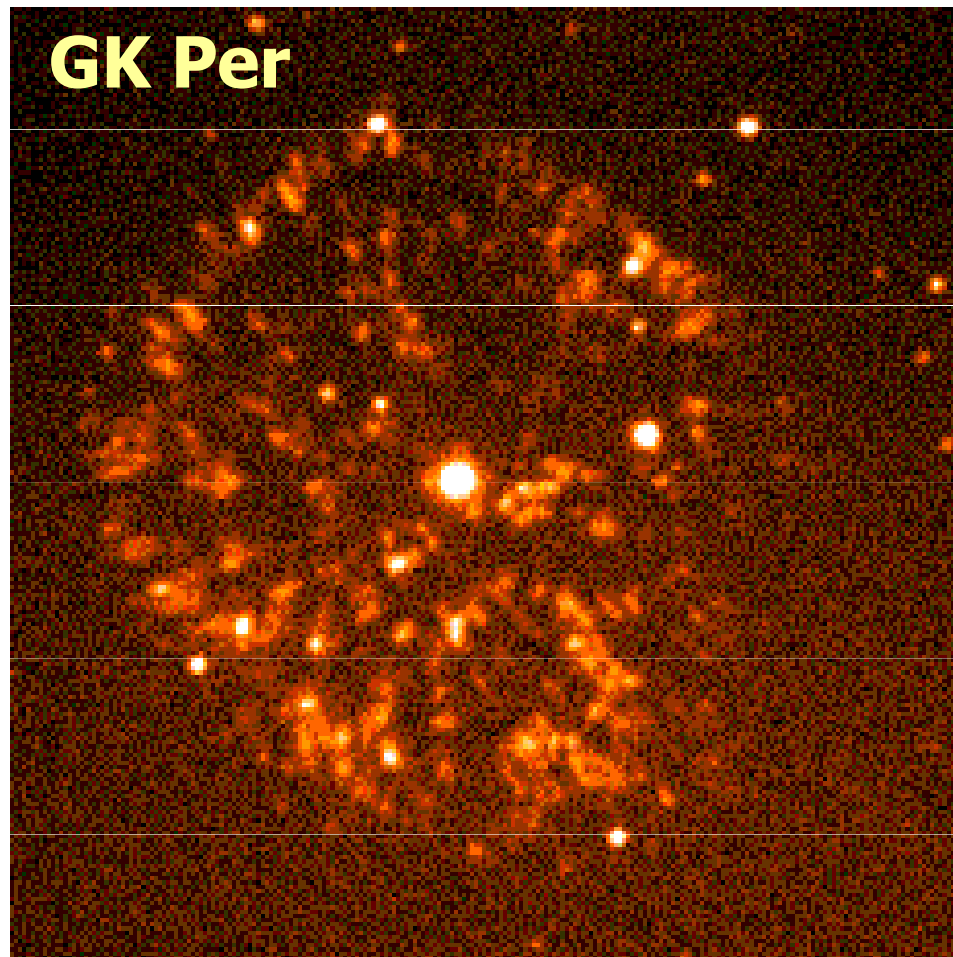
$$m - M = 5 \log r - 5 \quad \dots \quad \log r = 1 + 0,2 (m - M)$$



Shell of matter expanding subsequent to a nova explosion

Novy

Odvržená obálka je větší než u planetárních mlhovin –
30 M_{\odot} , charakter hoření je explozivní, rychlost až
3000 $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$

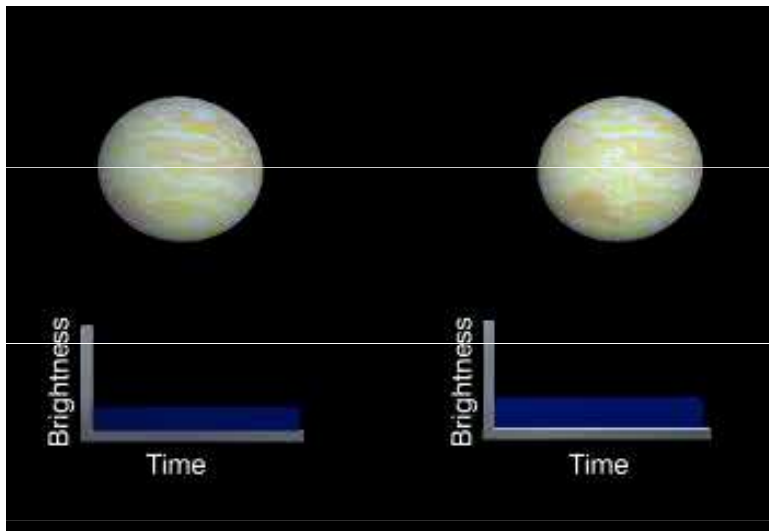


Určování vzdáleností - cefeidy, Hubbleův zákon

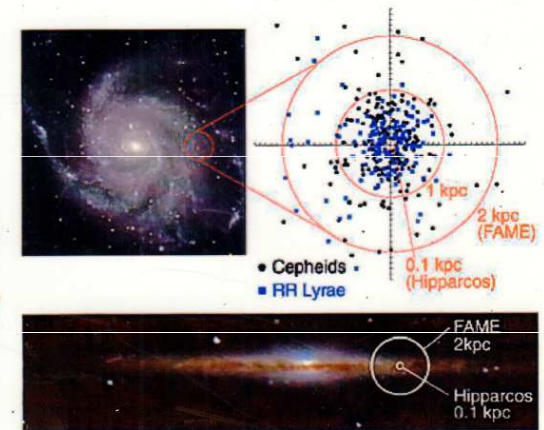
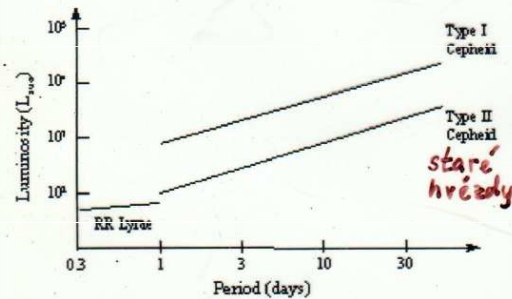
Metoda cefeid měření periody P, klasické cefeidy 1 - 50 dnů, RR Lyrae 1 - 24 hod.

obecný vztah $M = a + b \log P$

klasické cefeidy $M = -1,7 - 2,54 \log P$



Period-Luminosity Relationship



Edwin Powell Hubble (1889 – 1953)

cefeidy - pulsující hvězdy,
měnící svůj poloměr a
jasnost

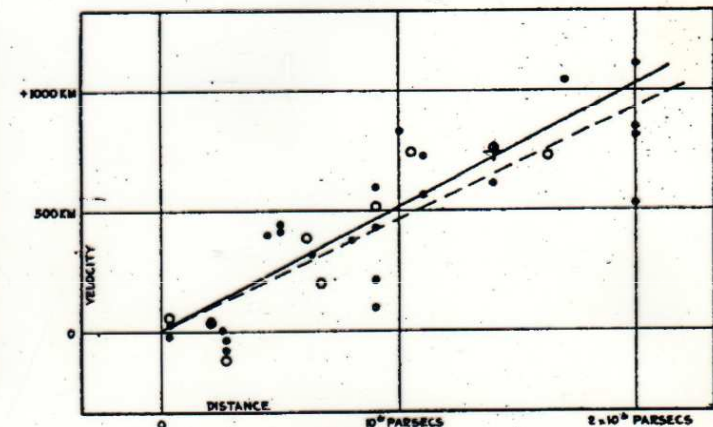
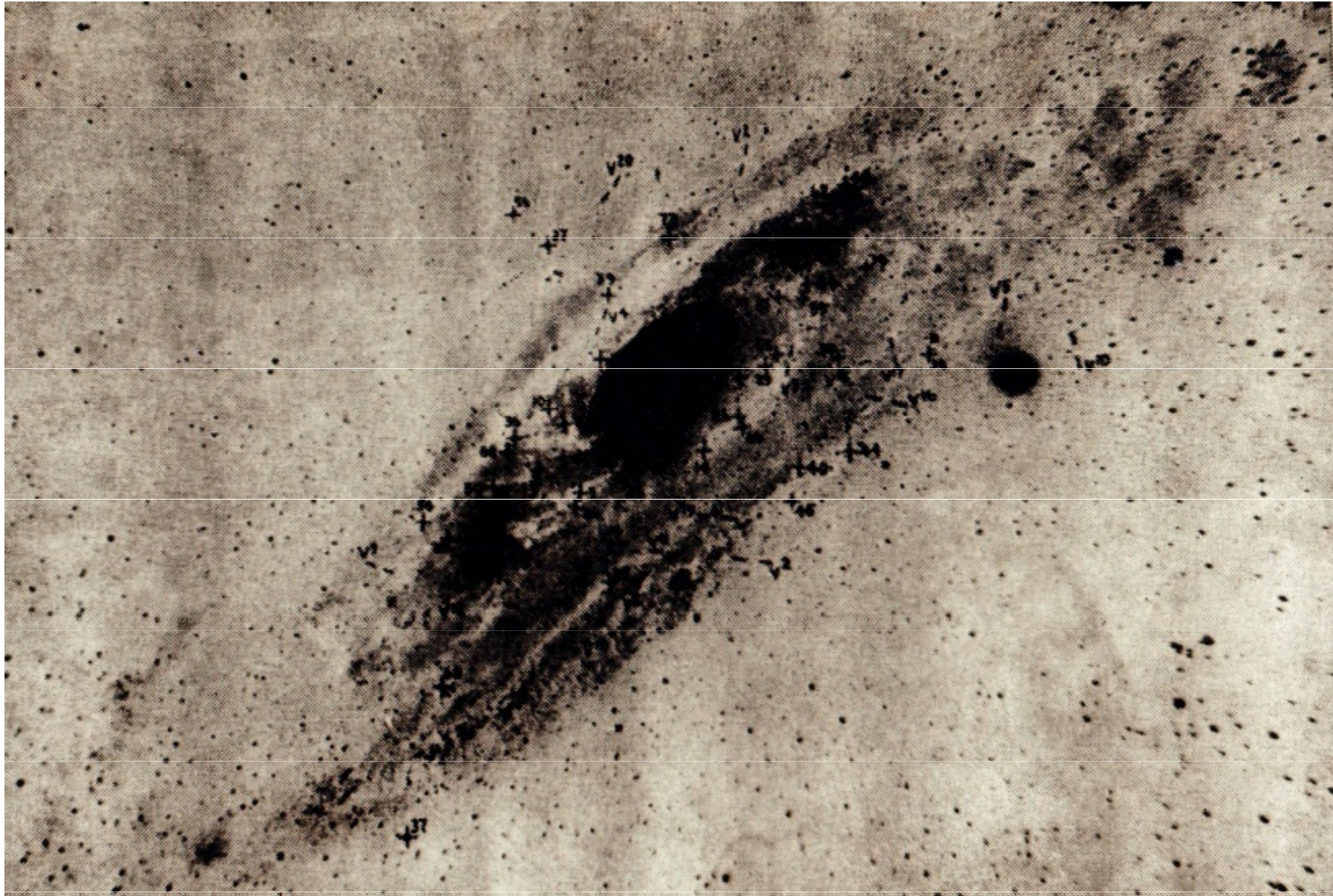


FIGURE 1

Určování vzdáleností – identifikace cefeid v M 31



Určování vzdáleností - cefeidy, družice Hipparcos

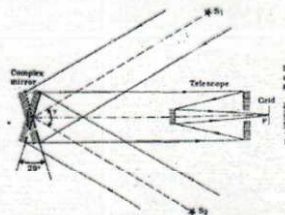
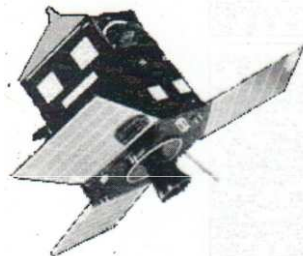
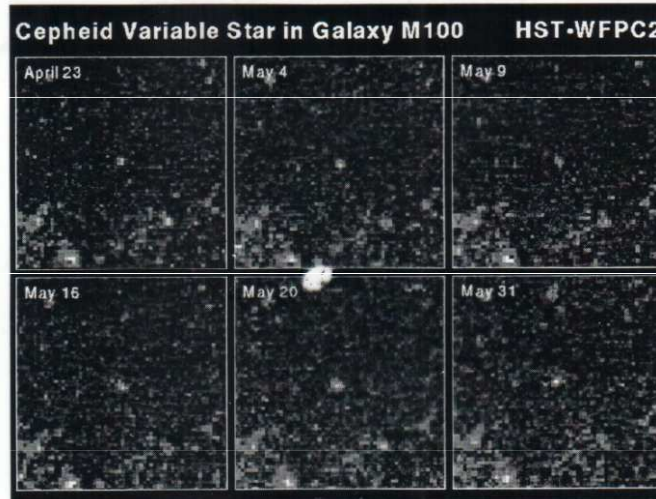
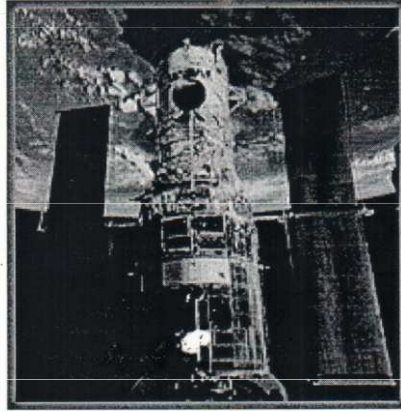


Fig. 8.1. Principle of Hipparcos. The images I_1 and I_2 of stars S_1 and S_2 in different fields of view are formed on the grid which modulates them while the satellite turns around an axis perpendicular to the plane of the drawing.

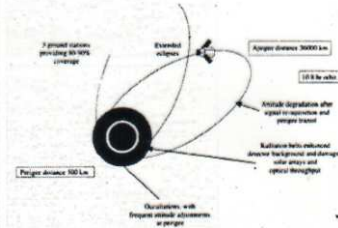
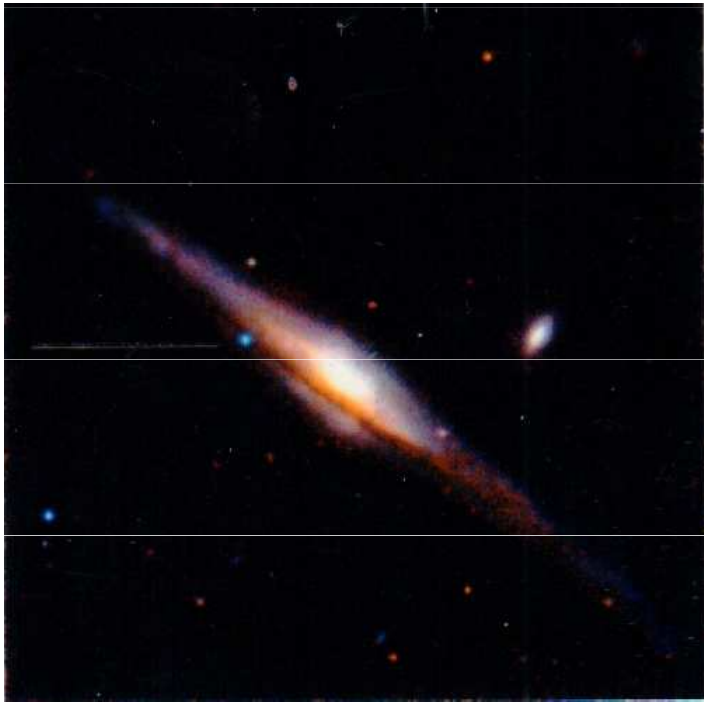


Figure 8.2. The "vertical" or "horizontal" observations of Hipparcos stars are conducted. The distance of the stars which provided considerable observational complications are indicated. The satellite could be observed for about 90-95 per cent of the time with three ground stations, compared with 100 per cent of the time in the standard astronomical mode.

Supernovy Ia

- **těsná dvojhvězda: normální hvězda + bílý trpaslík (uhlíko-kyslíkový).**
- **přetékající plyn se prostřednictvím akrečního disku ukládá na trpaslíka, při překročení hmotnosti $1,4 M_{\odot}$ - Chandrasekharovy meze dochází ke gravitačnímu kolapsu.**
- **exploduje celý bílý trpaslík $10^9 L_{\odot}$.**
- **$V_{\text{exp}} = 25\,000 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$, neexistence vodíkových čar.**

Určování vzdáleností - supernovy Ia



Metoda supernov Ia v maximu jasnosti $M = -18,7$ mag

$$m - M = 5 - 5 \log r \quad \dots \quad \log r = 1 + 0,2 (m - M)$$

Spirální galaxie se supernovou



Určování vzdáleností galaxií

Hubbleův - Lemaitrův zákon

Edwin Powell Hubble

Hubbleův zákon $z = \frac{\lambda_p - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}}$ $v = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{lab}} = c z = H r$

1889 - 1953

$r = \frac{c}{H} z$ při $z > 0,1$ $v = c \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$

$v = H \cdot r$

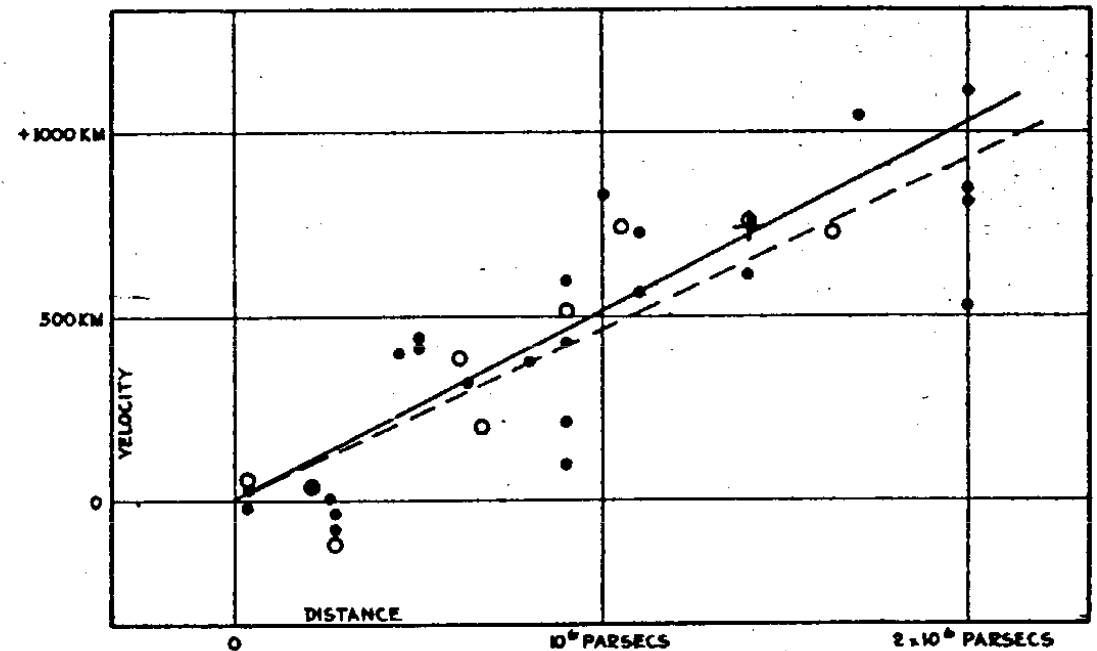
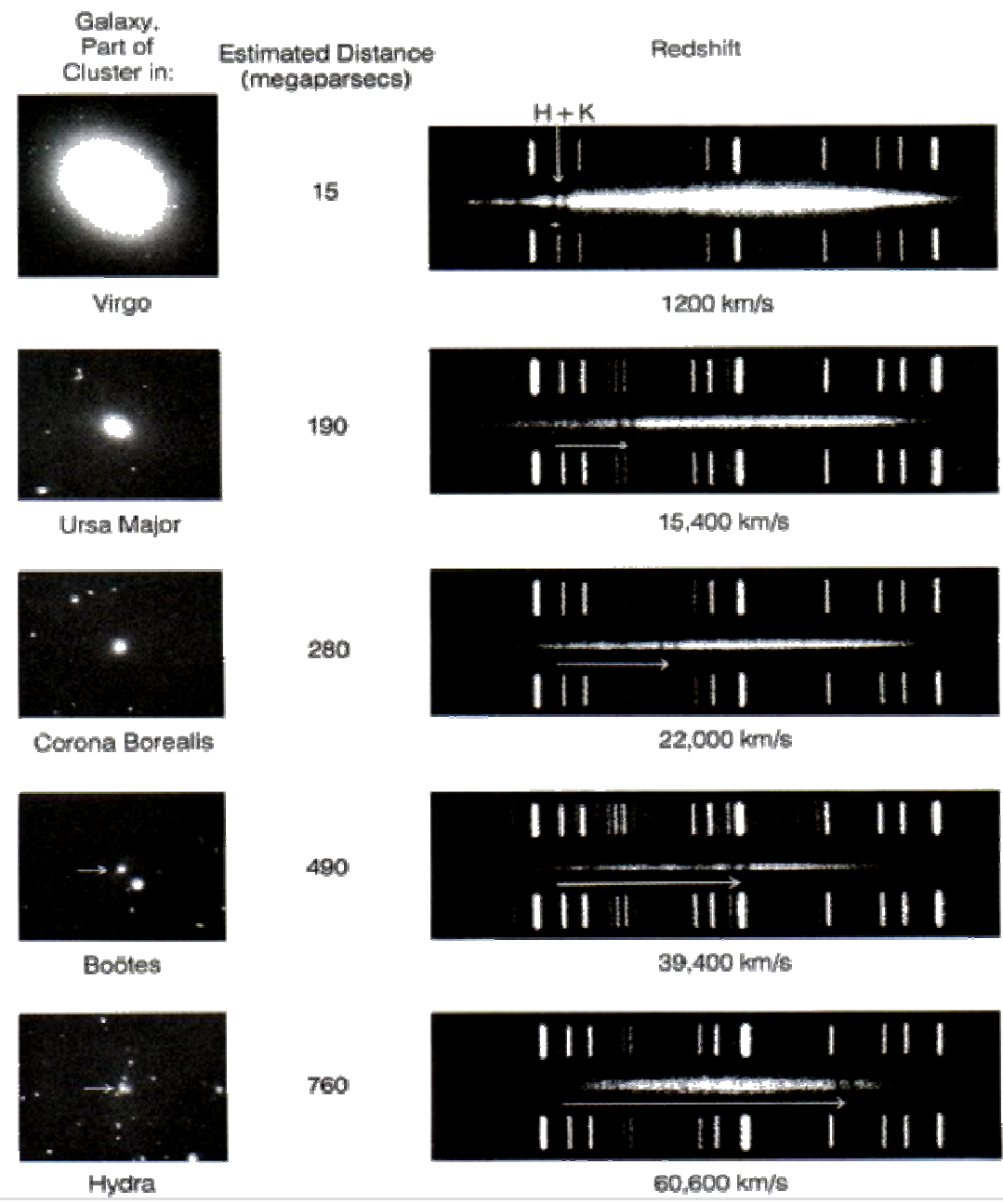
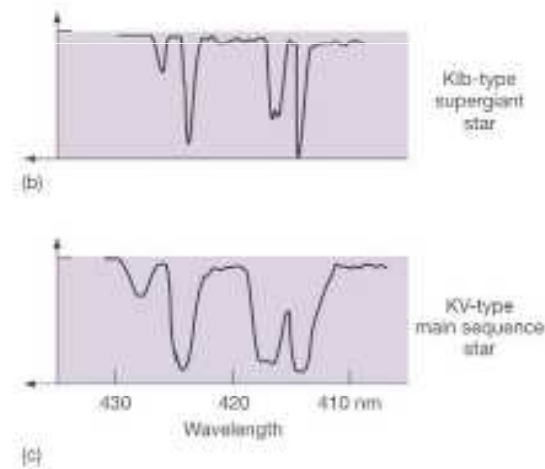
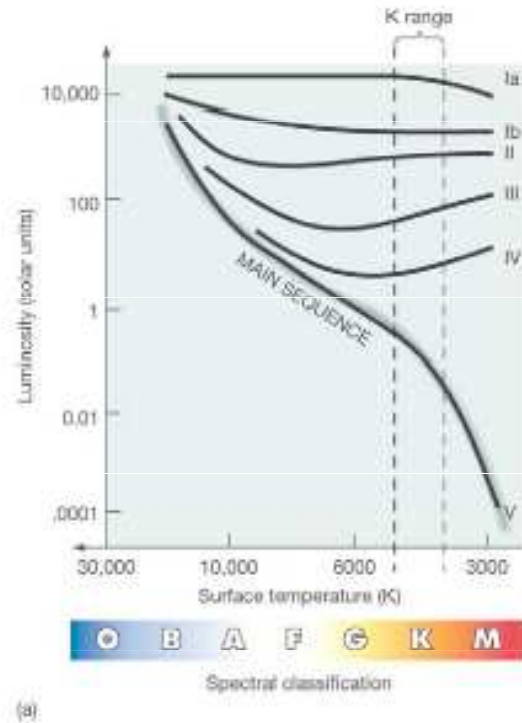


FIGURE 1

Hubbleův - Lemaitrův zákon

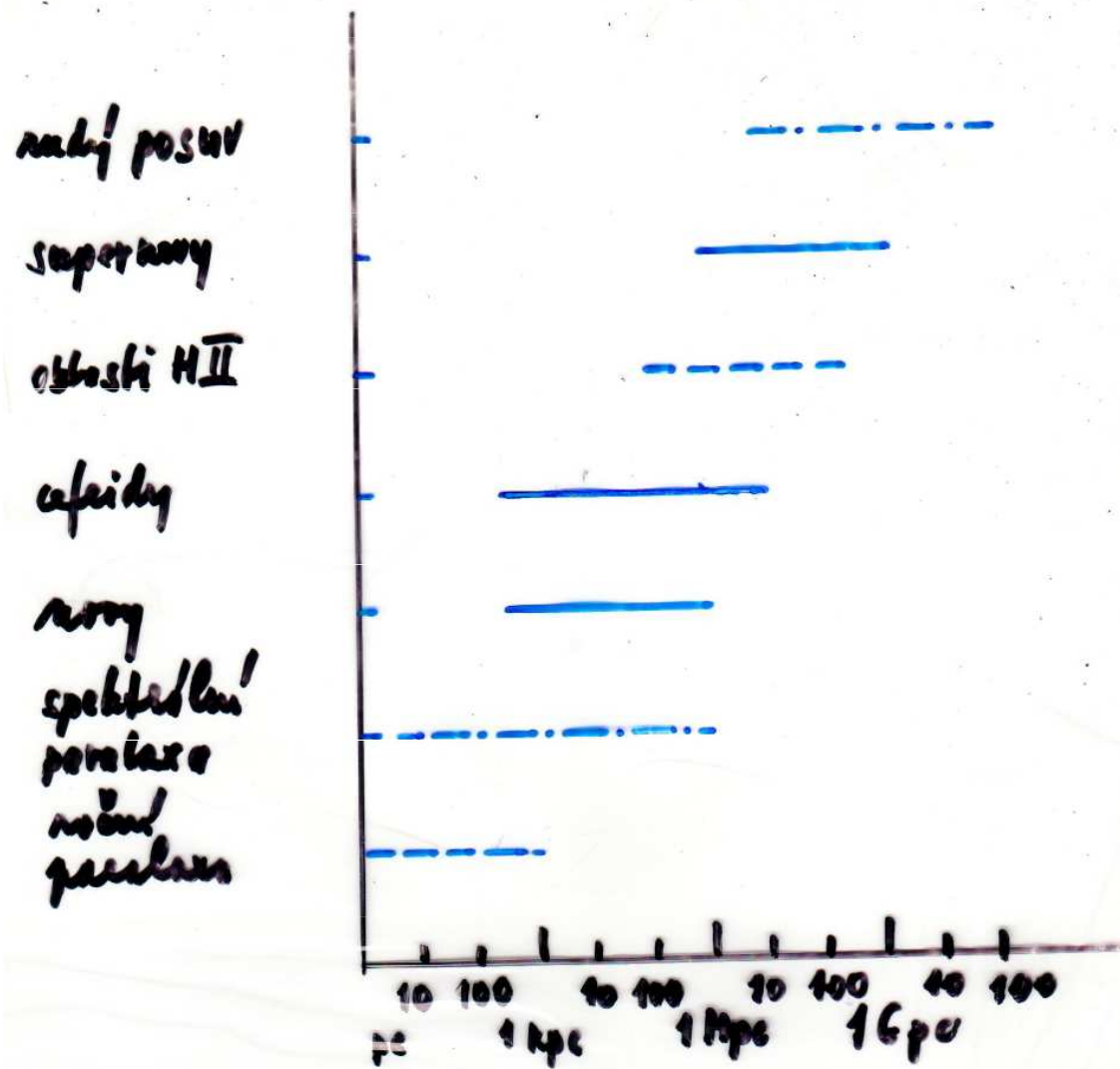


Spektrální paralaxa hvězd



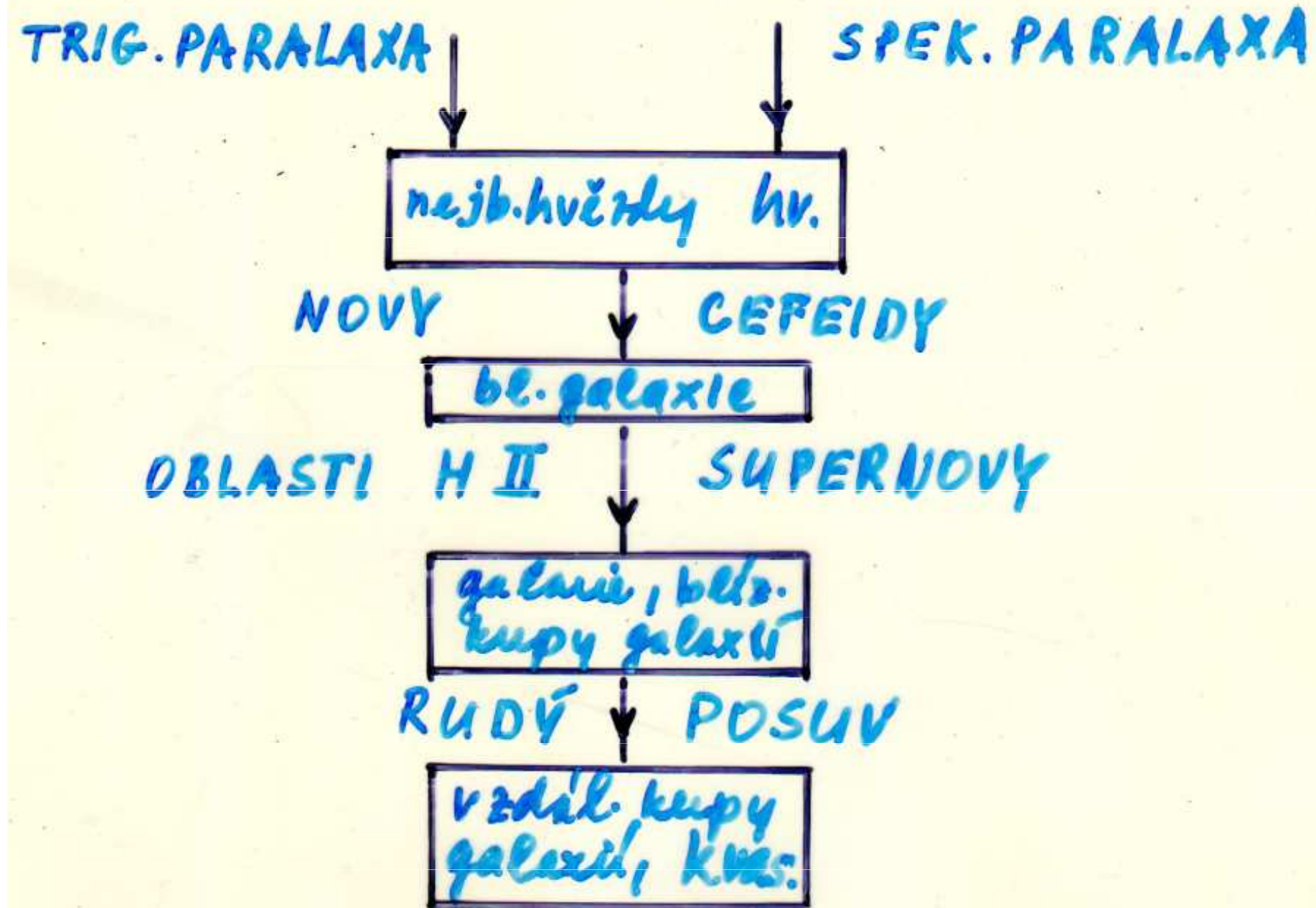
podle intenzity vybraných spektrálních čar - rozlišení obrů
a hvězd HP, poloha hvězdy – vzdálenost

Určování vzdáleností - přehled metod



mlhoviny/
spektrální metody/
fotometrické

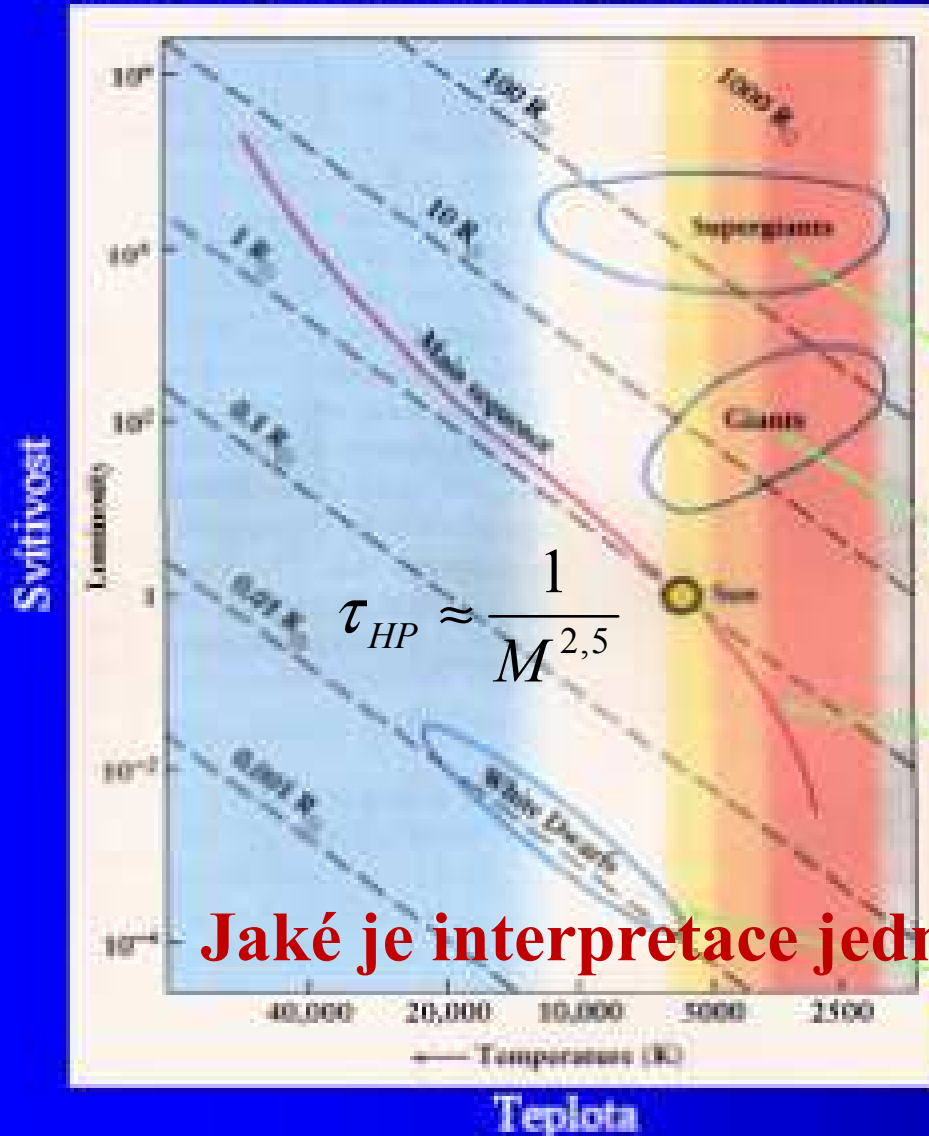
Určování vzdáleností - přehled metod



H - R diagram

Typy hvězd

Hertzsprungův-Russelův diagram (H-R diagram)



Jaké je interpretace jednotlivých oblastí ?

Ejnar Hertzsprung
(1873-1967)



veleobří

obří

hlavní posloupnost

bílí trpasličí



Henry Norris Russell
(1877-1957)

H - R diagram

Ejnar Hertzsprung 1873 - 1967, r. 1905 tabulka

Henry Norris Russell 1877 - 1957, r. 1913 diagram,

publikace 1914

RELATIONS BETWEEN THE SPECTRA AND OTHER CHARACTERISTICS OF THE STARS.*

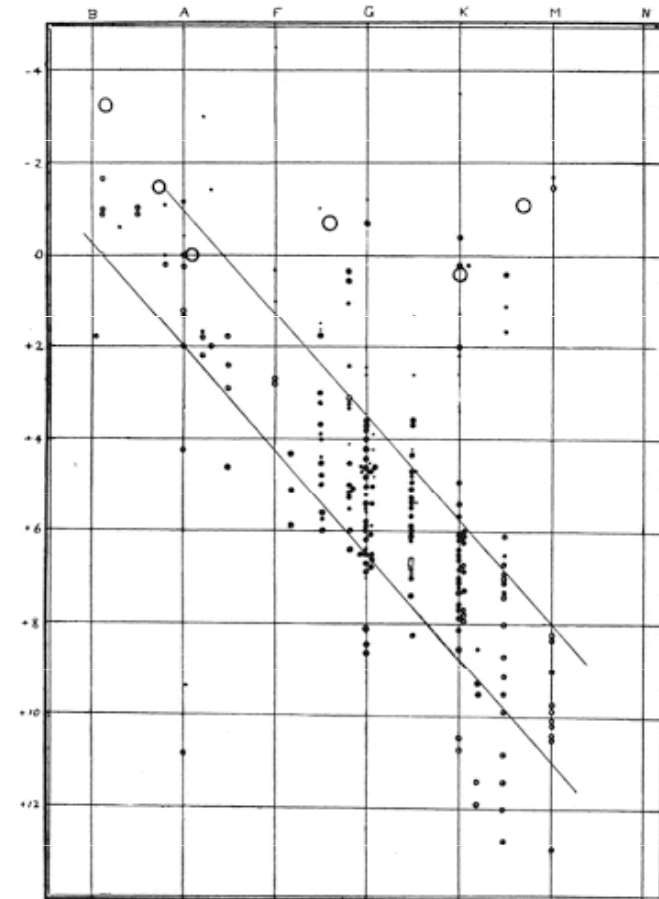
HENRY NORRIS RUSSELL.

Investigations into the nature of the stars must necessarily be very largely based upon the average characteristics of groups of stars selected in various ways,—as by brightness, proper motion, and the like. The publication within the last few years of a great wealth of accumulated observational material makes the compilation of such data an easy process; but some methods of grouping appear to bring out much more definite and interesting relations than others, and, of all the principles of division, that which separates the stars according to their spectral types has revealed the most remarkable differences, and those which most stimulate attempts at a theoretical explanation.

In the present discussion, I shall attempt to review very rapidly the principal results reached by other investigators, and shall then ask your indulgence for an account of certain researches in which I have been

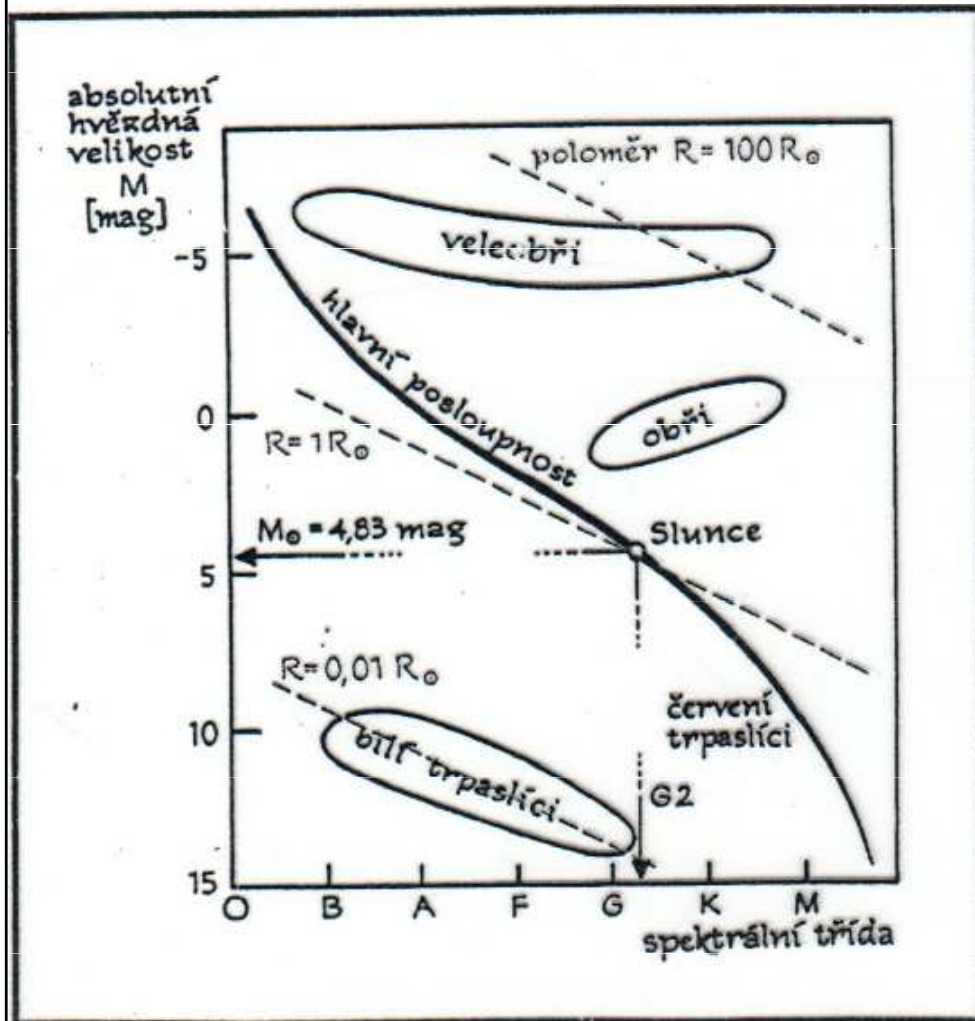
TABLE I

Spectrum	Color-Index			Temperature
	King	Parkhurst	Schwarzschild	
B0	-0.32			20000 :
B5	-0.17	-0.21	-0.20	14000
A0	0.00	0.00	0.00	11000
A5	0.19	0.23	0.20	9000
F0	0.30	0.43	0.40	7500
F5	0.52	0.65	0.60	6000
G0	0.71	0.86	0.84	5000
G5	0.90	1.07	1.10	4500
K0	1.16	1.30	1.35	4200
K5	1.62	1.51	1.80	3200
M	1.62	1.68		3100
N		2.5		2300 :

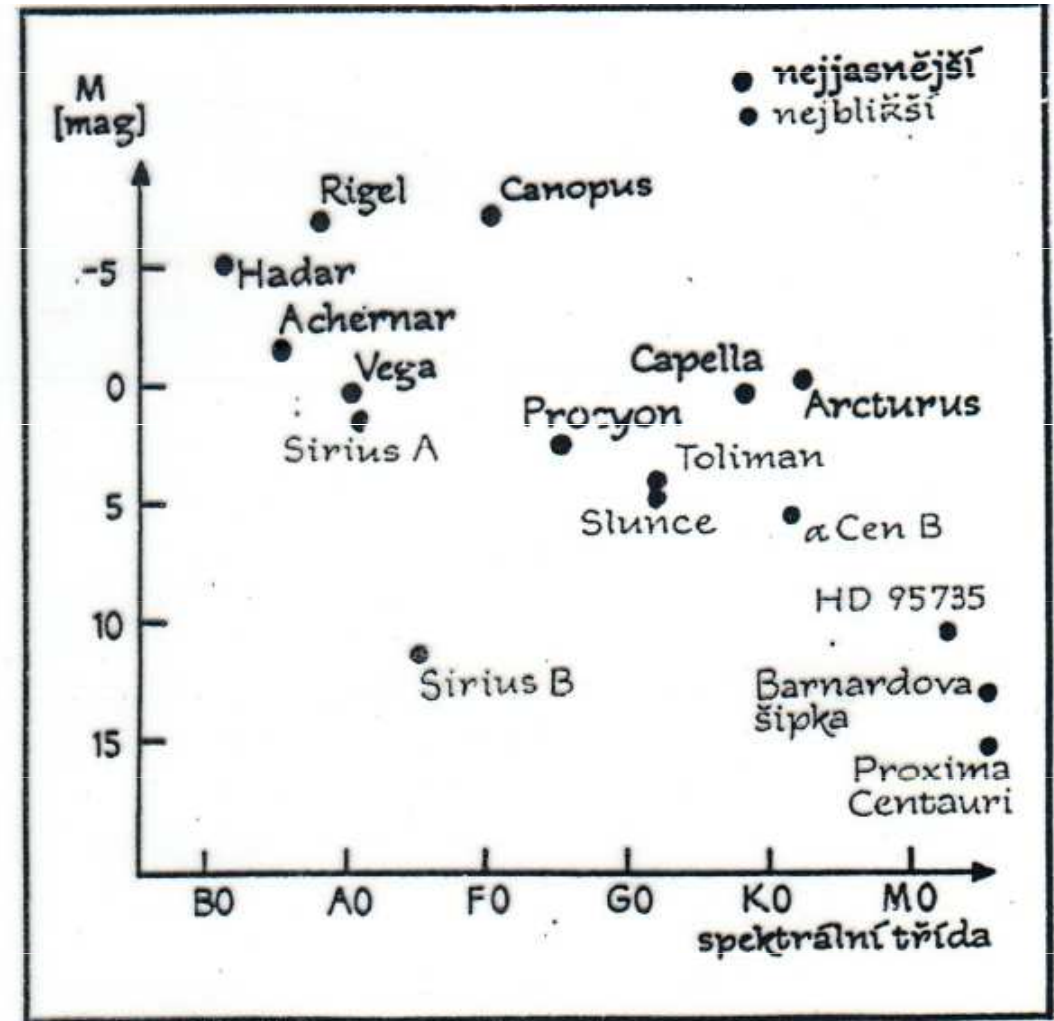


H - R diagram, výběrové efekty

Jednotlivé oblasti – hlavní posloupnost, obři, veleobři, bílí trpaslíci,
Galaxie statistika: *10 mil. hvězd HP, 1 mil. bílých trpaslíků, 1 tisíc obrů, 1 veleobr*



▲ Obr. L8.3. - Hertzsprungův-Russellův diagram.



▲ Obr. L8.4. - HR diagram pro nejjasnější a nejbližší hvězdy.

H - R diagram

výběrové efekty - hvězdy s větším zářivým výkonem lze pozorovat na větší vzdálenosti

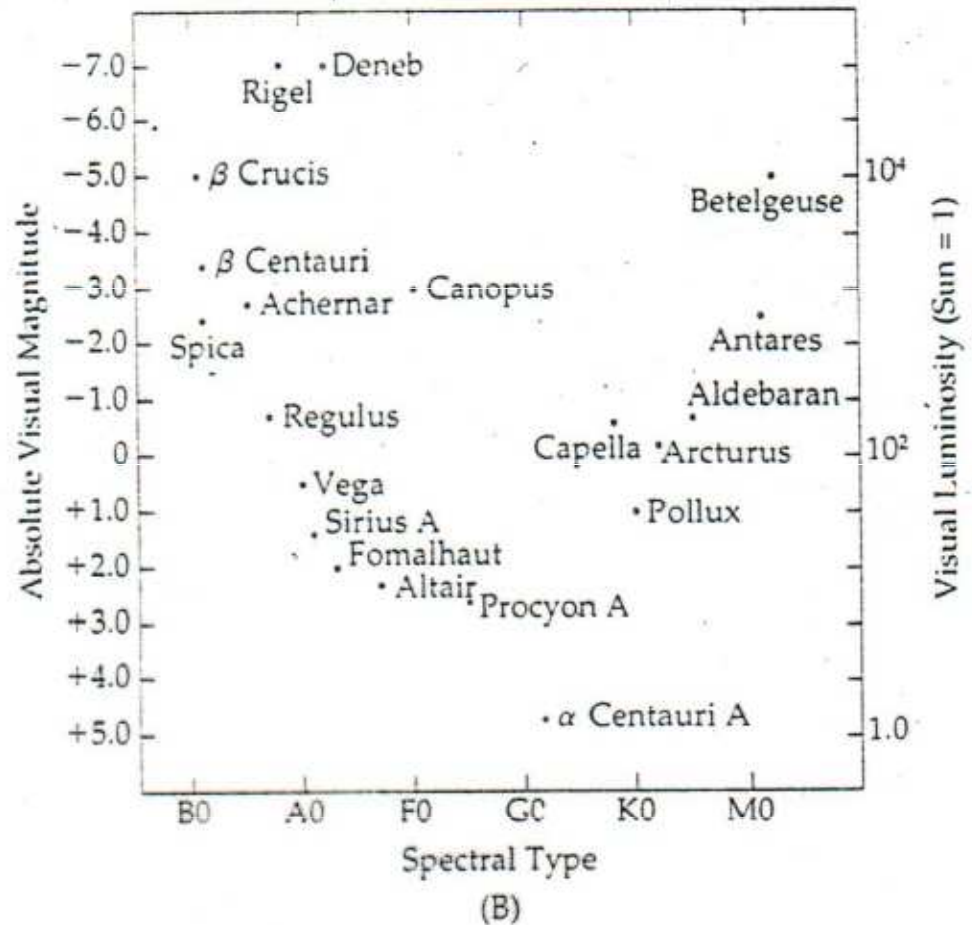
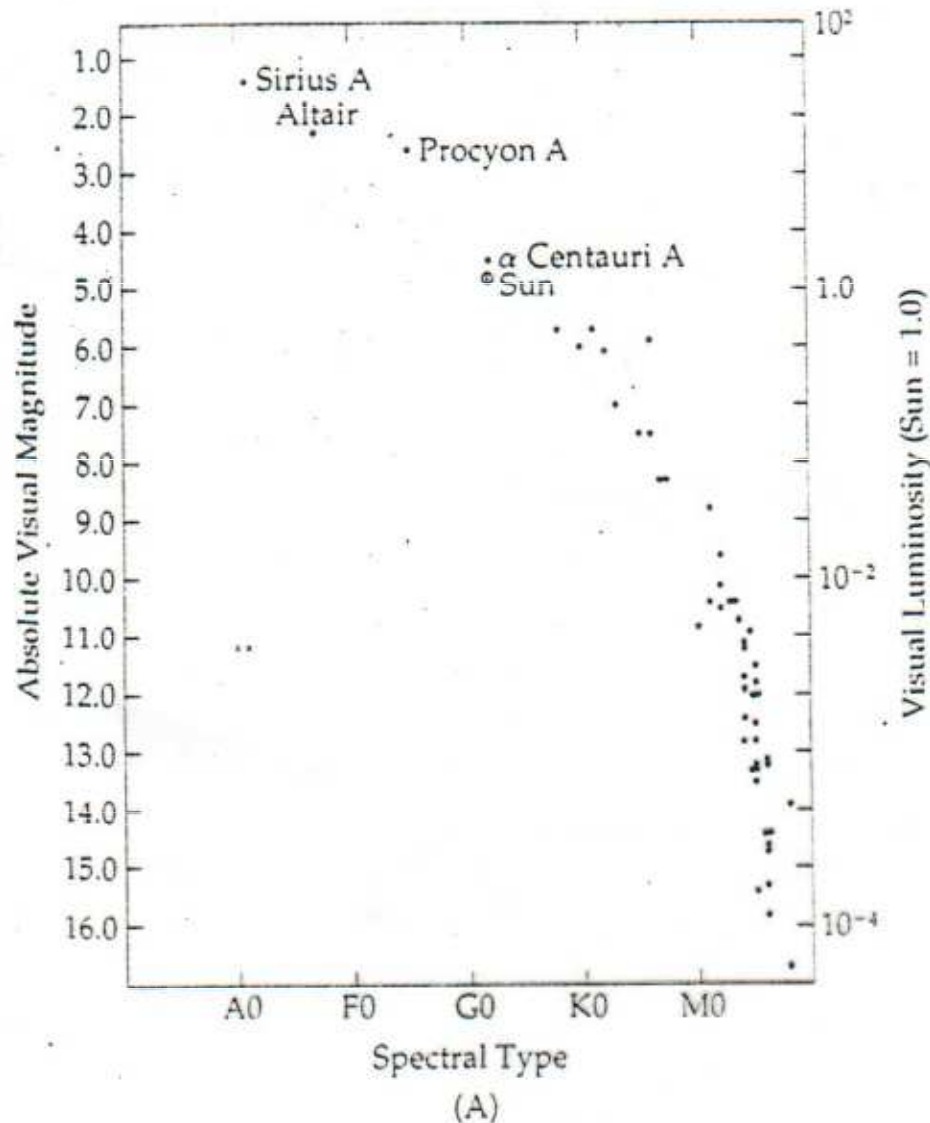
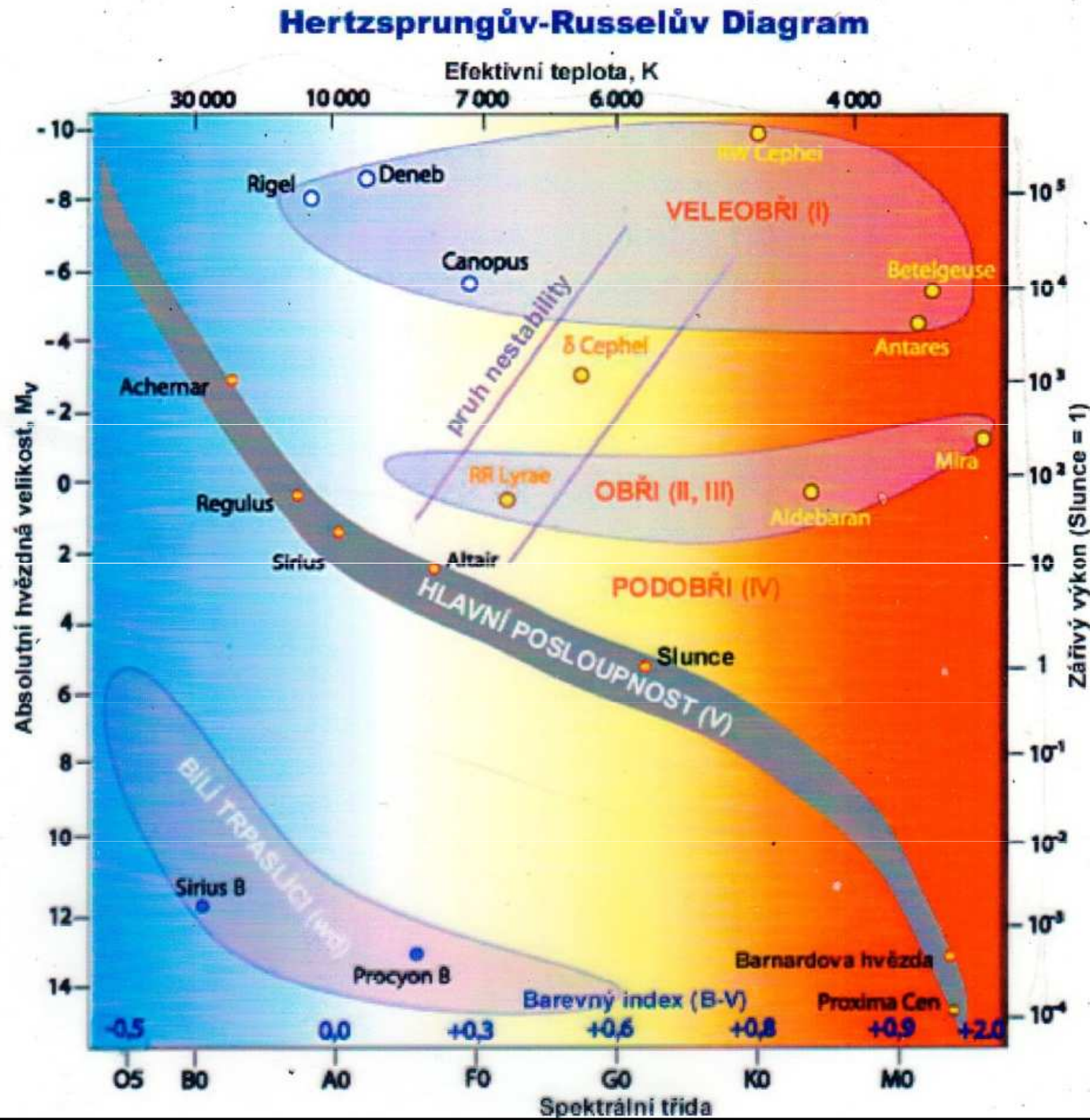
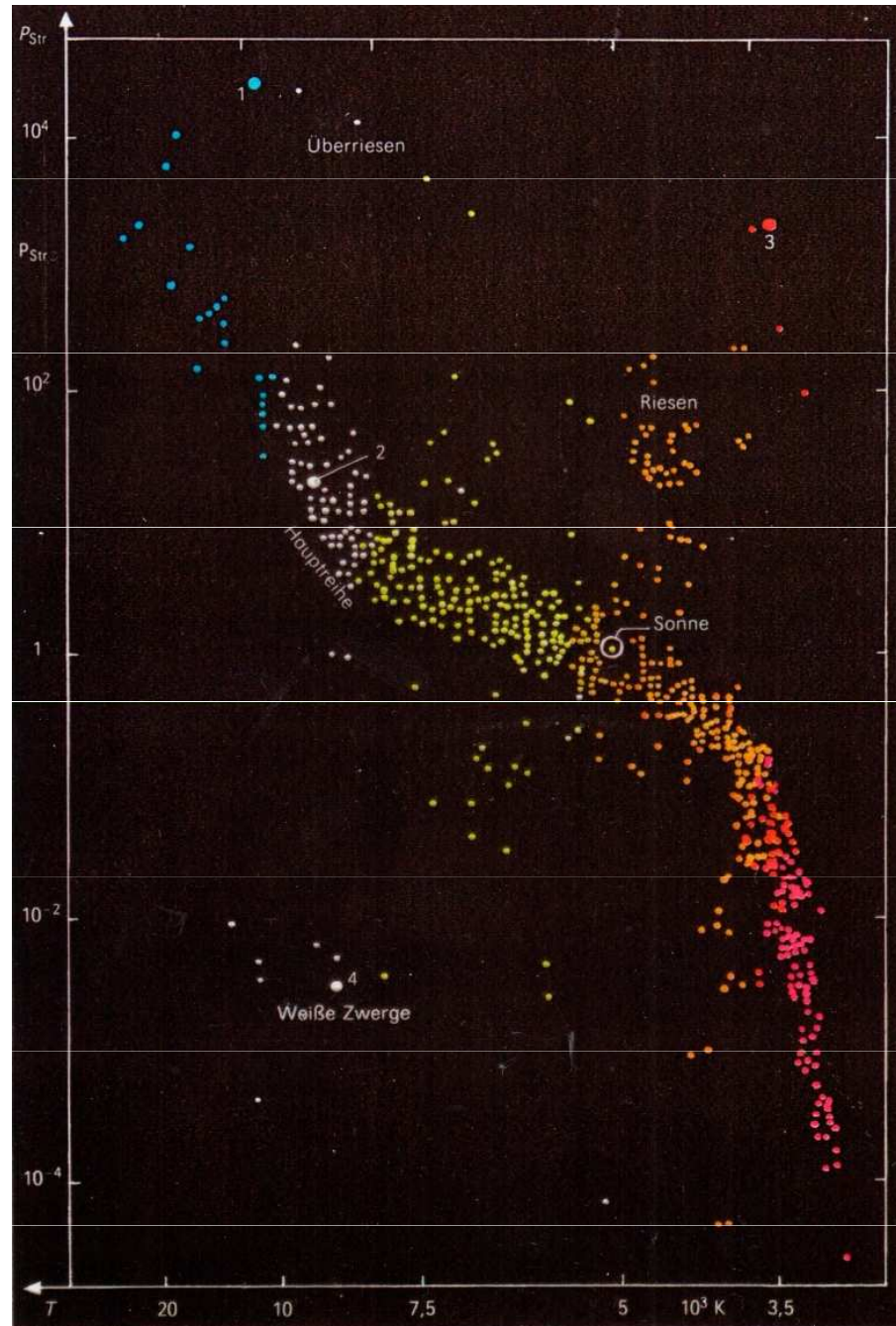


Figure 13-7 Hertzsprung-Russell diagrams. (A) For stars within 5 pc of the Sun. Note that most are low-luminosity, cool stars. (B) For the brightest stars in the sky. These tend to be very luminous stars.

H - R diagram - stavový, určuje stav hvězd



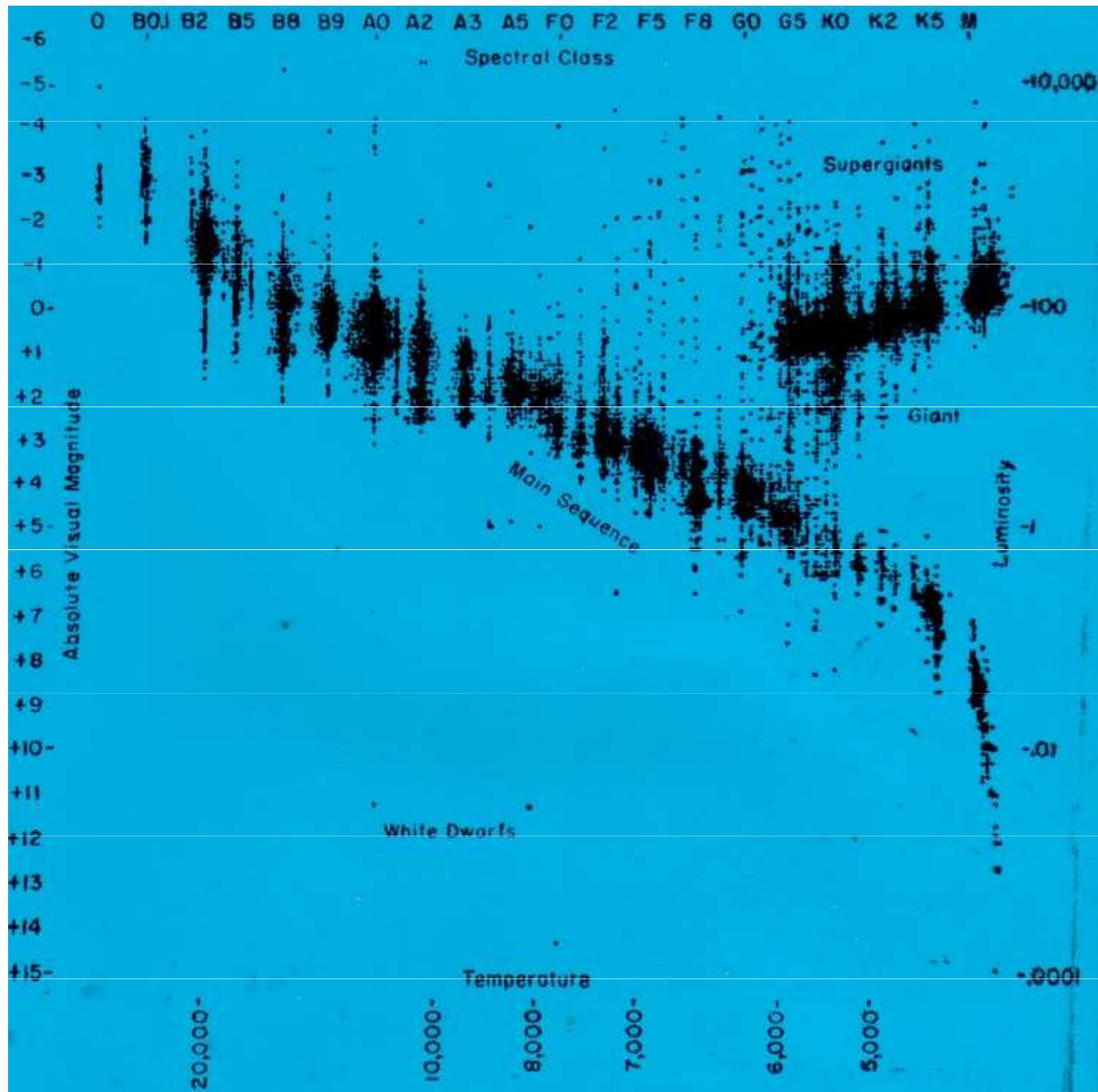
H - R diagram



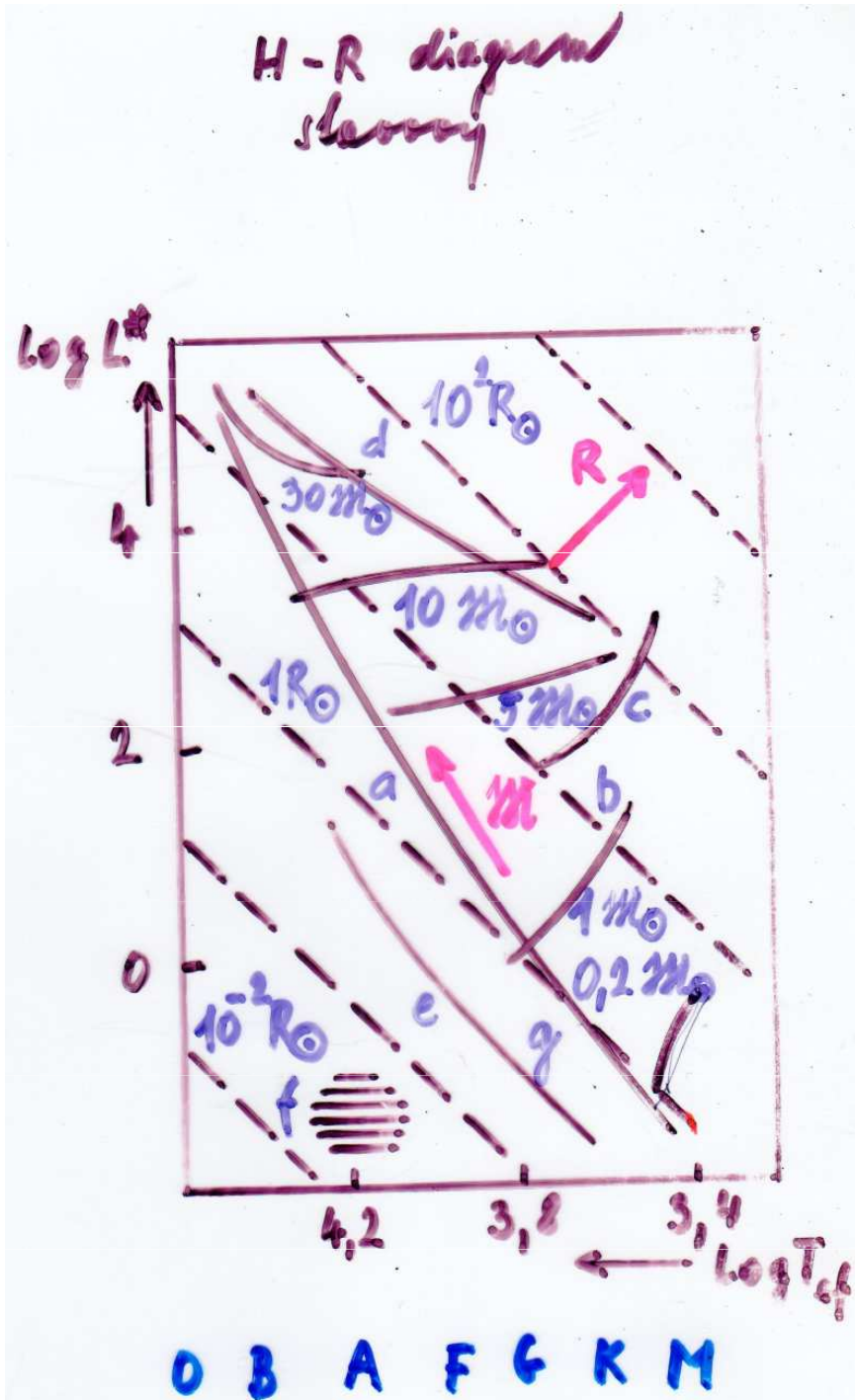
1 Rigel 2 Sirius A 3 Betelgeuze 4 Sirius B

Bild 3 Hertzsprung-Russell-Diagramm

H - R diagram



H-R diagram, závislost L - Tef



$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

$$L_0 = 4\pi R_0^2 \sigma T_{ef0}^4$$

$$L^* = R^{*2} \frac{T_{ef}^4}{T_{ef0}^4} \quad (1)$$

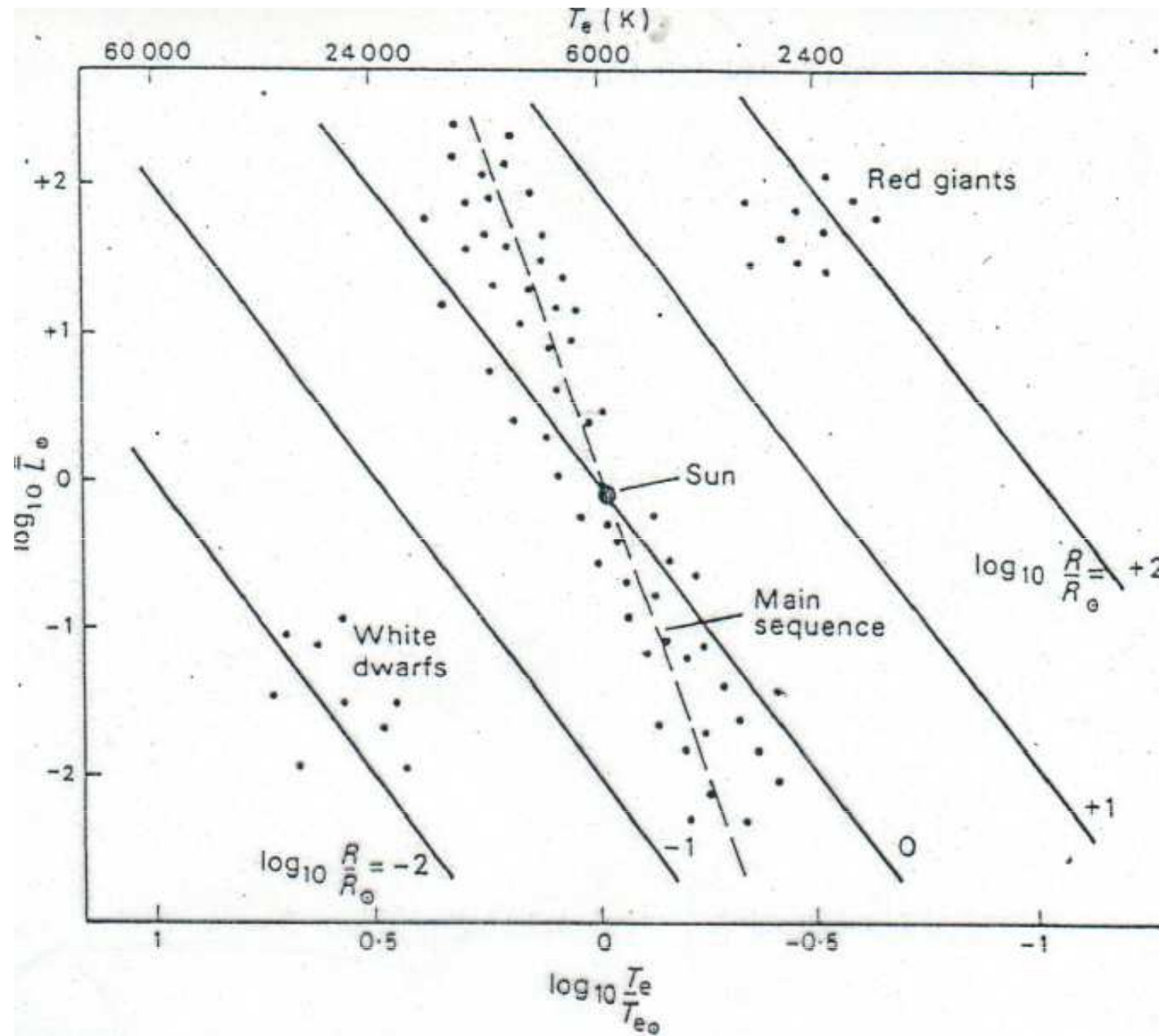
$$L^* = \frac{L}{L_0}$$

$$R^* = \frac{R}{R_0}$$

$$\log L^* = 2 \log R^* + 4 \log \frac{T}{T_0}$$

$$y = 4x + q$$

H - R diagram



H. N. Russell
1877 - 1957

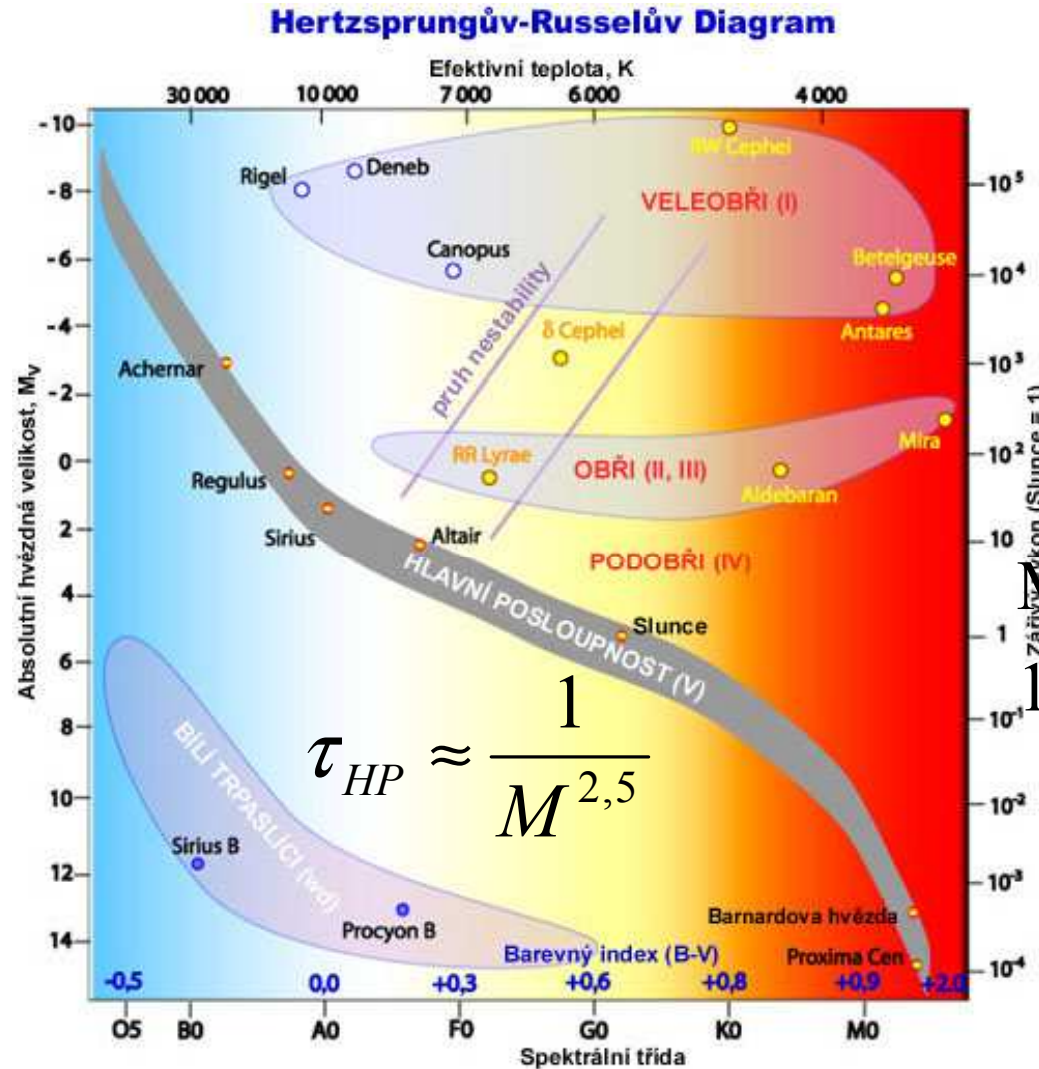


Odhalování vývoje hvězd, souvislost jednotlivých oblastí

B. Strömgren
1908 - 1987



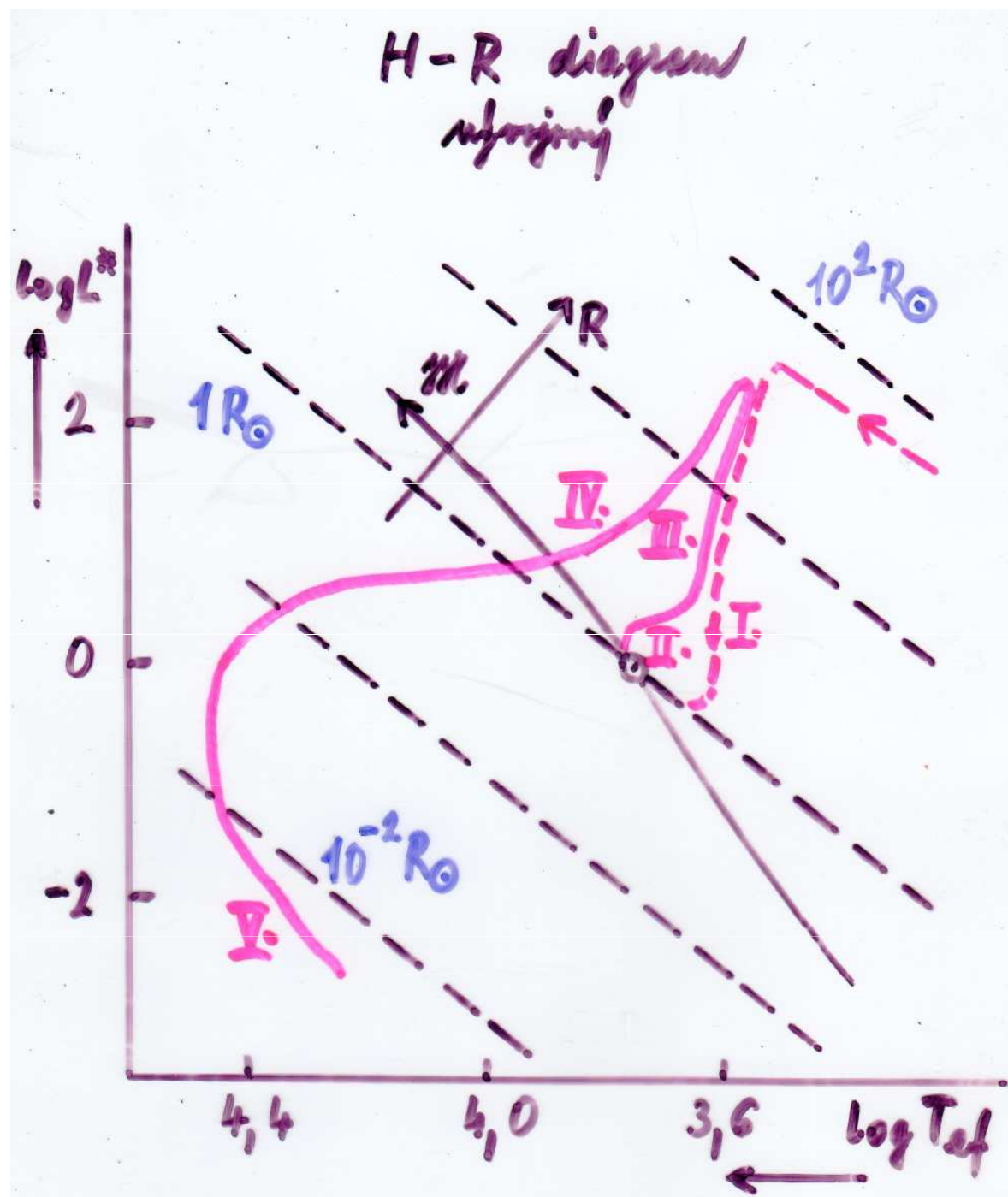
G. Gamow
1904 - 1968



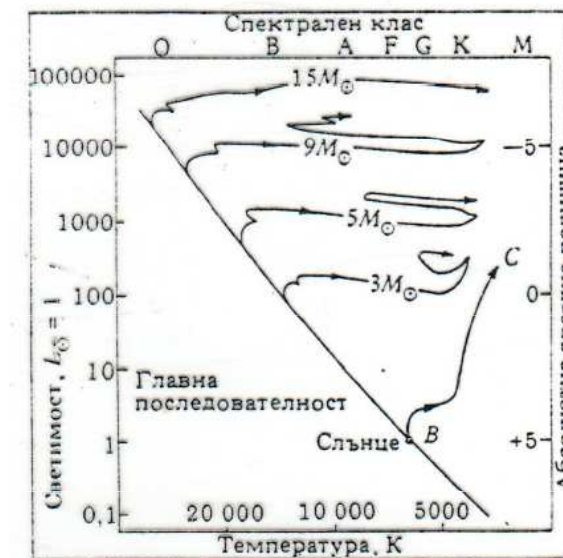
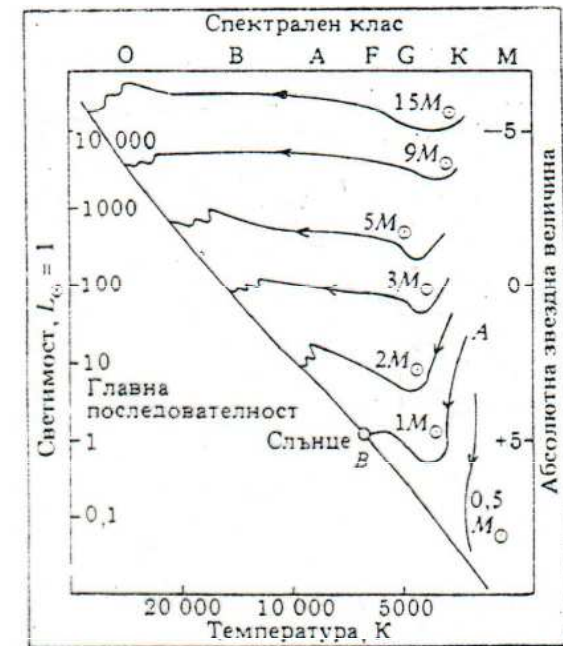
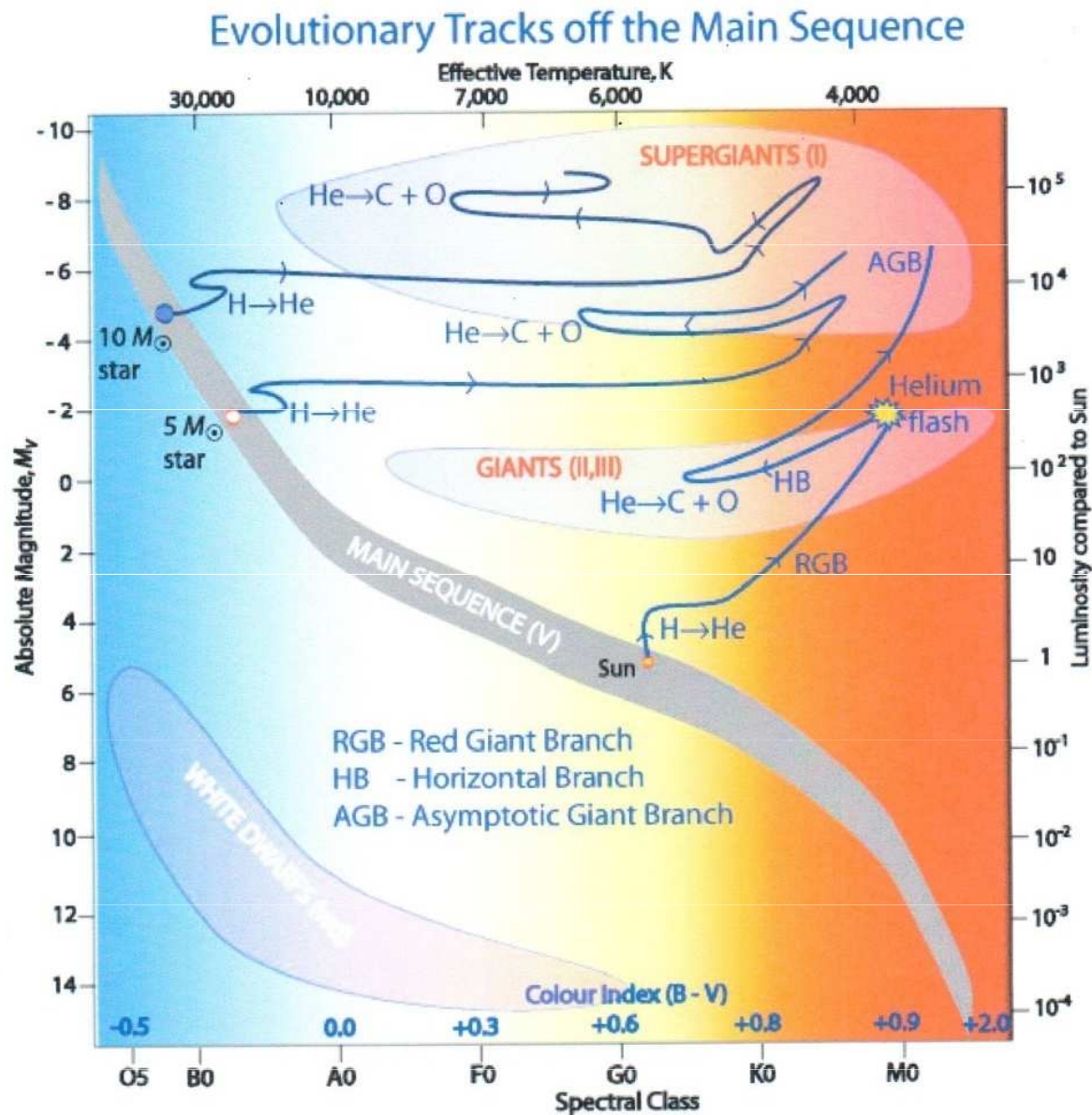
M. Schwarzschild
1912 - 1997



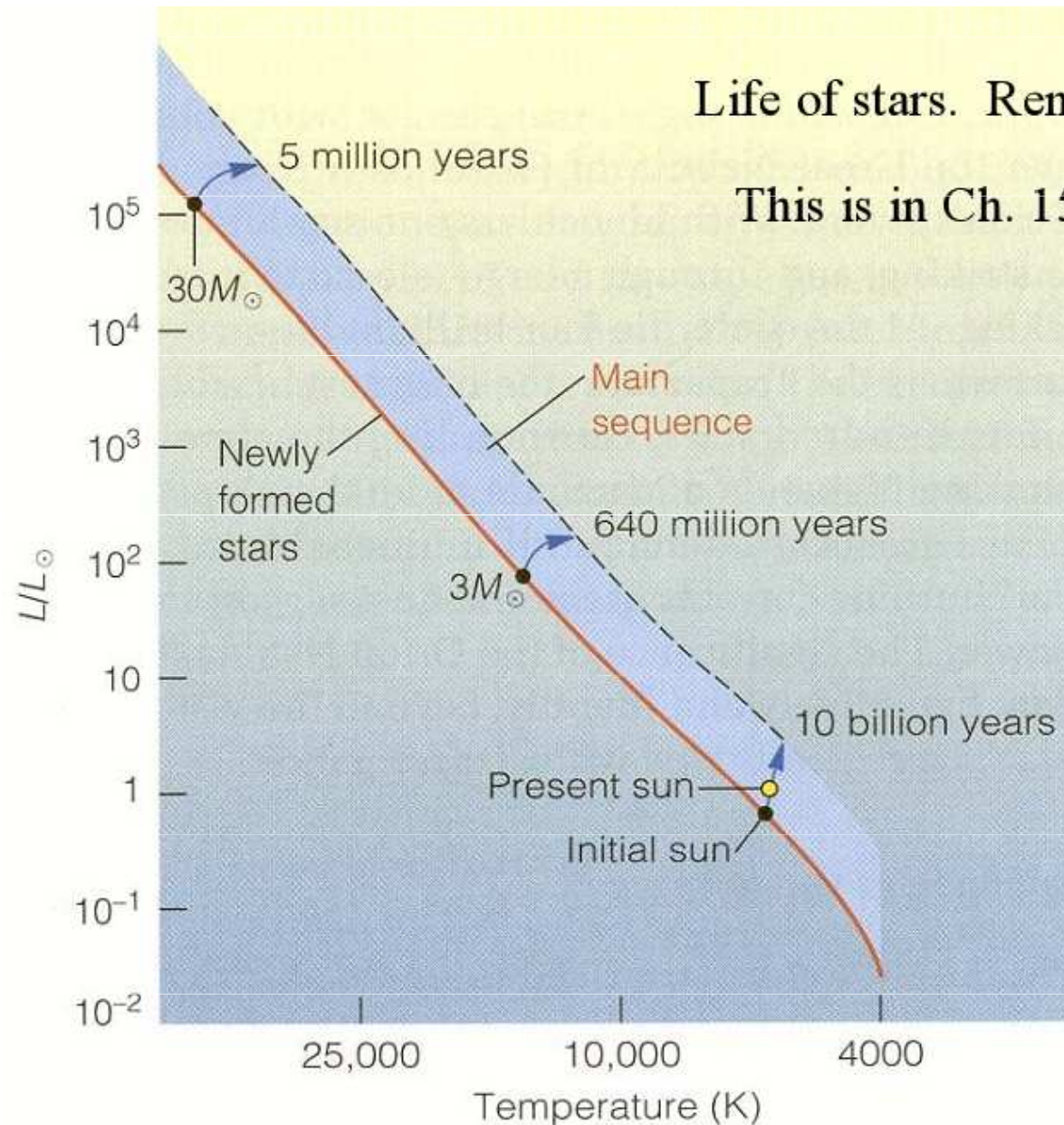
H - R diagram vývojový pro Slunce



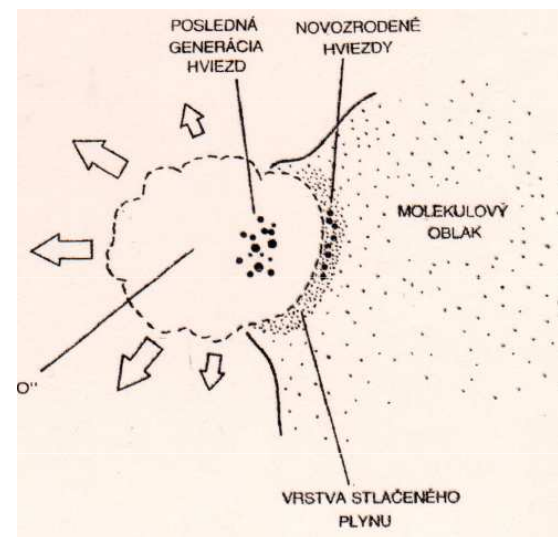
H - R diagram - vývojový



Vývoj na hlavní posloupnosti, posloupnost nulového stáří



Vznik hvězd

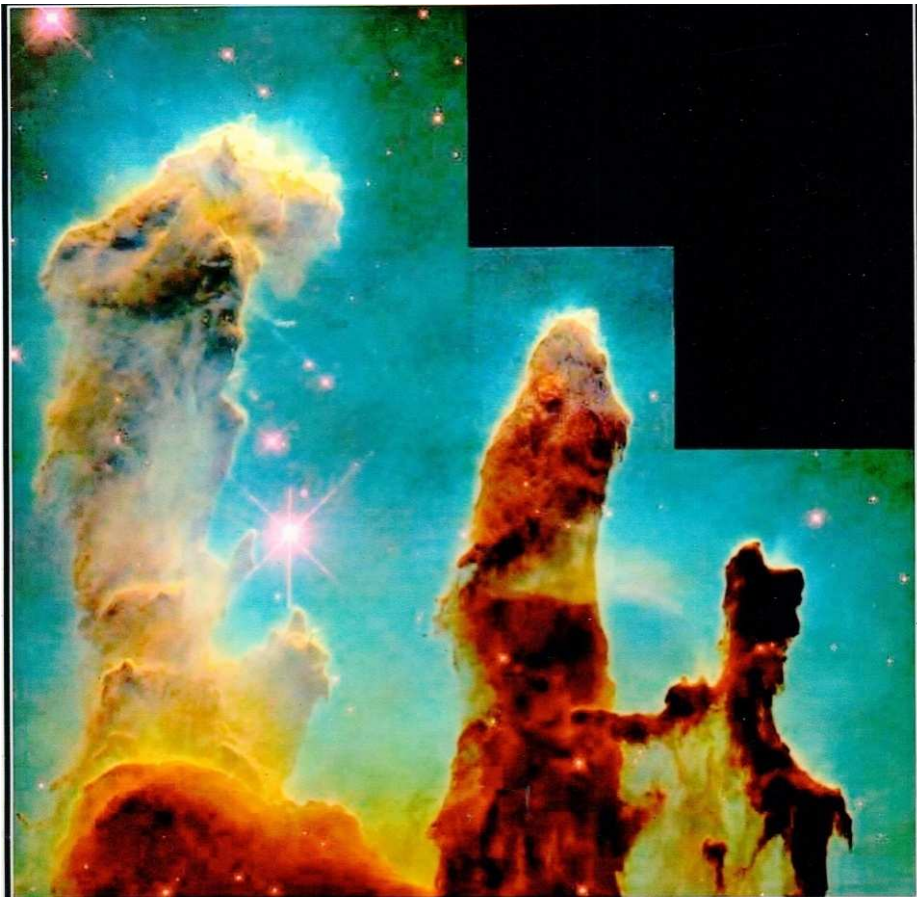


Vznik hvězd



molekulární vodíkový plyn v souhvězdí Štíra

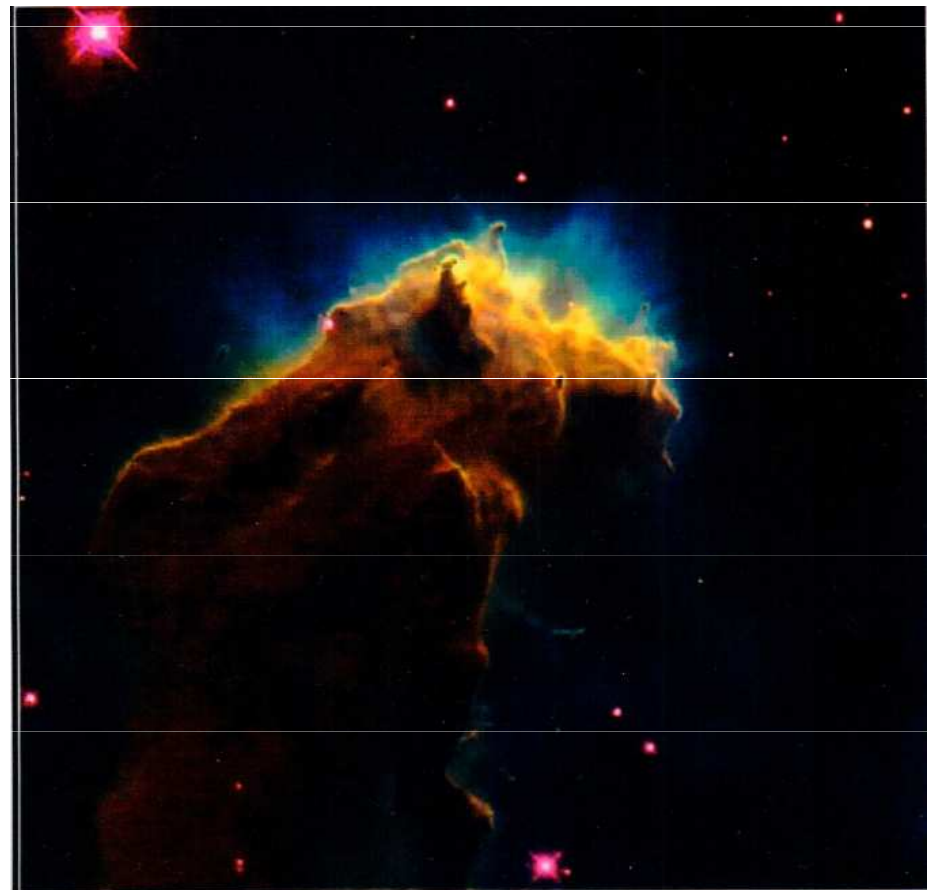
Vznik hvězd



Gaseous Pillars · M16

HST · WFPC2

PRC95-44a · ST ScI OPO · November 2, 1995
J. Hester and P. Scowen (AZ State Univ.), NASA



Star-Birth Clouds · M16

HST · WFPC2

PRC95-44b · ST ScI OPO · November 2, 1995
J. Hester and P. Scowen (AZ State Univ.), NASA

Vznik hvězd v Orlí mlhovině



Vznik hvězd v současnosti

rozsáhlá mlhovina - částice prachu

podle hustoty 10 - 100 K

částice mají rozměry 10^{-7} m, jejich

vlnová délka odpovídá infračervenému oboru, efektivní

rozsáhlá

$$\lambda \sim 10^{-4} - 10^{-5} \text{ m}$$

gravitační smrštění, nárůst hustoty

a tlaku \Rightarrow podmínky pro term. reakce

$$T \sim 10^6 \text{ K}$$



nebo jiné reakce



je třeba pochopit, že ve hvězdě

při hustotách 10^3 K je velmi obtížné

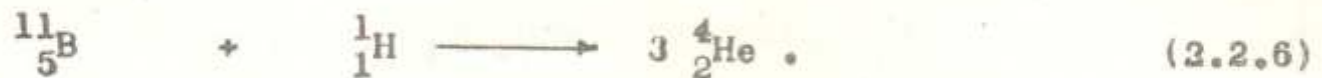
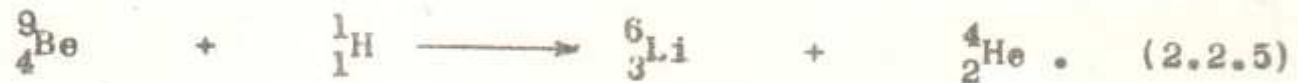
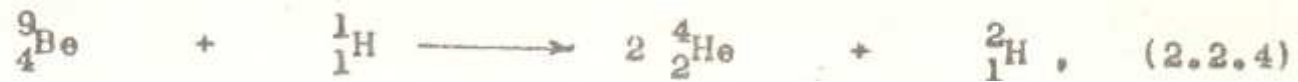
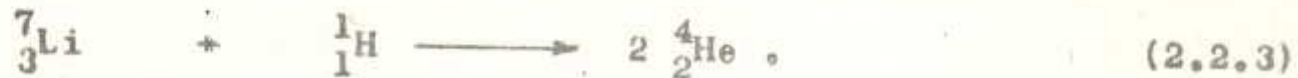
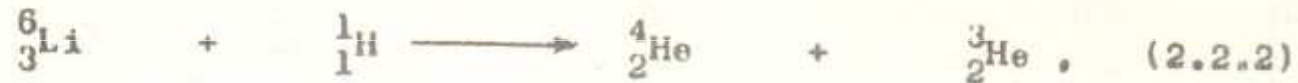
reakce

Vznik hvězd v současnosti

Po dosažení teploty řádově 10^6 K v jádře začne probíhat reakce

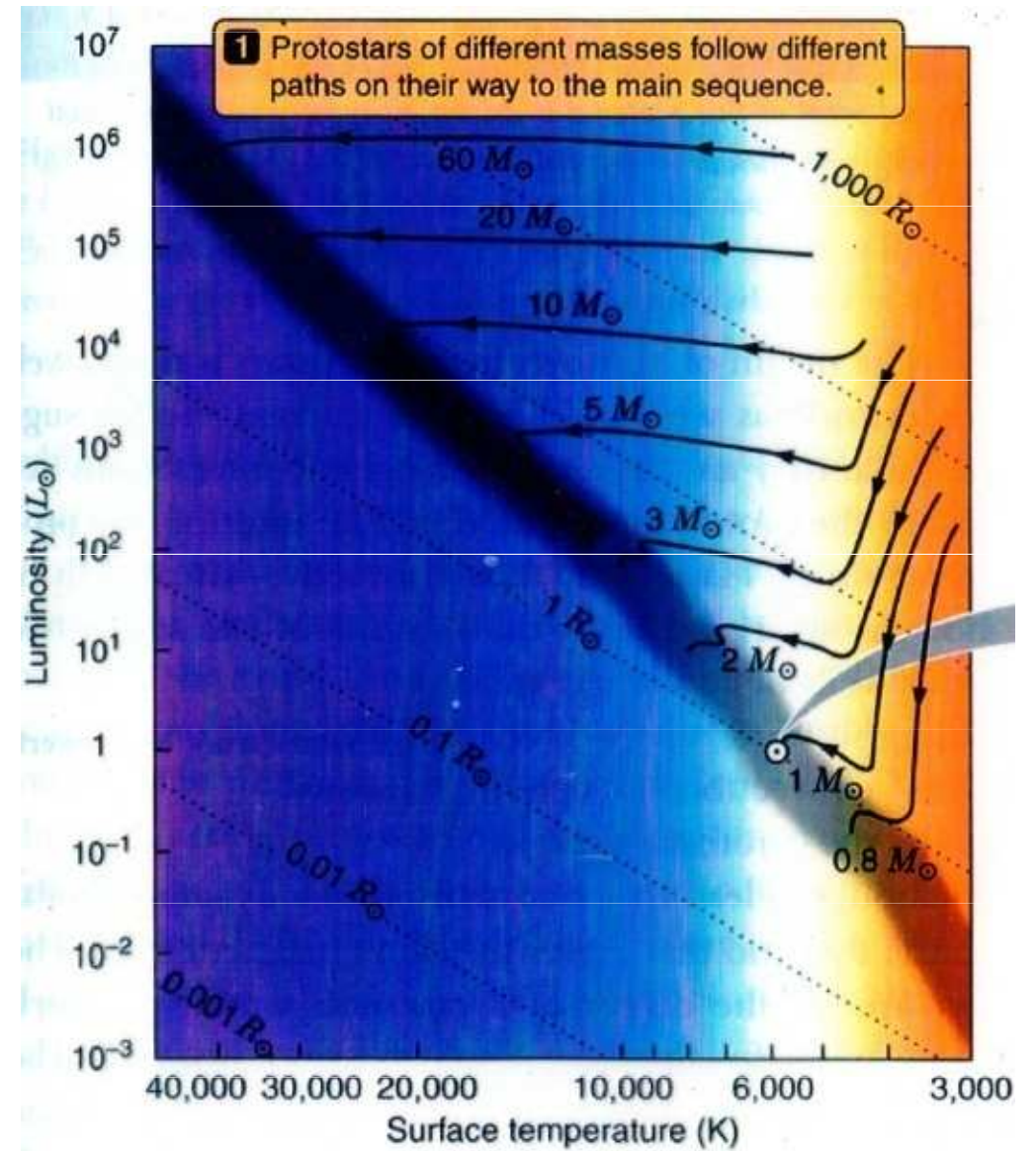
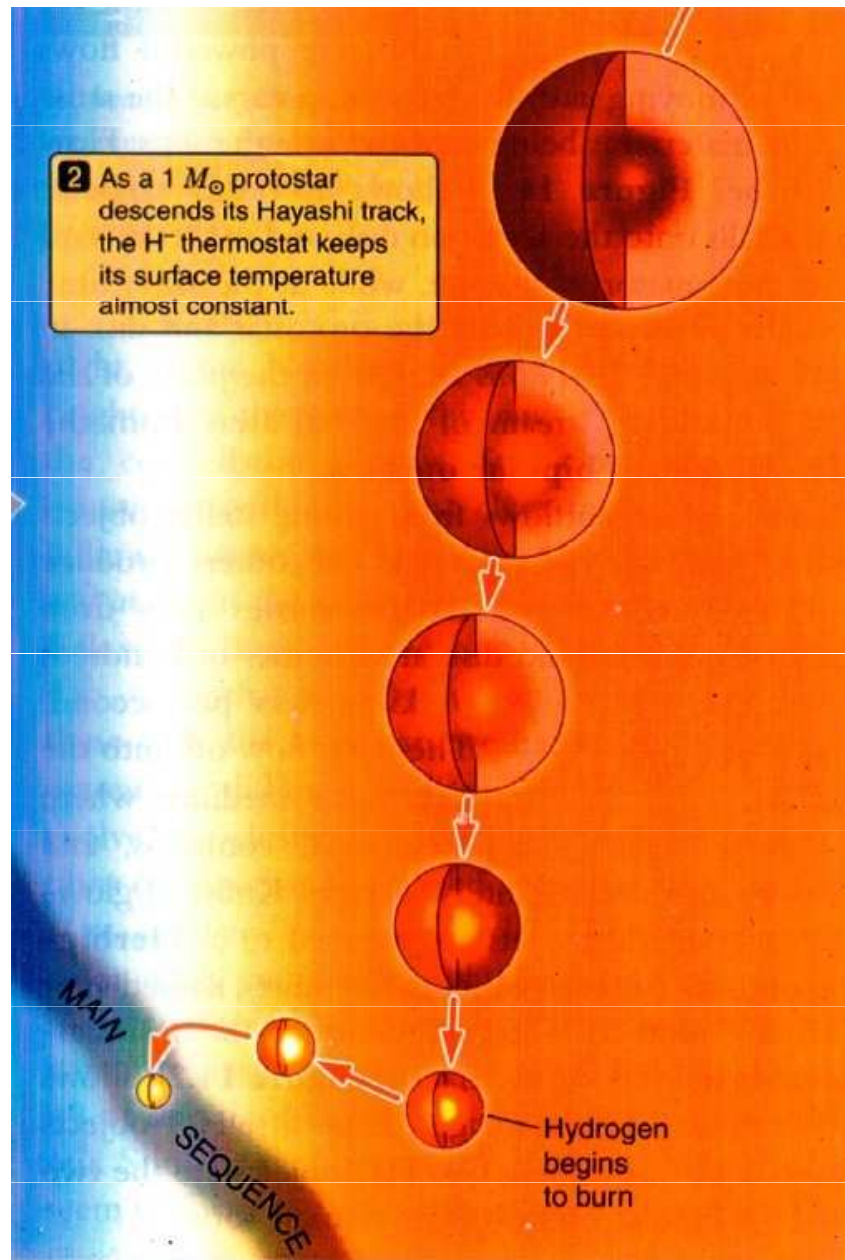


V přítomnosti lehkých prvků - lithia, berylia a bóru začne probíhat jejich spalování podle reakcí

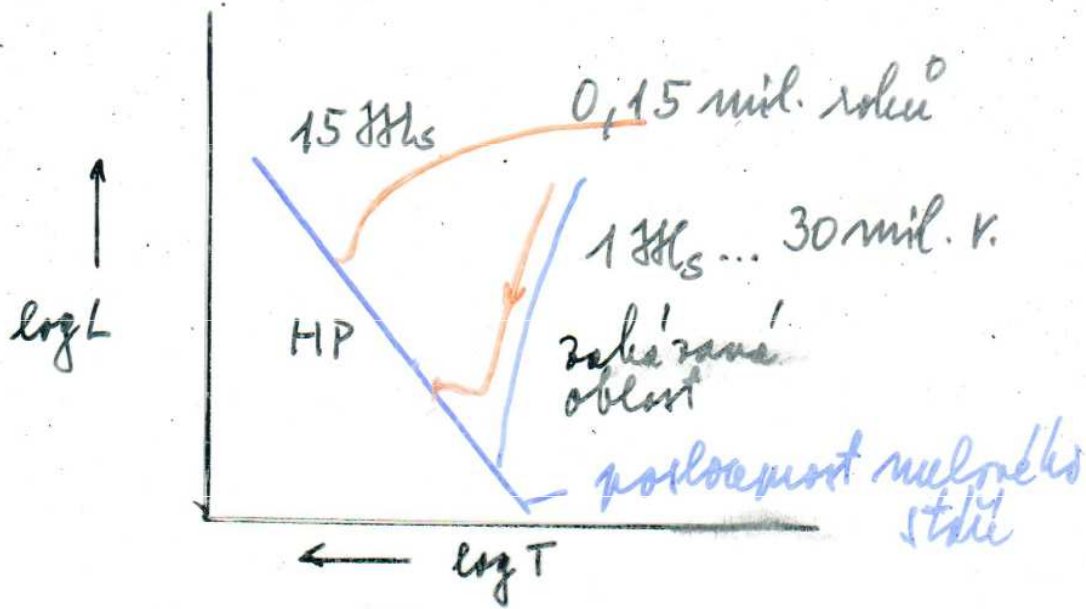


Tyto reakce mohou probíhat, protože coulombovský potenciálový val je relativně nízký a účinný průřez těchto reakcí je velký. Termonukleární reakce s deuteriem, lithiem, beryliem a bórem začínají probíhat jako první a jsou dostatečně intenzivní v prvním období vzniku hvězd, přesněji při přeměně protohvězdy ve hvězdu. Množství deuteria a lehkých prvků není velké a velmi rychle vyhoří, řádově za několik tisíc roků.

Vznik hvězd

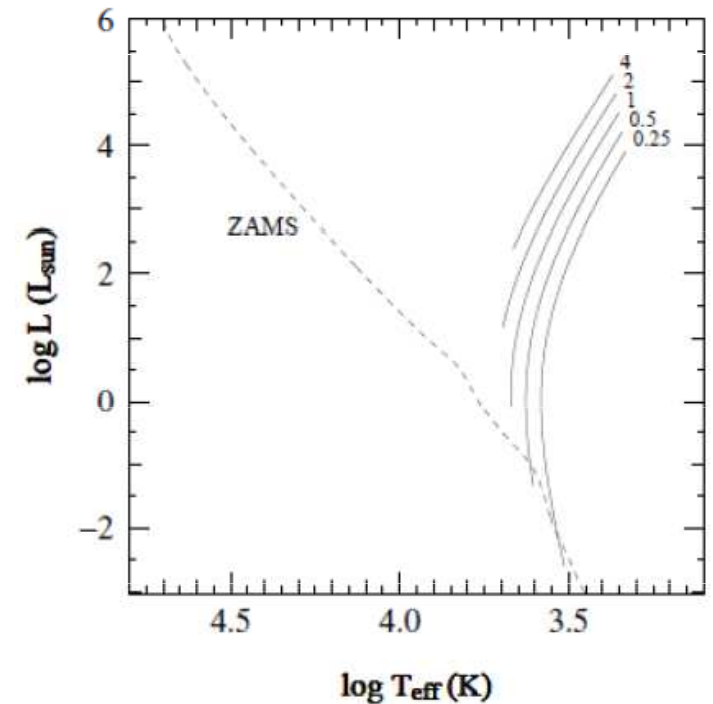
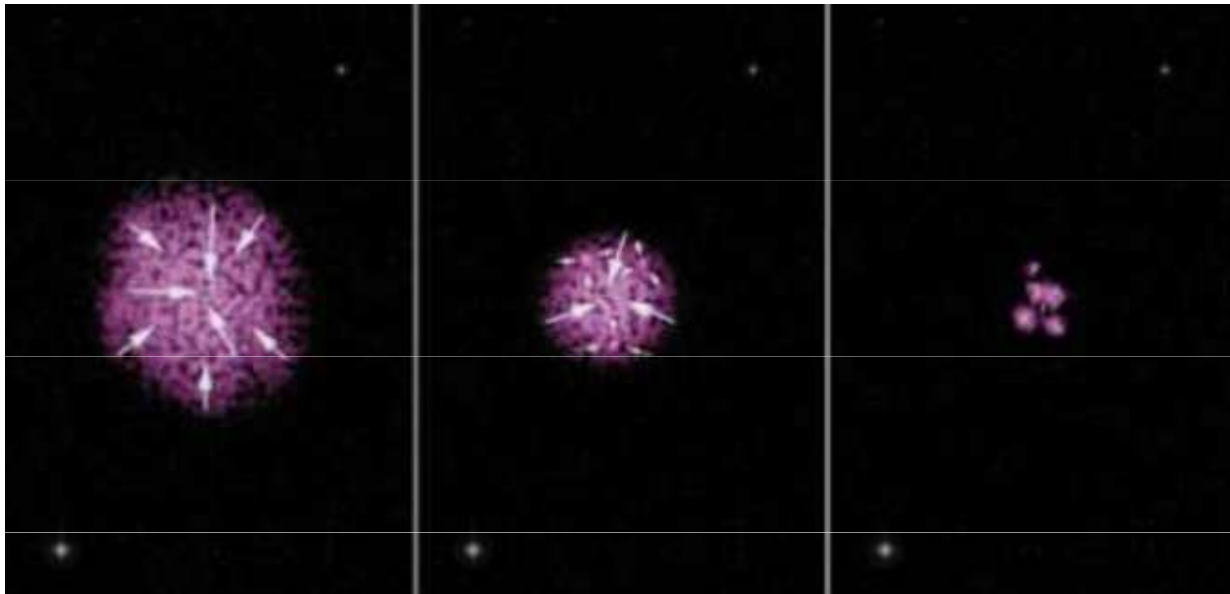


Vznik hvězd, kaskádní fragmentace mračna

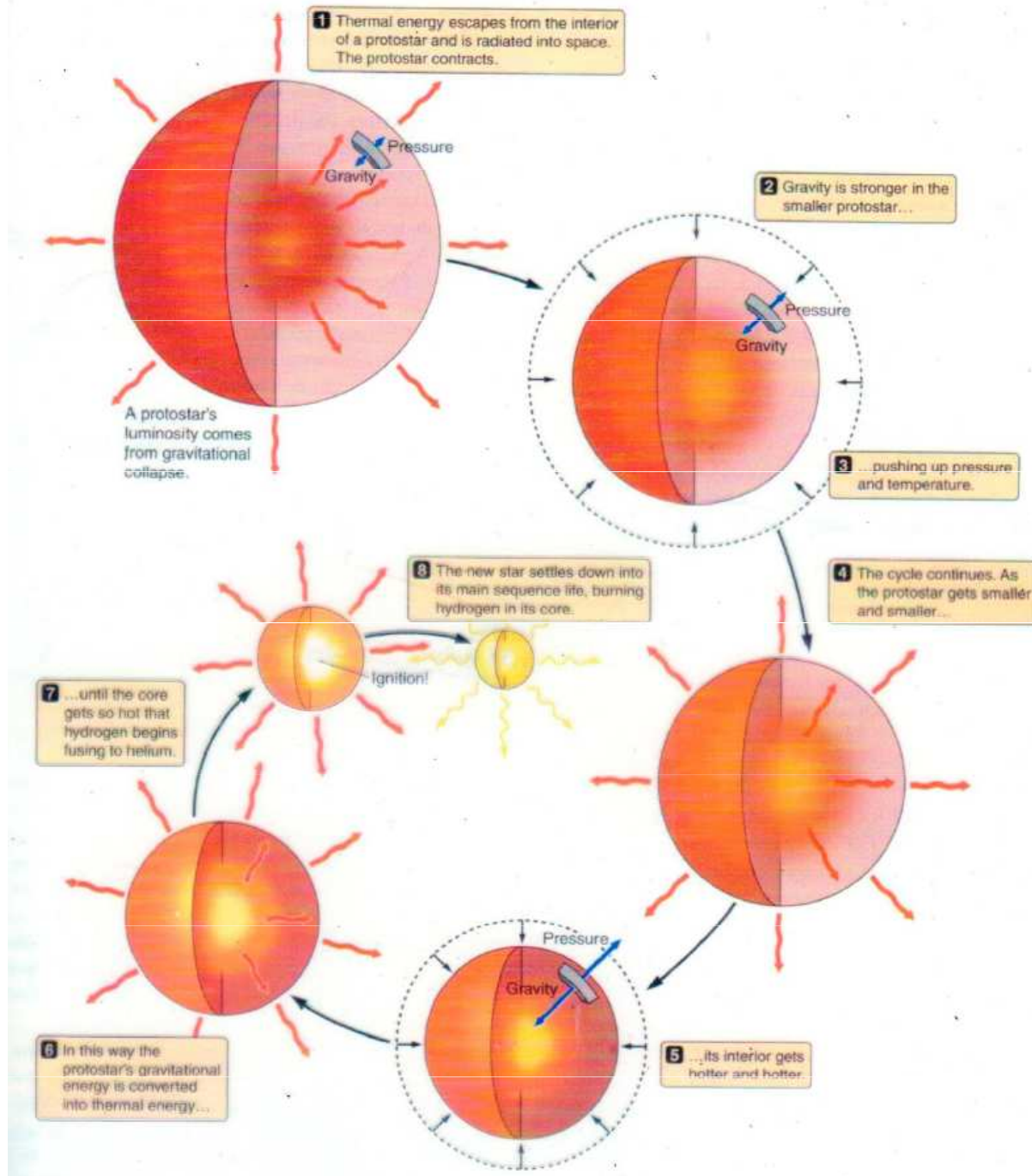


Hayashiko linie; zakázaná oblast
 neustálený rovinný stav hvězd
 kvazistatický stav
 vlnitá vlna

$$2 \langle W_R \rangle + \langle W_P \rangle = 0$$



Vznik hvězd, příchod na HP



Vznik hvězd

H II, 10 000 K, 11 000 M_{\odot}

O4 45 000 K

$r = 1,1$ kpc

$d = 20$ pc , $D = 1^{\circ}$

$(10^6 - 10^7)$ částic v m^3

James Jeans 1877 – 1946

co způsobuje vznik hvězd?

Gravitační síly + příznivé (fyzikální) podmínky

Jeansova délka $R_J \sim (T/\rho)^{1/2}$



$$M_J \sim (T^3 / \rho)^{1/2}$$

Jeansovo kritérium

PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS.

I. The Stability of a Spherical Nebula.

By J. H. JEANS, B.A., Fellow of Trinity College, and Isaac Newton Student in the University of Cambridge.

Communicated by Professor G. H. DARWIN, F.R.S.

Received June 15, —Read June 20, 1901. Revised February 28, 1902.

INTRODUCTION.

§ 1. THE object of the present paper can be best explained by referring to a sentence which occurs in a paper by Professor G. H. DARWIN.* This is as follows:—

“The principal question involved in the nebular hypothesis seems to be the stability of a rotating mass of gas; but, unfortunately, this has remained up to now an untouched field of mathematical research. We can only judge of probable results from the investigations which have been made concerning the stability of a rotating mass of liquid.”

In so far as the two cases are parallel, the argument by analogy will, of course, be valid enough, but the compressibility of a gas makes possible in the gaseous nebula a whole series of vibrations which have no counterpart in a liquid, and no inference as to the stability of these motions can be drawn from an examination of the behaviour of a liquid. Thus, although there will be unstable vibrations in a rotating mass of gas similar to those which are known to exist in a rotating liquid, it does not at all follow that a rotating gas will become unstable, in the first place, through vibrations which have a counterpart in a rotating liquid: it is at any rate conceivable that the vibrations through which the gas first becomes unstable are vibrations in which the compressibility of the gas plays so prominent a part, that no vibration of the kind can occur in a liquid. If this is so, the conditions of the formation of planetary systems will be widely different in the two cases.

Jeansovo kritérium

Pro jednoduchost vyšetřujeme stabilitu stejnorodého kulového oblaku o hmotnosti M , poloměru R , teplotě T .

$$E_p \sim -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}, \quad U \sim \frac{3}{2} NkT, \quad N = \frac{M}{\mu m_H}.$$

kde N je počet částic v oblaku.

$$V. \quad V. \quad 2U < |E_p|,$$

pro gravitační smršťování musí platit

$$\frac{3MkT}{\mu m_H} < \frac{3GM^2}{5R} \quad M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho, \quad M > M_J,$$

$$M_J = \sqrt{\frac{3}{4\pi\rho} \left(\frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^3}.$$

Oblak, má-li se gravitačně zhroutit, musí mít hmotnost větší než je Jeansova kritická hmotnost, která, jak vidíme závisí především na teplotě ($\sim T^{3/2}$), méně pak i na hustotě $\rho^{-1/2}$.

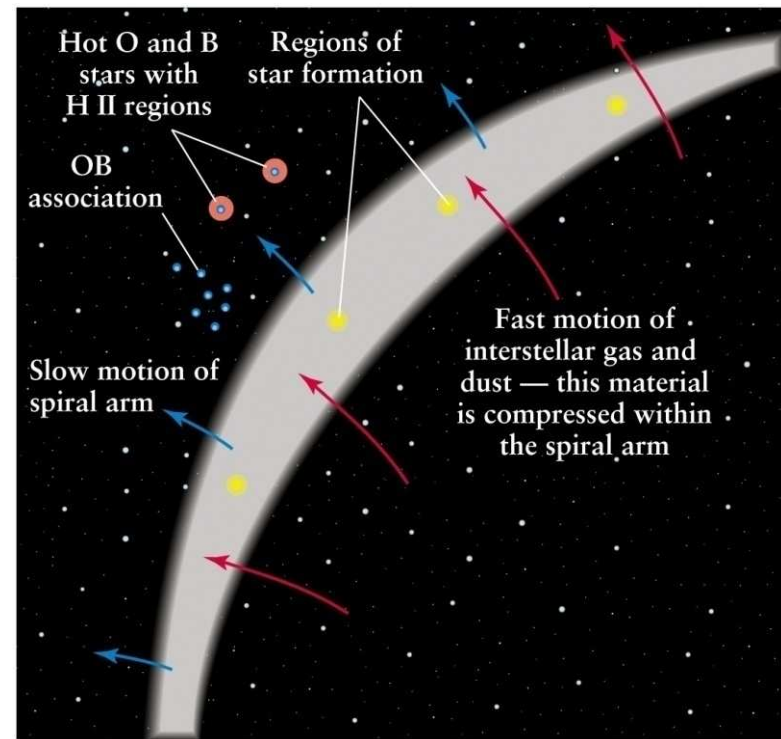
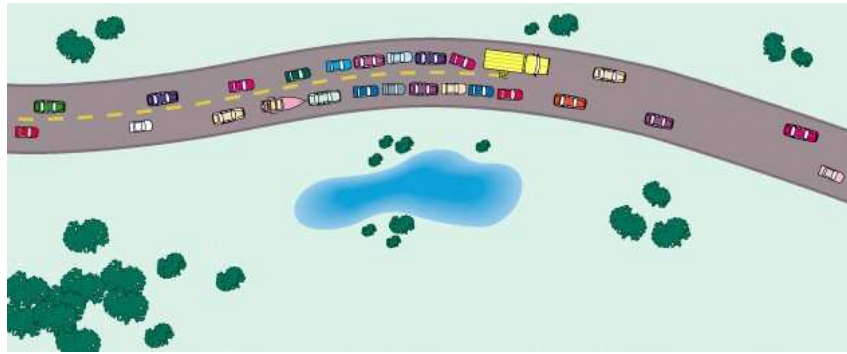
Z toho ovšem plyne, že hvězdy mohou vznikat jen v těch nejhustějších a nejchladnějších oblastech molekulových mračen. Tyto podmínky jsou nejčastěji splněny v centrech mračen,

Vznik hvězd, Jeansovo kritérium

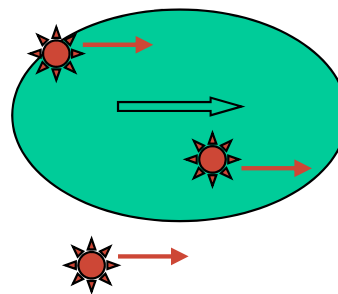
nastartování procesu smršťování nastane

- a) *Molekulové mračno se setkává s expandující oblastí horkého ionizovaného vodíku*
- b) *Exploze blízké supernovy – rázová vlna*
- c) *Průchod mračna hustotní vlnou ve spirální struktuře galaxie*
- d) *Nepružná srážka galaxií*

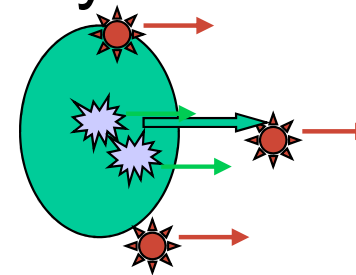
Vznik spirální struktury u galaxií, spirální hustotní vlny - vznik hvězd



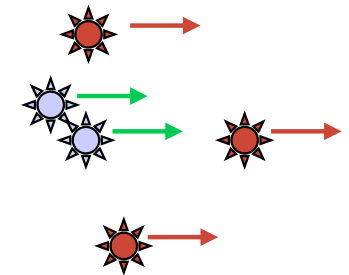
Gas compression in density wave



malá hustota
plynu

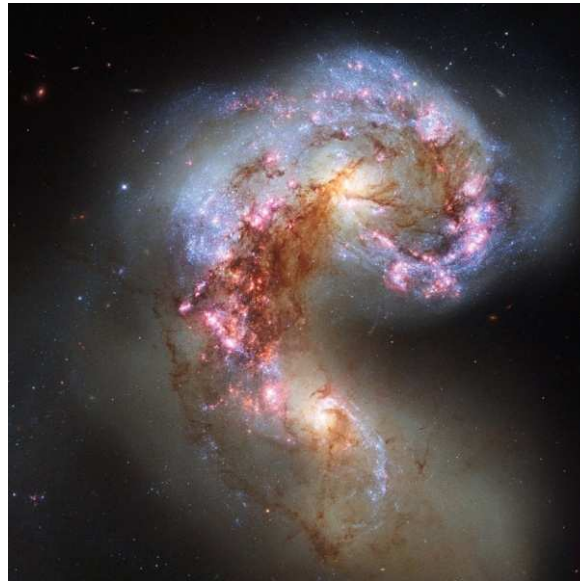


vznik
nových
hvězd



nové hvězdy
se starými

Srážky galaxií



Molekulové mračno

