8. Poskytování informací

8.1. Veřejné statky

Všechny plánovací procedury závisí na tom, jaké informace poskytují agenti centrální autoritě. Mohou to být informace o výstupech a mezních produktech při určitých kombinacích vstupů nebo informace o preferencích u veřejných statků. V druhém případě potřeba zjistit přesné informace roste s akutními problémy, neboť podle teorie alokace veřejných statků individuální spotřebitelé nemají zájem sdělovat své skutečné preference. Je zřejmé, že centrála potřebuje pro své příslušné postupy odhalit preference agentů. Těžko můžeme předpokládat, že je zjistí přesně. V této problematice zůstává ještě mnoho nevyjasněných otázek, ale existují náznaky, které potvrzují věrohodnost MDP procesu. Existují dva přístupy k tomuto problému - lokální a globální. Lokální přístup předpokládá, že v každém okamžiku plánovacího procesu se spotřebitel zajímá jenom o změnu svého užitku, která plyne z realokace uskutečněné v tomto okamžiku a ten chce maximalizovat s ohledem na chování ostatních. V závislosti na tom, zda spolupracuje s ostatními, rozlišujeme lokální hru s koalicemi nebo bez nich. Otázkou zůstává, jestli řešení tohoto přístupu zahrnuje poskytování pravdivých informací.
Globální přístup zahrnuje předpoklad, že v každém okamžiku se spotřebitel pokouší předpovídat následky svého chování při alokaci, které nastanou, pokud proces konverguje a chová se tak, aby je optimalizoval (ve spolupráci s dalšími agenty nebo bez ní).
Nejvíce studií se zabývá lokálními hrami. Dreze a Poussin (1971), kteří se zabývali hrami bez koalic, ukázali, že poskytování pravdivých informací je minimax strategie a je jediná taková.
Důkaz je snadný:
Nechť $\psi_j(t)$ je j-tá deklarovaná mezní míra substituce mezi veřejnými a soukromými statky v čase t, která se nemusí rovnat skutečné (pravdivé) hodnotě, kterou značíme $\pi_j(t)$. Potom z (7.6) plyne

$$\begin{aligned} \dot{U}_i &= \frac{\partial U_i}{\partial y_i}(\delta_i a[\sum_j \psi_j - g^{'}(z)]^2 + \dot{z}(\pi_i - \psi_i)) \\ &= \frac{\partial U_i}{\partial y_i}\, \delta_i a[\sum_j \psi_j - g^{'}(z)]^2 + (\pi_i - \psi_i)[\sum_j \psi_j - g^{'}(z)]. \end{aligned}$$

Je zřejmé, že vztah $\psi_i = \pi_i$ zaručuje i-tému agentu nezápornou změnu užitku a snadno lze ukázat, že jakákoli jiná strategie dovolí ostatním hráčům zvolit $\psi_j, j \neq i$, která mohou zajistit, že $\dot{U}_i$ není kladné.
Dreze a Poussin dále ukázali, že pouze v rovnovážném bodě procesu poskytováním pravdivých informací a volbou $\pi_i = \psi_i$ pro všechna i lze dosáhnout Nashovy rovnováhy.
Roberts (1976) uvažuje Nashovu rovnováhu lokální hry bez koalic odděleně od rovnováhy procesu a ukazuje, že ačkoli poskytování pravdivých preferencí není obecně Nashovou rovnováhou (platí pouze ve speciálním případě dvou spotřebitelů takových, že $\delta_1 = \delta_2 = \frac{1}{2}$), stále se jedná o případ, kdy všichni agenti volí svoje Nashovy strategie a proces směřuje do Paretovského optima. To se může lišit od optima, kterého by bylo dosaženo, kdyby agenti poskytovali správné informace o svých preferencích (tedy někteří agenti mohou těžit z poskytování matoucích informací) a konvergence může být pomalejší, ale výsledek je stále uspokojivý. Henry (1977) zobecnil tento výsledek na případ, kdy jsou čísla ψ_i omezena např. tím, že agenti mohou lhát pouze způsobem, který je a priori přijatelný a je ve shodě s jejich předchozími tvrzeními. Roberts se také věnoval studiu globálních her spojených s MDP procesem a ukázal, že Nashova rovnováha u globální hry bez koalic nemůže obecně zahrnovat přesné poskytování preferencí agentů.

8.2. Výroba soukromých statků

Jak už jsme se zmínili, agenti musí poskytovat centrále informace, i když se plánování týká soukromých statků. Pro zjednodušení předpokládáme, že informace jsou pravdivé. Problematice zajištění přesných informací se nevěnuje velké množství literatury, přesto Heal (1971) diskutuje tento problém v kontextu smíšeného cenově-příkazového procesu z kapitoly 5. Základy modelu mohou být vyhodnoceny na modelu jedné firmy.
Nechť ekonomiku tvoří jediná firma. Když používá všechny dostupné zdroje (nejedná se o potraviny), může vyrobit vektor výstupů $\mathbf{Y} = (Y_1, \ldots, Y_p)$ podle rovnice $F(\mathbf{Y}) = 0$. Funkce společenské prosperity je $U(\mathbf{Y})$. Předpokládejme, že se firma dozví, že užití zdrojů je zdarma a že dostane částku U_g za každou jednotku zboží g, kterou vyrobí a cenový vektor $(U_1, \ldots, U_p)$ se bude měnit spolu s vektorem výstupů. Firmě je nařízeno maximalizovat zisk (který se v tomto případě rovná příjmům). Firma se tedy dostane do pozice

monopolního výrobce a musí řešit úlohu

$$\begin{aligned} &\text{maximalizovat} \sum_{g \in P} Y_g U_g \\ &\text{za podmínky} F(\mathbf{Y}) = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

kde vektor $(U_1, \ldots, U_p)$ závisí na vektoru $(Y_1, \ldots, Y_p)$, přitom typ této závislosti firma nemusí znát. Předpokládejme, že funkce společenské prosperity má následující vlastnost

$$\sum_{g \in P} Y_g U_g = \phi[U(\mathbf{Y})] \text{ pro nějaké } \phi \text{ takové, že } \phi^{'} > 0, \tag{2}$$

potom řešení úlohy (5.2) je stejné jako řešení plánovací úlohy

$$\text{maximalizovat } U(\mathbf{Y}) \tag{3}$$

$$\text{za podmínky } F(\mathbf{Y}) = 0$$

a společenské optimum je shodné s maximálním ziskem monopolu. Podmínka (1) již není potřebná: třída pozitivně homogenních funkcí je podtřídou funkcí, které tuto podmínku splňují. Z identity řešení úloh (1) a (3) plynou tři zajímavé implikace:

(i) Monopolní zisk bude monotónně růst v průběhu libovolného plánovacího procesu popsaného na této jednoduché ekonomice.

(ii) Jakákoli odchylka od společensky optimálního plánu výroby sníží firemní zisk.

(iii) Žádné nepravdivé informace o výstupech během procesu, který vede k optimu, nemohou zvýšit celkový zisk, kterého dosahuje firma v rovnováze.

Tyto závěry musí být modifikovány pro model více firem popsaný v kapitole 5. Bod (i) platí i v tomto případě, tedy celkový příjem z prodeje výstupů všech firem roste během plánovacího procesu. V bodech (ii) a (iii) celkový příjem všech firem musíme obdobně nahradit zisky firem.

V tomto obecnějším případě můžeme vyslovit následující tvrzení. Uvažujme soustavu, ve které po dosažení optima, mohou firmy obchodovat se zdroji

mezi sebou nebo s licitátory. Potom součet zisků všech firem a licitátorů je maximální přes všechny možné alokace ve společenském optimu.
Důkaz tohoto tvrzení je triviální. Jestliže P_j je cena j-tého zdroje a π je součet zisků, pak

$$\pi = \sum_{i \in N} \sum_{g \in P} Y_{ig} U_g - \sum_{i \in N} \sum_{j \in M} X_{ij} P_j + \sum_{j \in M} \sum_{i \in N} X_{ij} P_j = \phi[U(Y_1, \ldots, Y_p)],$$

$$\text{kde } \phi^{'} > 0, \text{ pokud je splněna podmínka (2).}$$

Odtud plyne, že pokud se agent v této situaci odchýlí od svého společensky optimálního chování, jeho výsledný zisk musí být menší než ztráty ostatních. Agenti, kteří tímto ztrácejí tedy mohou podplatit agenty, kteří si polepšili, aby své chování neměnili. Je zřejmé, že ačkoli společenské optimum nalezené plánovacím procesem nemůže být podporováno cenami, v ekonomii existují stimuly, které za předpokladu, že účelová funkce spňuje (2), způsobuje odchýlení od společenského optima proti zájmům všech agentů. Ze stejného důvodu nepravdivé informace podané během plánovacího procesu s úmyslem odklonit proces ze společenského optima, sice mohou být zájmem skupiny agentů, ale nemohou být v zájmu všech. Těm, kteří ztratí na této odchylce, se vyplatí podplatit ty, kteří by na tom vydělali, aby tak nečinili.

S dalším příspěvkem k této problematice přišel Weitzman (1976), který se zabýval teoretickým rozvojem tehdejších sovětských inovací v praktickém plánování. V plánovacím procesu v SSSR centrála přiřazovala zdroje firmám a vyžadovala informace o výstupech, které z nich šlo vyrobit. Podle odpovědi stanovila výstupní cíl pro každou firmu a různé dodatečné platby (bonusy), které firma mohla získat podle toho, o kolik tento cíl překonala. Firma měla potom zřejmě velký zájem podcenit své výrobní možnosti, aby stanovený cíl mohla snadno překonat a získat tyto finance. To bylo samozřejmě nevýhodné pro centrálu, která potřebovala přesné informace o možném výstupu, aby přiřadila dalším firmám tyto výstupy jako polotovary.

Základní myšlenka, kterou Weitzman navrhl, byla, aby si firmy samy navrhovaly cíle a byly penalizovány za nedosažení nebo překonání těchto cílů. V takovém případě by měla firma zájem stanovit si cíl (výstup), o kterém předpokládá, že bude dosažen. Jestliže označíme B bonus, q výstup, který bude vyroben z přiřazených vstupů a q^* výstupní cíl, který si firma navrhne, potom můžeme psát:

$$B = \alpha + \beta(q - q^*)^2, \ \alpha > 0, \ \beta < 0 \tag{4}$$

V tomto výrazu předpokládáme, že q je určeno dostupnými zdroji tak, že q^* je jedinou proměnnou, kterou si firma může zvolit. B je evidentně maximální, pokud $q = q^*$, tj. firma říká pravdu. Tato myšlenka je důležitá pro naše předchozí úvahy, protože v plánovacím procesu v kapitolách 4 a 5 jsme předpokládali, že centrála může žádat a dostat přesné informace o výstupech vyrobených z libovolné množiny vstupů. Dále předpokládáme, že lze zjistit úroveň mezních produktivit. Základní myšlenka je: mezní produkt x_{ih} jednotek h-tého vstupu i-té firmy lze správně aproximovat z informací o úrovních výstupů, které odpovídají vstupům $x_{ih} + \triangle x_{ih}$ a $x_{ih} - \triangle x_{ih}$, to znamená, že mezní produktivity lze odhadnout kladením takových otázek, u kterých víme, jak získat správnou odpověď.

Dosud jsme předpokládali, že výstup firmy je jednoznačně určen vstupy, které firmě přiřadilo centrum. Samozřejmě nastanou případy, kdy tento předpoklad neplatí, protože vedení firmy má k dispozici i jiné (místní) zdroje (zejména manažerské úsilí). V takových případech bude chtít centrum zajistit, aby management měl zájem využít tento místní zdroj. Výraz (4) potom můžeme přepsat do tvaru:

$$B = \alpha\, q + \beta(q - q^*)^2,\ \alpha > 0,\ \beta < 0,$$

který motivuje ke zvýšení produkce a k oznámení výstupního cíle, který zamýšlí vedení vyrobit.

Weitzmanův model je jistě zajímavý, ale má svá slabá místa. Je založen na analýze jediné izolované firmy a nebere v úvahu interakce mezi firmami, které vznikají, protože návrh výroby jedné firmy ovlivňuje rozhodování centra o alokaci vstupů pro všechny firmy. Tímto problémem se také zabývali Loeb s Margatem (1978) a další. Ukázali, že v modelu více firem vede za určitých okolností Weitzmanova teorie k tomu, že firmy nesdělují centrále pravdivé informace. Pokračovali ve vývoji systému, který by firmy motivoval k tomu, aby se poskytování pravdivých informací o jejich výrobních možnostech stalo jejich dominantní strategií.

Základní myšlenka Loeb-Margatova modelu je velmi jednoduchá. Předpokládejme, že výstup každé firmy $Y_i, i = 1, \ldots, n$ je funkcí množství materiálních vstupů M_i alokovaného centrálou a pracovního nasazení l_i. Píšeme:

$$Y_i = Y_i(M_i, l_i)$$

kde M_i je pevně dané centrálou a l_i si zvolí sama firma, za podmínky $l_i \in L_i$ tak, aby maximalizovala svůj bonus. Potom problém celkové alokace zdrojů má tvar:

$$\text{maximalizovat} \sum_{i=1}^{n} Y_i(M_i, l_i) \tag{5}$$

$$\text{za podmínky} \sum_{i=1}^{n} M_i \leq M, M_i \geq 0, l_i \in L_i, \text{ pro } \forall i$$

A problém jedné firmy má podobu:

$$\text{maximalizovat } B_i(\tilde{M}_i, l_i) \tag{6}$$

$$\text{za podmínky } l_i \in L_i,$$

kde B_i je bonusová platba a $\tilde{M}_i$ je množství materiálu přiřazeného firmě centrem. Centrum samozřejmě nemůže vyřešit úlohu (5) , protože nezná skutečné produkční funkce $Y_i(\cdot)$. Aby se o nich dozvědělo více, musí požádat každou firmu o odhad (předpověď) jejího výstupu $y_i(M_i)$, který může vyrobit z libovolného množství dodaného materiálu. Racionální firma zvolí $y_i(M_i)$ rovno výstupu, který maximalizuje její bonus B_i, při daném M_i a při omezení $l_i \in L_i$. Tedy:

$$y_i(M_i) = Y_i(M_i, l_i^*(M_i)),$$

$$\text{kde } l_i^*(M_i) \text{ maximalizuje } B_i(M_i, l_i) \text{ za podmínky } l_i \in L_i$$

Nyní uvažujme bonusovou platbu ve tvaru:

$$B_i(\tilde{M}_i, l_i) = Y_i(\tilde{M}_i, l_i) + \sum_{j \neq i} y_j(\tilde{M}_j) - C_i$$

kde C_i je číslo nezávislé na předpovědi i-té firmy. Bonus i-té firmy se tedy rovná hodnotě výstupu, který firma skutečně vyrobí, plus předpovědi výstupů ostatních firem vyrobených z jim přiřazených zdrojů a minus hodnota, která je nezávislá na předpovědi i-té firmy. Centrála zvolí $\tilde{M}_i$, aby vyřešila úlohu:

$$\text{maximalizovat } \sum_{i=1}^{n} y_i(M_i)$$

$$\text{za podmínky} \sum_{i} M_i \leq M, M_i \geq 0$$

a jestliže i-tá firma zvolí

$$y_i(M_i) = Y_i(M_i, l_i^*(M_i)),$$

potom centrála ve skutečnosti volí $\tilde{M}_i$ tak, aby maximalizovala

$$Y_i(M_i, l_i(M_i)) + \sum_{j \neq i} y_j(M_j),$$

což odpovídá té části $B_i(M_i, l_i)$, která závisí na předpovědi i-té firmy. Tím, že firma poskytne správnou předpověď, si může zajistit, aby centrálně zvolená alokace materiálu byla zvolená tak, že firma maximalizuje svoji bonusovou funkci. Jinými slovy, poskytování pravdivých informací centru se stává dominantní strategií firmy.

Tento model má zřejmě mnoho omezení. Uvažuje pouze firmy, které vyrábí jediný statek a používají jediný vstup. Tím se vyhýbá problémům agregace, které jsou zvlášť obtížné v plánované ekonomice, protože v ní neexistují tržní ceny. Rovněž předpokládá, dostatečnou oddělitelnost a linearitu tak, že společenský cíl je součtem individuálních cílů. Takto silné předpoklady jsou pravděpodobně nutné k tomu, aby pravdomluvnost byla dominantní strategie. Pokud se spokojíme se slabším výsledkem, že pravdomluvnost je Nashova rovnováha, potom lze podle dalších studií, použít podstatně slabší předpoklady. Stále bude ovšem nutné explicitně modelovat interakce a vzájemné závislosti mezi firmami, než dostaneme opravdu přesvědčivé výsledky.

9. Diskrétní kroky (postup)

Až dosud jsme uvažovali plánovací procesy jako spojité, jakékoli další plánovací úlohy se budou skládat z konečného počtu diskrétních kroků. Procedury jsme dosud uváděli ve spojitém tvaru, které jsou z matematického hlediska elegantnější, ale je zřejmě důležité potvrdit existenci diskrétní analogie. Jako první se touto problematikou zabýval Uzawa (1958), který vzal v úvahu to, že diskrétní krok je v podstatě reformulací Lange-Arrow-Hurwiczovy procedury. Místo (2.9) dostáváme

$$\begin{array}{rcll} y_i^{t+1} - y_i^t & = & 0 & \text{jestliže } y_i^t = 0 \text{ a } U_i - \lambda_i < 0 \\ & = & \alpha(U_i - \lambda_i) & \text{jinak,} \end{array}$$

s odpovídajícími změnami v (2.10) a (2.11). Při dokazování konvergence se v tomto případě mohou vyskytnout potíže. Jestliže fixní hodnota upraveného koeficientu α je zachována, procedura nemůže konvergovat k optimu, ale pouze k určitému okolí optima. Jakmile se dostane do jeho okolí, může optimum překročit a oscilovat kolem něj. Přirozeně, čím je menší koeficient α, tím je menší okolí optima, ale samozřejmě je i pomalejší tempo přibližování k okolí. Tedy existuje kompromis mezi rychlostí konvergence a asymptotickou přesností konvergence.

Je rozumné předpokládat, že konflikt, který vyvolává tento kompromis může být překonán, jestliže parametr α budeme během procedury neustále zmenšovat. To je součástí diskrétní reformulace Healova procesu plánování bez cen, kterou se zabývali Henry a Zylberberg (1976). Podstatou jejich návrhu je, aby v každém kroku centrála zadala firmě vektor vstupů $x_i = (x_{i1}, \ldots, x_{im})$ a hodnotu $a \in \mathbf{R}^m$ vyjadřující množství, o které se může změnit každá komponenta alokace. Firma potom musí reagovat svými výstupy odpovídajícími vektorům vstupů $(x_{i1}+a_1, x_{i2}, \ldots, x_{im}), (x_{i1}, x_{i2}+a_2, x_{i3}, \ldots, x_{im})$, …, které tvoří základ diskrétní analogie pro výpočet mezních produktivit. Henry a Zylberberg zavedli pravidlo, podle kterého může centrum použít popsané informace k rozhodnutí, zda měnit krok a. Podle jejich dalšího pravidla může centrum měnit mezi dvěma firmami pouze alokaci jednoho zboží. To je v rozporu s rovnicí (4.2), která předpokládá, že všechny zdroje všech firem lze průběžně měnit. Pravidlo realokace zní: nechť indexy $i, j \in N$ označují firmy a $h \in M$ značí zboží, potom centrála musí zvolit trojici (i, j, h) tak, aby maximalizovalo rozdíl

$$U_i V_{ih}^{+}(x_i^t, a^t) - U_j V_{jh}^{-}(x_j^t, a^t),$$

kde U_i a U_j jsou parciální derivace účelové funkce (pro jednoduchost předpokládáme, že jsou lineární) a že

$$V_{ih}^{+}(x_i^t, a^t) = \frac{1}{a_h^t} f_i(x_{i1}^t, \ldots, x_{ih}^t + a_h, \ldots, x_{im}^t),$$

atd. Centrum tedy poskytne takové množství a_h, které maximalizuje přírůstek účelové funkce. Pro tento upravený model autoři si zavedli monotónní konvergenci ke kritickému bodu přes posloupnost vhodných plánů a dosáhli toho, že všechny vlastnosti spojitého modelu platí i pro diskrétní případ.

Dovětek

Tento článek byl napsán roku 1978. Od té doby se vyvinulo několik matematických teorií na téma analýzy stupně konvergence algoritmů na řešení optimalizačních úloh. Zdá se, že tyto výsledky mohou být základem pro další studie vlastností plánovacích procesů a zkoumání kompromisů mezi požadavky modelu na informace a jeho konvergenčními vlastnostmi.