

ČASOVÉ ŘADY

MUNI Masarykova
univerzita



Mgr. et Mgr. Jiří Kalina, PhD.

**UKB, pavilon D29 (Recetox), kancelář 123
kalina@mail.muni.cz**

© Institut biostatistiky a analýz

VÝUKA A UKONČENÍ PŘEDMĚTU

Výuka:

☑ Teoretické přednášky

→ Počínaje 19. únorem 2024
každé pondělí 8:00–9:40

☑ Praktická cvičení

→ Počínaje 26. únorem 2024
každé pondělí 10:00–11:40

Požadavky na ukončení předmětu:

☑ ústní zkouška

→ učená rozprava o dvou z témat, která budou
náplní předmětu

VÝUKA A UKONČENÍ PŘEDMĚTU

Osnova:

- | | | | |
|---|--|--|---------------------|
| ✓ | 19. 2. | Základní pojmy, zpracování dat, veličiny | cvičení odpadá |
| ✓ | 26. 2. | Mat. modely časových řad a operace na nich | cvičení odpadá |
| ✓ | 4. 3. | Operace se dvěma časovými řadami | komplexní čísla |
| ✓ | 11. 3. | Harmonická dekompozice a vzorkování | základní operace |
| ✓ | 18. 3. | Odpadá (konference) | odpadá |
| ✓ | 25. 3. | Frekvenční transformace | harm. dekompozice |
| ✓ | 1. 4. | Odpadá (Velikonoce) | odpadá |
| ✓ | 8. 4. | Základní pojmy o systémech | frekv. transformace |
| ✓ | 15. 4. | Popis lineárních systémů | základy systémů |
| ✓ | 22. 4. | Stabilita a spojování systémů | popis systémů |
| ✓ | 29. 4. | Realizace diskrétních systémů | stabilita |
| ✓ | 6. 5. | Zadání skupinového projektu | odpadá |
| ✓ | 13. 5. | Prezentace skupinového projektu | odpadá |
| ✓ | 20. 5. | Konzultace, dohoda na termínech zkoušky | odpadá |
| ✓ | Termíny zkoušky: 3. 6.; 10. 6.; 17. 6. | | |

LITERATURA

- ☑ Holčík, J.: Signály, časové řady a lineární systémy. CERM, Brno, 2012, 136s.
<http://www.iba.muni.cz/res/file/ucebnice/holcik-signaly-casove-rady-linearni-systemy.pdf>
- ☑ Holčík, J.: Signály a lineární systémy. Funkce, časové řady a jejich lineární modely.
<http://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=analyza-a-modelovani-dynamickych-biologickych-dat--signaly-a-linearni-systemy>
- ☑ Holčík, J.: konzultační prezentace
webová stránka předmětu
- ☑ Holčík, J.: Time Series.
<http://timeseries.sci.muni.cz/index.php>
- ☑ prezentace z přednášek
- ☑ zadání a R-kódy ze cvičení

LITERATURA

<http://portal.matematickabiologie.cz/>

The screenshot shows a web browser window displaying the website <http://portal.matematickabiologie.cz/>. The browser's address bar and search engine (Google) are visible at the top. The website has a dark blue header with navigation links: "E-learningová učebnice", "Matematická biologie", "Slovník", "Vyhledávání", and "Mapa webu". Below the header is a green navigation bar with five categories: "Analýza a hodnocení biologických dat", "Aplikovaná analýza klinických a biologických dat", "Analýza a modelování dynamických biologických dat", "Základy informatiky pro biologie", and "Analýza genomických a proteomických dat".

The main content area features a sidebar on the left with a search bar, "standardní struktura", "AKTUALITY", and "Podklady pro pracovní skupinu". The main content area displays the title "Matematická biologie: E-learningová učebnice" and a brief description of the course. Below this, there are two columns of course topics:

- IBA MU** Institut biostatistiky a analýz
 - Algoritmizace a programování
 - Analýza dat v R
 - Analýza genomických a proteomických dat
 - Analýza sekvencí DNA
 - Analýza a management dat pro zdravotnické obory, Analýza klinických dat
 - Aplikovaná analýza přežití
 - Biostatistika pro matematickou biologii
 - Databázové systémy v biomedicině
 - Lineární a adaptivní zpracování dat
 - Regresní modelování
 - Signály a lineární systémy
 - Statistické hodnocení biodiverzity
 - Teoretické základy informatiky
 - Umělá inteligence
 - Úvod do matematického modelování
 - Vícerozměrné metody pro analýzu a klasifikaci dat
- ÚMS PŘF** Ústav matematiky a statistiky
 - Diskrétní deterministické modely
 - Matematické modely v biologii
 - Maticové populační modely
 - Spojité deterministické modely I
 - Spojité deterministické modely II
 - Statistické modelování
 - Teorie a praxe jádrového vyhlazování
 - Vybrané kapitoly z matematického modelování
 - Výpočetní matematické systémy

The Windows taskbar at the bottom shows the date and time as 31.8.2015, 9:42.

LITERATURA

- ☑ Jan, J.: Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů. VUTIUM, Brno 2002.
<http://www.digitalniknihovna.cz/mzk/view/uuid:25f84ea0-e3b3-11e6-8010-005056827e51>
- ☑ Šebesta, V., Smékal, Z.: Signály a soustavy (Elektronické studijní texty FEKT VUT v Brně), Brno 2003.
https://is.muni.cz/el/1431/podzim2011/Bi5440/um/Signaly_a_Soustavy_BASS.pdf

LITERATURA

- ☑ Proakis J. G. Manolakis D. K. Digital Signal Processing (4th Edition), CRC; 1 edition, 2006
- ☑ Kamen, E.W., Heck, B.S. Fundamentals of Signals and Systems Using the Web and Matlab (3rd Edition), Prentice Hall (2006)
- ☑ Lathi, B.P. Signal Processing and Linear Systems, Oxford Univ. Press, Oxford 1998
- ☑ Carlson G.E. Signal and Linear System Analysis: with MATLAB, 2e, John Wiley & Sons, Inc., 1998,
- ☑ Oppenheim, A.V., Willsky, A.S., Hamid, S.: Signals and Systems (2nd Edition) Prentice-Hall Signal Processing Series, Prentice Hall; 1996

LITERATURA

- ✓ Kalouptsidis N. Signal Processing Systems: Theory and Design. John Wiley & Sons, Inc., 1997
- ✓ Chen C.T. Linear System Theory and Design (Oxford Series in Electrical and Computer Engineering) Oxford University Press, USA; 3rd ed. 1998
- ✓ Oppenheim A V., Schafer R W., Buck J R. Discrete-Time Signal Processing (2nd Edition) (Prentice-Hall Signal Processing Series), Prentice Hall; 1999
- ✓ Brockwell, P.J., Davis, R.A.: Introduction to Time Series and Forecasting, Springer; 2 edition (2003),
- ✓ Engelberg, S. Random Signals and Noise: A Mathematical Introduction, CRC Press, Inc., 2007

I. ČASOVÉ ŘADY

ZÁKLADNÍ POJMY

MUNI Masarykova
univerzita



ČASOVÁ ŘADA

Funkce (?)

Posloupnost (?)

ČASOVÁ ŘADA

Funkce je předpis, který každé hodnotě x z definičního oboru M přiřadí právě jedno číslo y z oboru hodnot N . Funkci obvykle zapisujeme ve tvaru $y = f(x)$, či ji můžeme vyjádřit explicitně $f: y = x$, kde proměnná x je argument funkce.

Posloupnost je funkce, jejímž definičním oborem je množina přirozených (celých?) čísel.

Posloupností rozumíme **uspořádaný** (konečný či nekonečný) soubor matematických objektů, očíslovaných v pořadí obvykle přirozenými čísly.

Posloupnost lze definovat jako zobrazení z množiny přirozených čísel do **nějaké celkem libovolné** (😊) množiny A .

ČASOVÁ ŘADA

Řada (také *nekonečná řada*) je matematický výraz ve tvaru

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i,$$

kde a_1, a_2, a_3, \dots je nějaká posloupnost.

ČASOVÁ ŘADA

Jak vypadá časová řada (?)



ČASOVÁ ŘADA

ČASOVÁ ŘADA

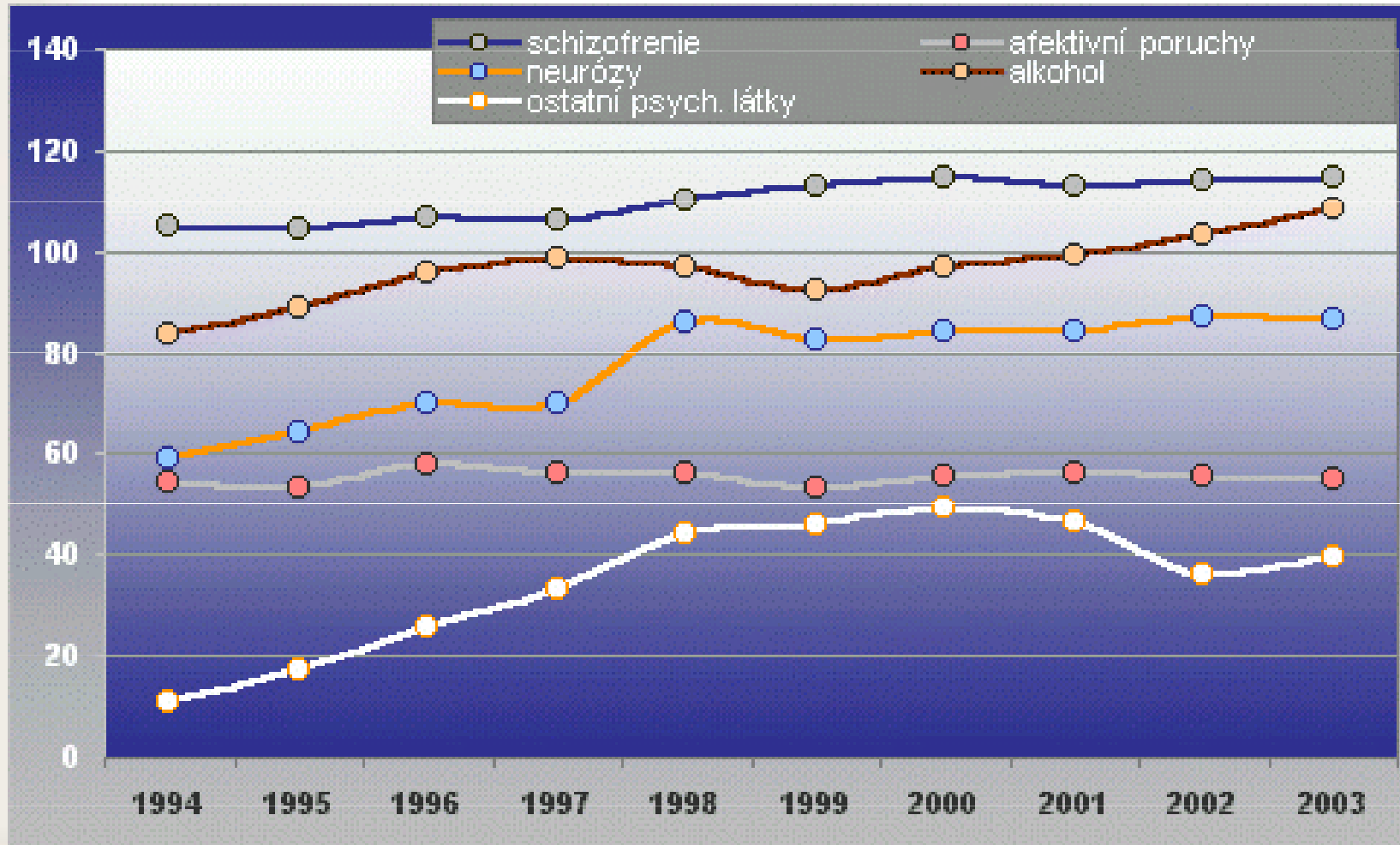
Časová řada je posloupnost hodnot indexovaných (zapsaných nebo graficky znázorněných) v závislosti na čase.

ČASOVÁ ŘADA

Časová řada je posloupnost hodnot indexovaných (zapsaných nebo graficky znázorněných) v závislosti na čase.

Časová řada je uspořádaná množina hodnot $\{y_t: t=1, \dots, N\}$, kde index t určuje čas, kdy byla hodnota y_t určena.

ČASOVÁ ŘADA



Vývoj počtu hospitalizací v lůžkových psychiatrických zařízeních (na 100 000 osob)

Pramen: Ústav zdravotnických informací a statistiky

ČASOVÁ ŘADA

Časová řada je posloupnost hodnot indexovaných (zapsaných nebo graficky znázorněných) v závislosti na čase.

Časová řada je uspořádaná množina hodnot $\{y_t: t=1, \dots, N\}$, kde index t určuje čas, kdy byla hodnota y_t určena.

Časové okamžiky t jednotlivých pozorování nemusí být rovnoměrné $\{y(t_i): i = 1, \dots, N\}$.

Časová řada je uspořádaná množina hodnot $\{y(t_i): i=1, \dots, N\}$, kde t_i určuje čas, kdy byla hodnota $y(t_i)$ určena ($t_{i+1} > t_i$).

ČASOVÁ ŘADA

DEFINICE (základní):

Časová řada je uspořádaná množina hodnot $\{y(t_i): i=1, \dots, N\}$, kde t_i určuje čas, kdy byla hodnota $y(t_i)$ určena ($t_{i+1} > t_i$).

ČASOVÁ ŘADA

DEFINICE (základní):

Časová řada je uspořádaná množina hodnot $\{y(t_i): i=1, \dots, N\}$, kde t_i určuje čas, kdy byla hodnota $y(t_i)$ určena ($t_{i+1} > t_i$).

$$t_{i+1} - t_i = \text{const.}$$

ČASOVÁ ŘADA

DEFINICE (základní):

Časová řada je uspořádaná množina hodnot $\{y(t_i): i=1, \dots, N\}$, kde t_i určuje čas, kdy byla hodnota $y(t_i)$ určena ($t_{i+1} > t_i$).

$$t_{i+1} - t_i = \text{const.}$$

Jaké jsou hodnoty $y(t_i)$ časové řady?

ČASOVÁ ŘADA

TYPY HODNOT $y(t_i)$

- ☑ skalár, vektor [$\mathbf{y}_{t_i} = (y_{1t_i}, \dots, y_{pt_i})$], matice, ... ;
- ☑ kvantitativní, kvalitativní;
 - kvantitativní
 - ☐ spojitá, diskrétní - každá hodnota může vyjadřovat **okamžitý** stav nebo mít **akumulační** (integrační) **charakter** za určité období;
 - kvalitativní
 - ☐ binární/dichotomická, nominální, ordinální;

ČASOVÁ ŘADA

Binární = dummy data

Proměnná, která může nabývat pouze dvou hodnot. Bývá definovaná odpovědí na otázku (např. TRUE × FALSE, 1 × 0).

Nominální = kategoriální data

Proměnná, která může nabývat počtu hodnot ($n \in \mathbb{N}$), pro které neexistuje přirozené pořadí (např. barvy vzorků).

Ordinální data

Nominální proměnná, pro kterou ale existuje jasné pořadí kategorií (např. velikost oděvů S, M, L, XL).

Kardinální data

Ordinální proměnná, u které lze určit rozdíl mezi kategoriemi. Ty jsou stejně vzdálené (např. počet dětí v rodině).

Intervalová data

Spojité proměnná, u které lze určit rozdíl mezi kategoriemi – často jde o vzdálenost od 0 (např. teplota ve °C, čas).

Poměrová data

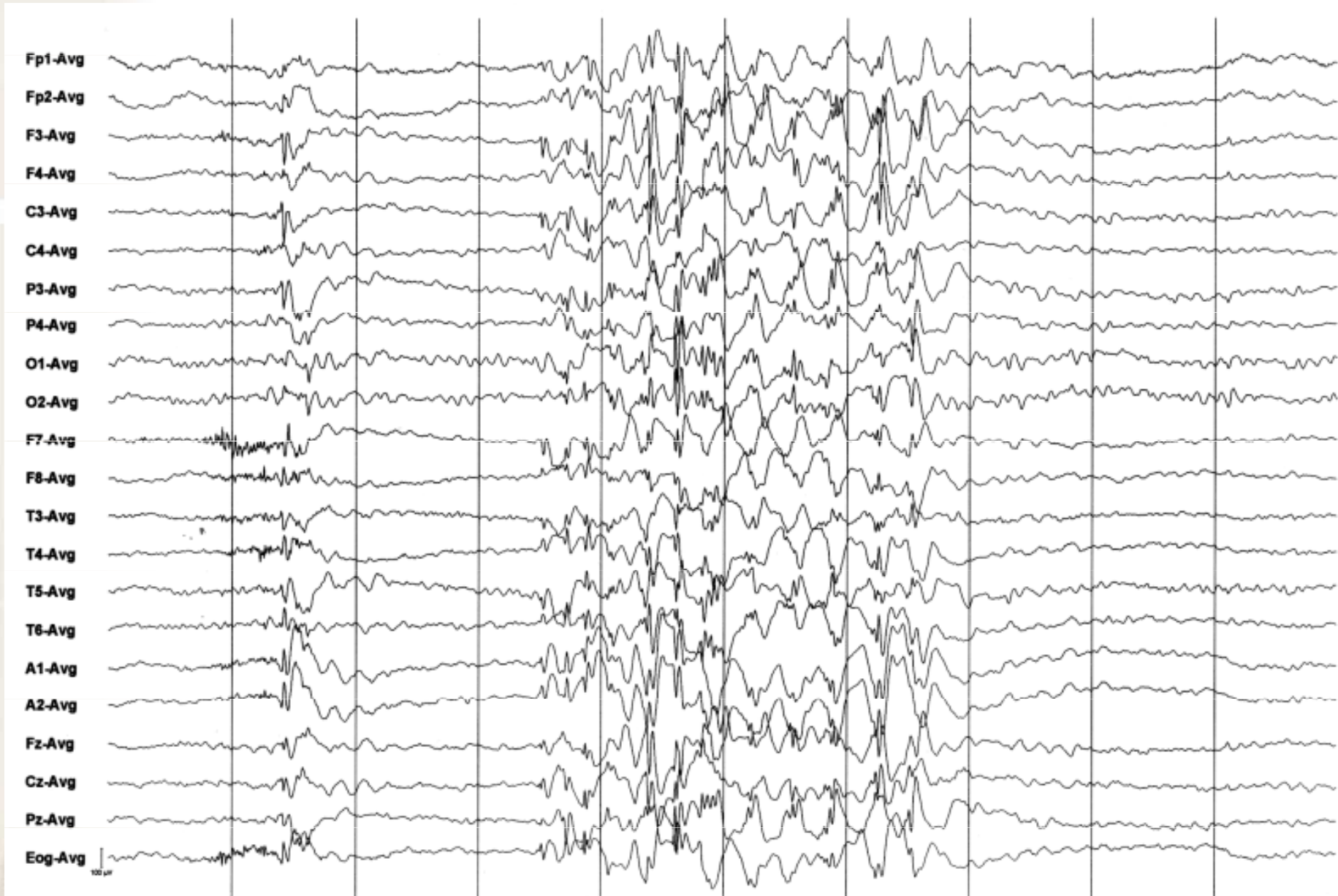
Intervalová proměnná, u které má smysl určovat podíly jednotlivých kategorií (např. hmotnost, vzdálenost).

ČASOVÁ ŘADA

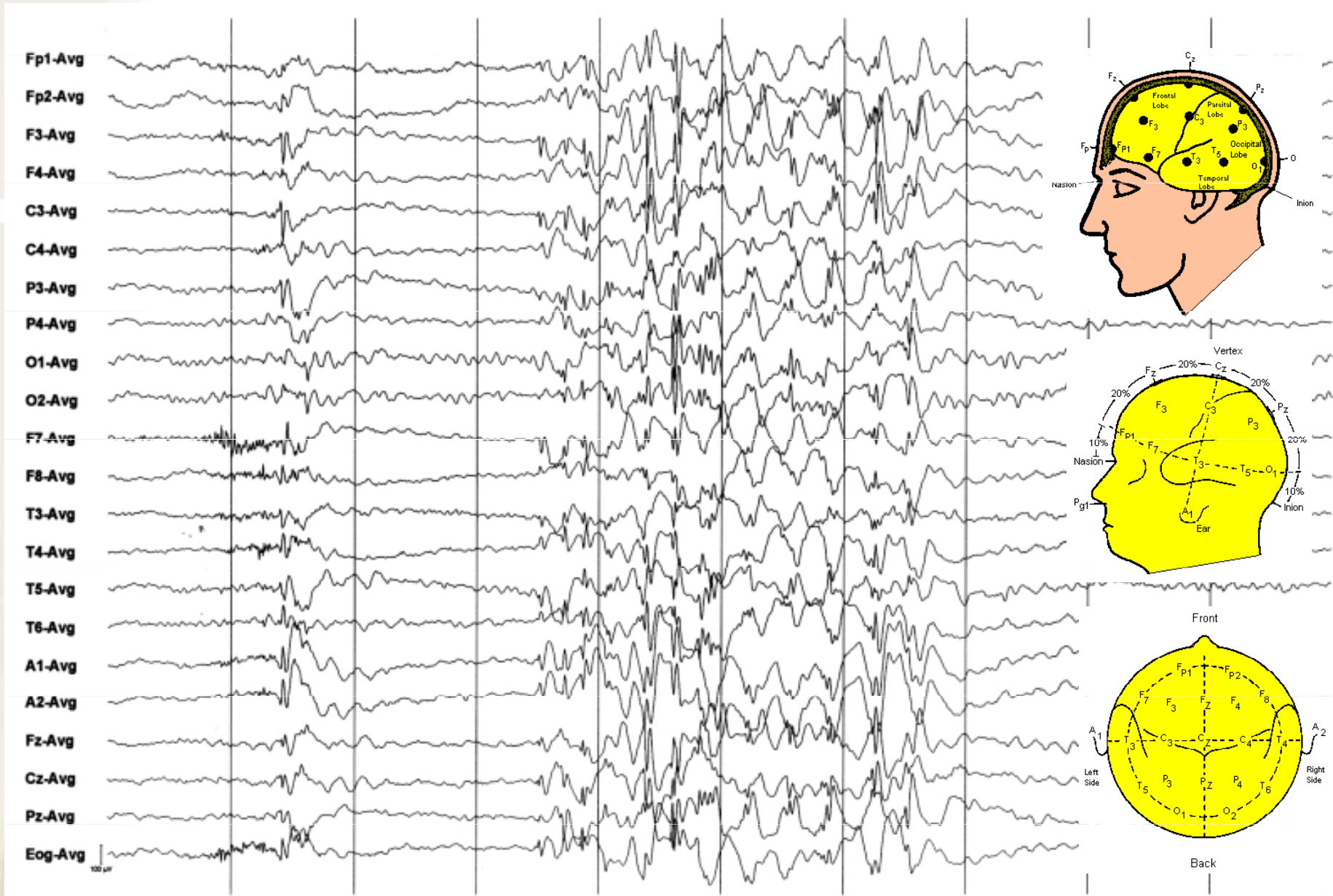
TYPY HODNOT $y(t_i)$

- ☑ **skalár**, vektor [$\mathbf{y}_{t_i} = (y_{1t_i}, \dots, y_{pt_i})$], matice, ... ;
- ☑ kvantitativní, kvalitativní;
 - **kvantitativní**
 - ☐ spojitá, diskrétní - každá hodnota může vyjadřovat **okamžitý** stav nebo mít **akumulační** (integrační) **charakter** za určité období;
 - **kvalitativní**
 - ☐ binární/dichotomická, nominální, ordinální;

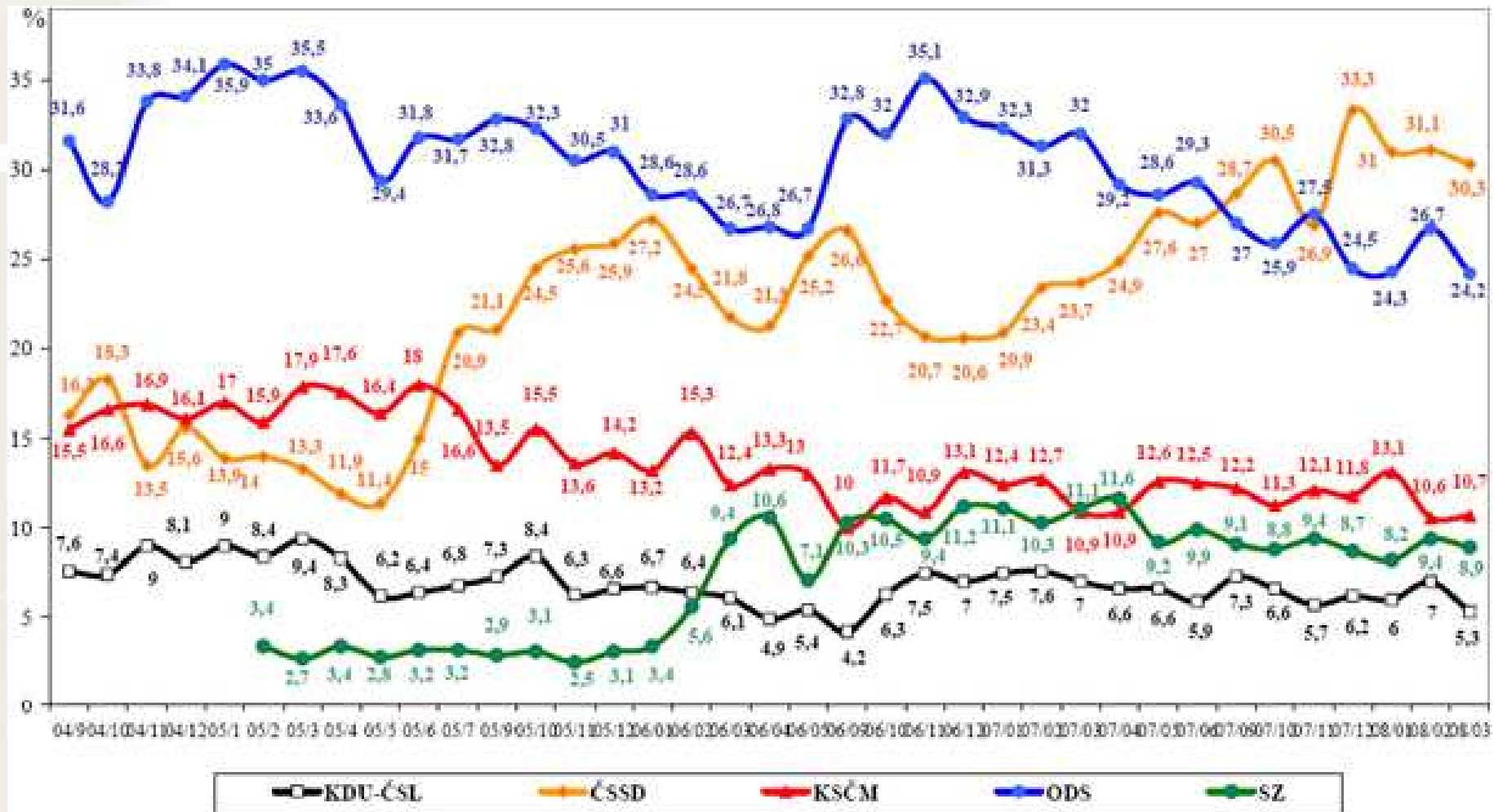
NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD



NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD



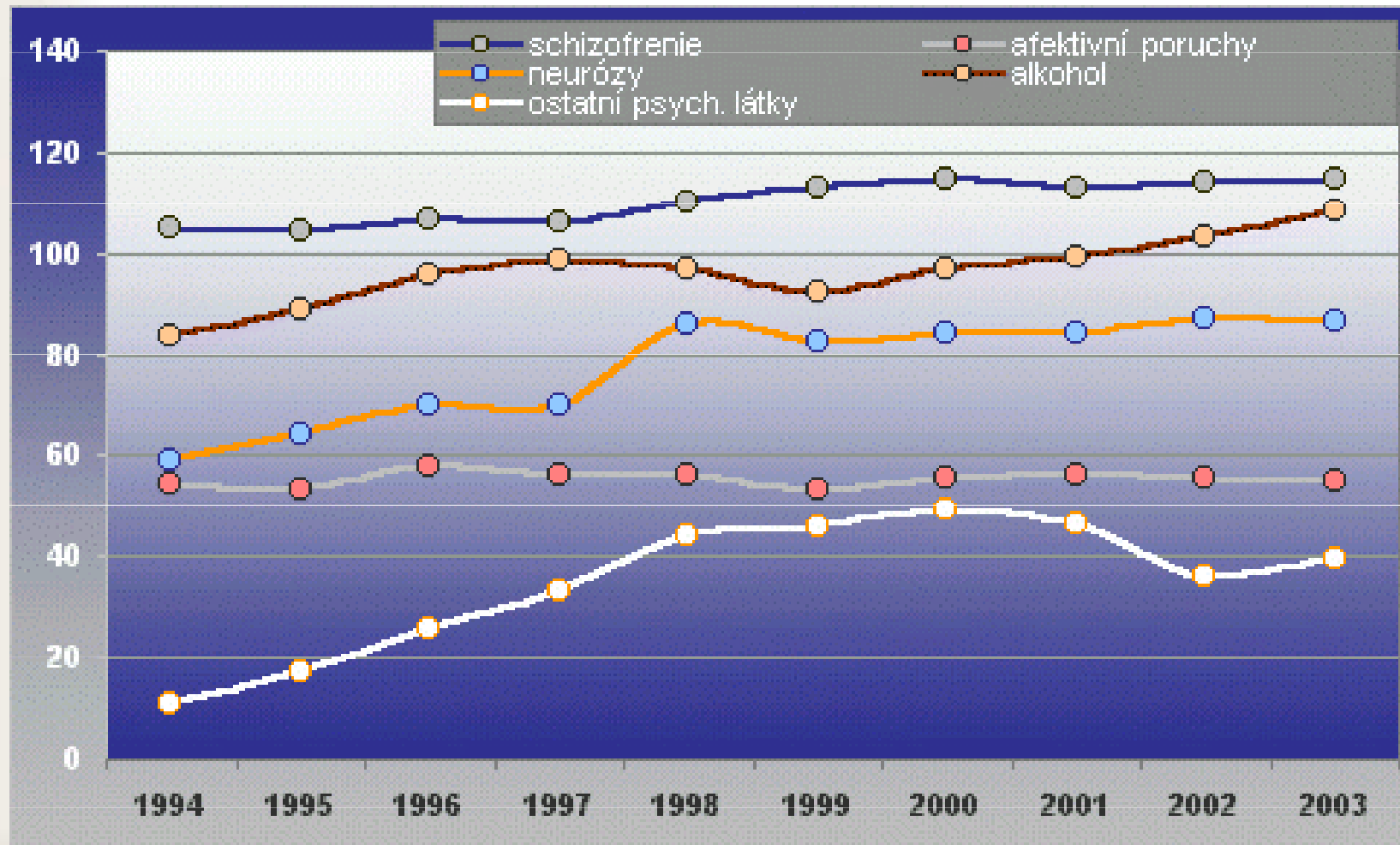
NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD



Zdroj: STEM, Trendy 2004/9 - 2008/03

Preference politických stran v ČR v období od 8/2004 do 3/2008

NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD



Vývoj počtu hospitalizací v lůžkových psychiatrických zařízeních (na 100 000 osob)

Pramen: Ústav zdravotnických informací a statistiky

ČASOVÁ ŘADA

TYPY HODNOT $y(t_i)$

Hodnoty časové řady popisují jevy fyzikální, chemické, biologické, ekonomické či jiné materiální povahy, nesoucí informaci o stavu systému, který jej generuje, a jeho dynamice.

ČASOVÉ ŘADY – CO S NIMI?



ZPRACOVÁNÍ ČASOVÝCH ŘAD

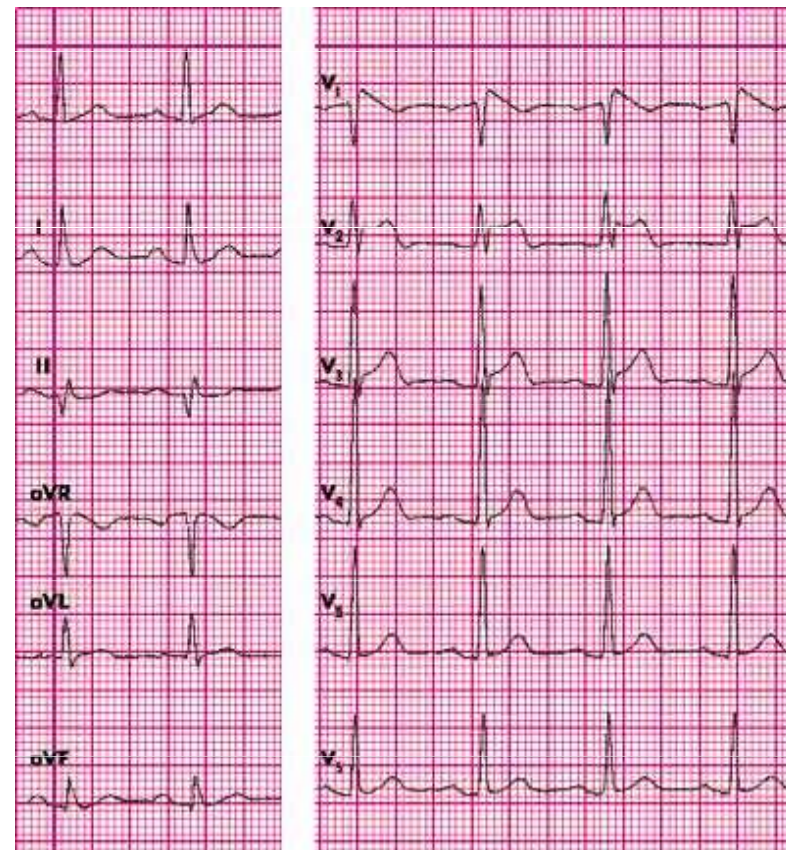
- ☑ abychom dokázali posoudit stav objektu generujícího časová data (OK, hypertenze, epilepsie, exitus, úroveň/dynamika chemického zamoření dané lokality,...);

ZPRACOVÁNÍ ČASOVÝCH ŘAD

- ☑ abychom dokázali posoudit stav objektu generujícího časová data (OK, hypertenze, epilepsie, exitus, úroveň chemického zamoření dané lokality,...);

EKG – elektrokardiogram

záznam signálu EKG



ZPRACOVÁNÍ ČASOVÝCH ŘAD

- ☑ abychom dokázali posoudit stav objektu generujícího časová data (OK, hypertenze, epilepsie, exitus, úroveň chemického zamoření dané lokality,...);



popis vlastností časové řady

(pomocí několika podstatných souhrnných parametrů (statistik?))



k popisu spíše „funkce“ než jednoduchá hodnota, např. klouzavý průměr než průměr;
složky řady – trend, sezónní změny, pomalé a rychlé změny, nepravidelné oscilace – **analýza**

ZPRACOVÁNÍ ČASOVÝCH ŘAD

- ☑ abychom dokázali předpovědět budoucnost sledovaného objektu (Ize léčit a vyléčit, ocenit finanční nároky léčení po dobu přežití, les do 20 let odumře, sociální složení obyvatelstva v daném časovém rozpětí,...);

predikce budoucích hodnot (?) – velká část analytických metod pro časové řady;

(**Predikce** (z lat. *prae-*, před, a *dicere*, říkat) znamená **předpověď** či prognózu, tvrzení o tom, co se stane nebo nestane v budoucnosti. Na rozdíl od věštění nebo hádání se slovo predikce obvykle užívá pro odhady, opřené o vědeckou hypotézu nebo teorii, tj. matematický model.

ZPRACOVÁNÍ ČASOVÝCH ŘAD

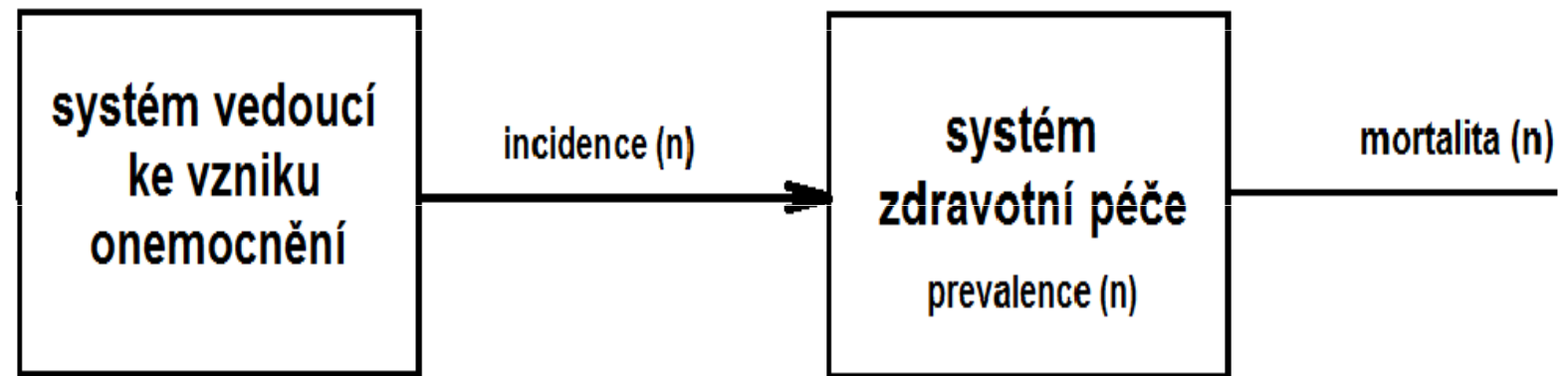
- ☑ abychom dokázali předpovědět jeho budoucnost (Ize léčit a vyléčit, ocenit finanční nároky léčení po dobu přežití, les do 20 let odumře, sociální složení obyvatelstva v daném časovém rozpětí,...);

musíme umět popsat dynamiku vývoje časové řady ⇒
⇒ vytvořit matematický **! MODEL !** (vývoje) časové řady

NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD

- ☑ vstupní veličina(x)
- ☑ výstupní veličina(y)
- ☑ stavová(é) veličina(y) (s)

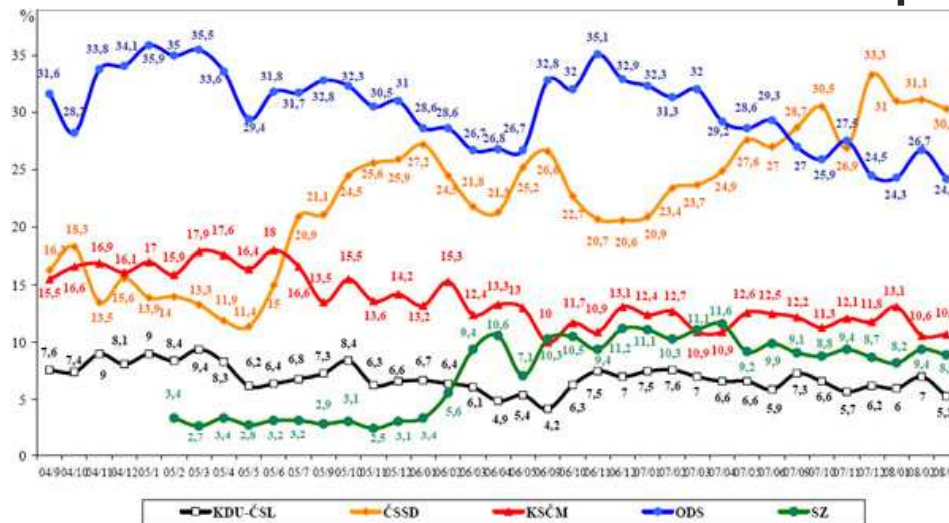
NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD



- ☑ parametry popisující vlastnosti systému
- ☑ vstupní veličina(x)
- ☑ výstupní veličina(y)
- ☑ stavová(é) veličina(y) (s)

ZPRACOVÁNÍ ČASOVÝCH ŘAD

- ☑ abychom dokázali předpovědět jeho budoucnost (Ize léčit a vyléčit, ocenit finanční nároky léčení po dobu přežití, les do 20 let odumře, sociální složení obyvatelstva v daném časovém rozpětí, ...);



Zdroj: STEM, Trendy 2004-9 - 2008-03

musíme umět popsat dynamiku vývoje časové řady ⇒
⇒ vytvořit matematický **! MODEL !** vývoje časové řady

ČASOVÉ ŘADY – CO S NIMI?

- ☑ **monitorování průběhu a detekce významných změn** - např. sledování funkce ledvin po transplantaci;



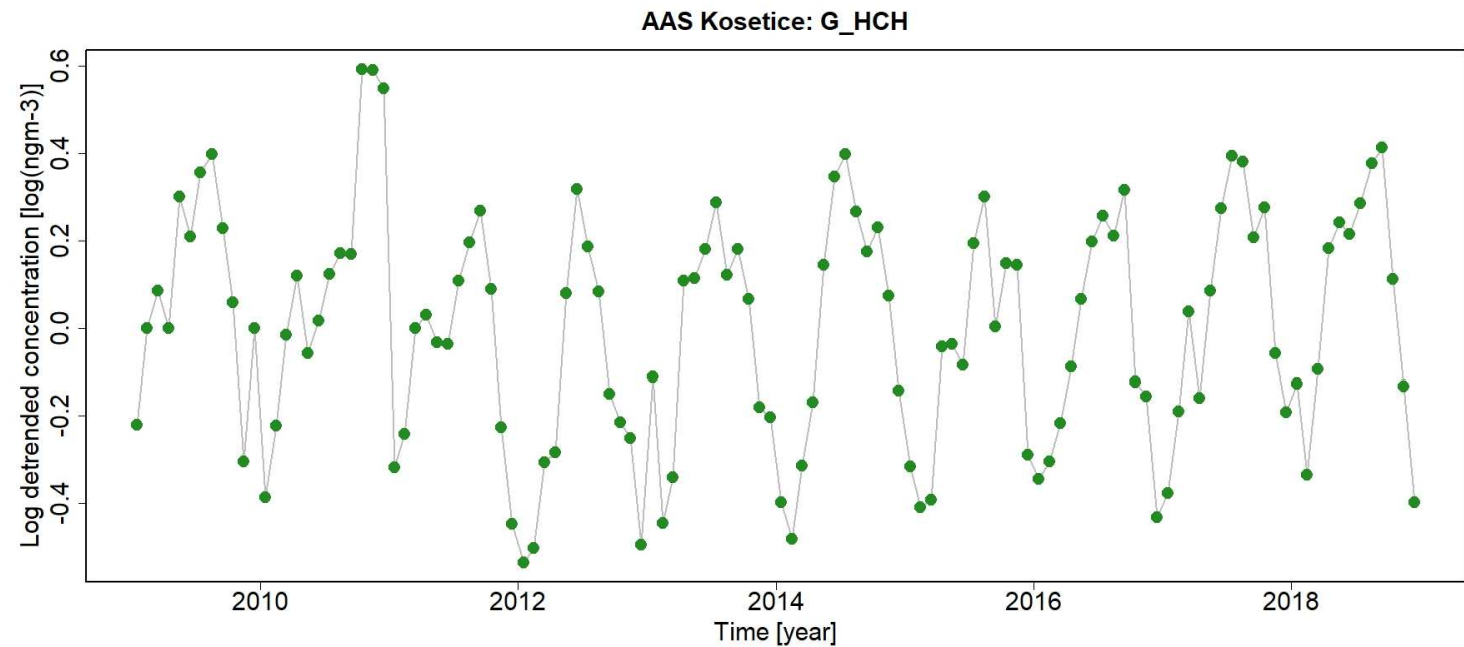
opět potřebujeme **matematický model** popisující normální stav

ČASOVÉ ŘADY – CO S NIMI?

☑ **modelování průběhu časové řady**

- pochopení procesů způsobujících vznik dat;
- pragmatický nástroj pro splnění výše uvedených cílů

NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD

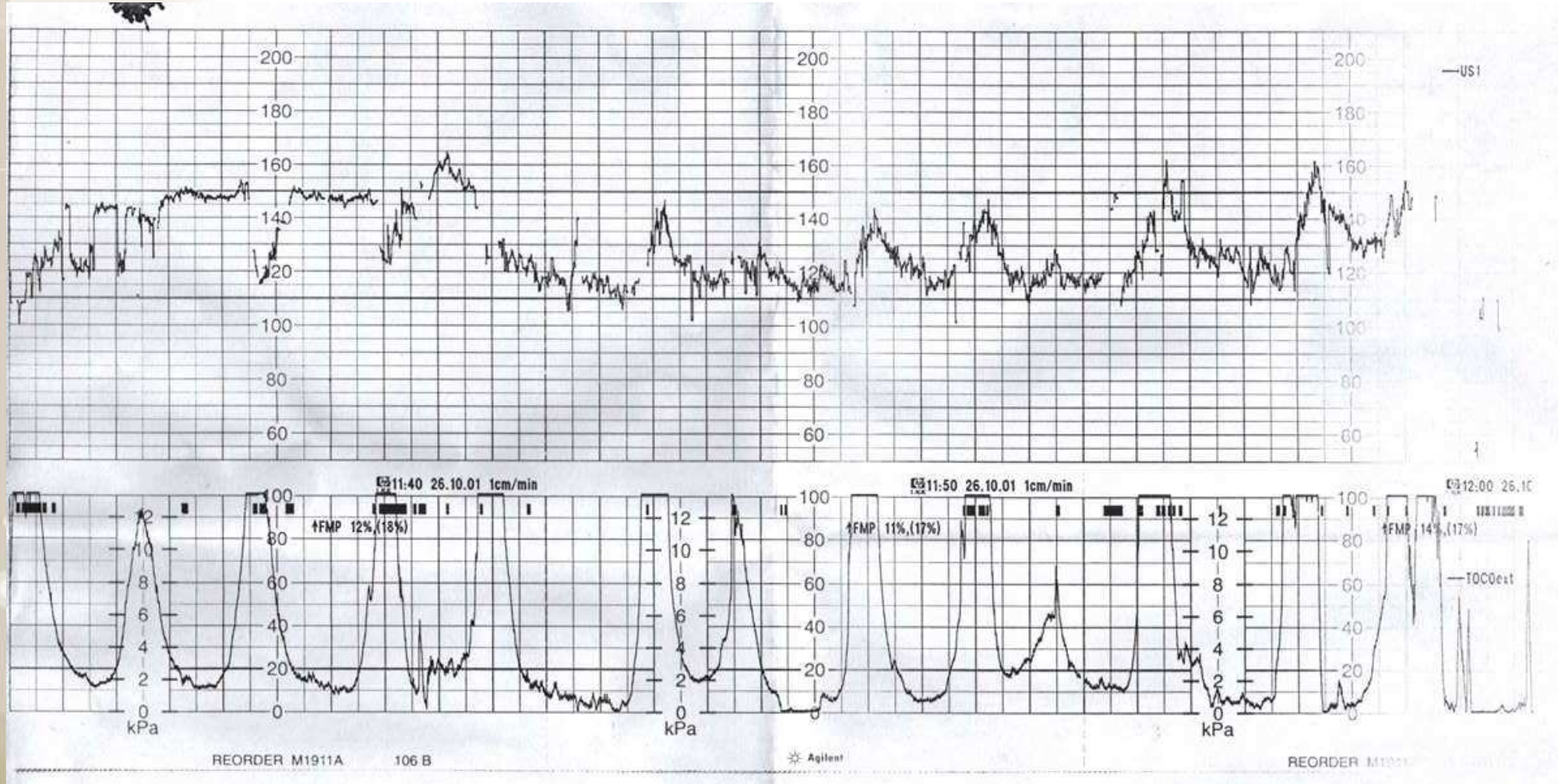


NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD

EKG - elektrokardiogram

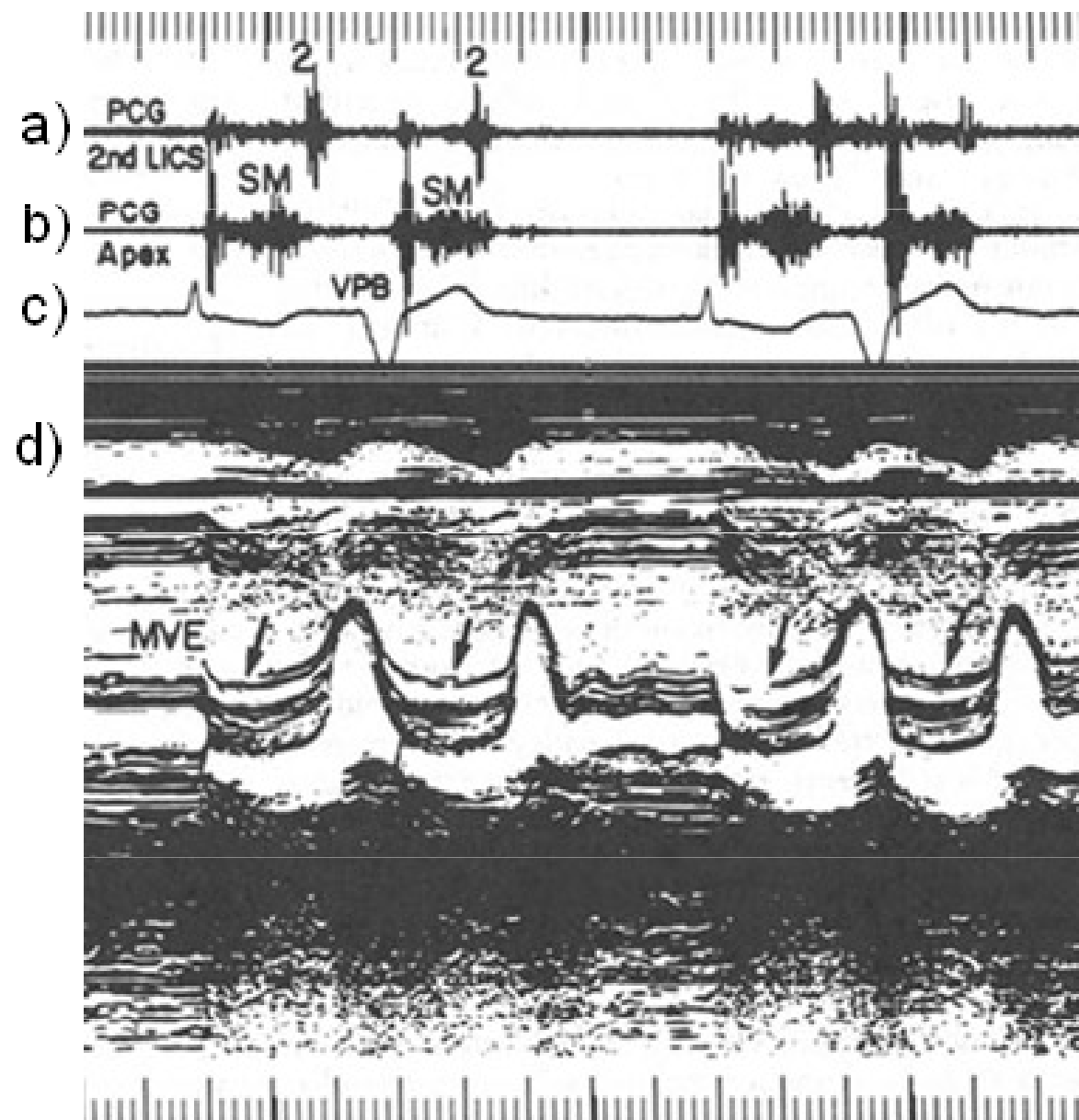


NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD

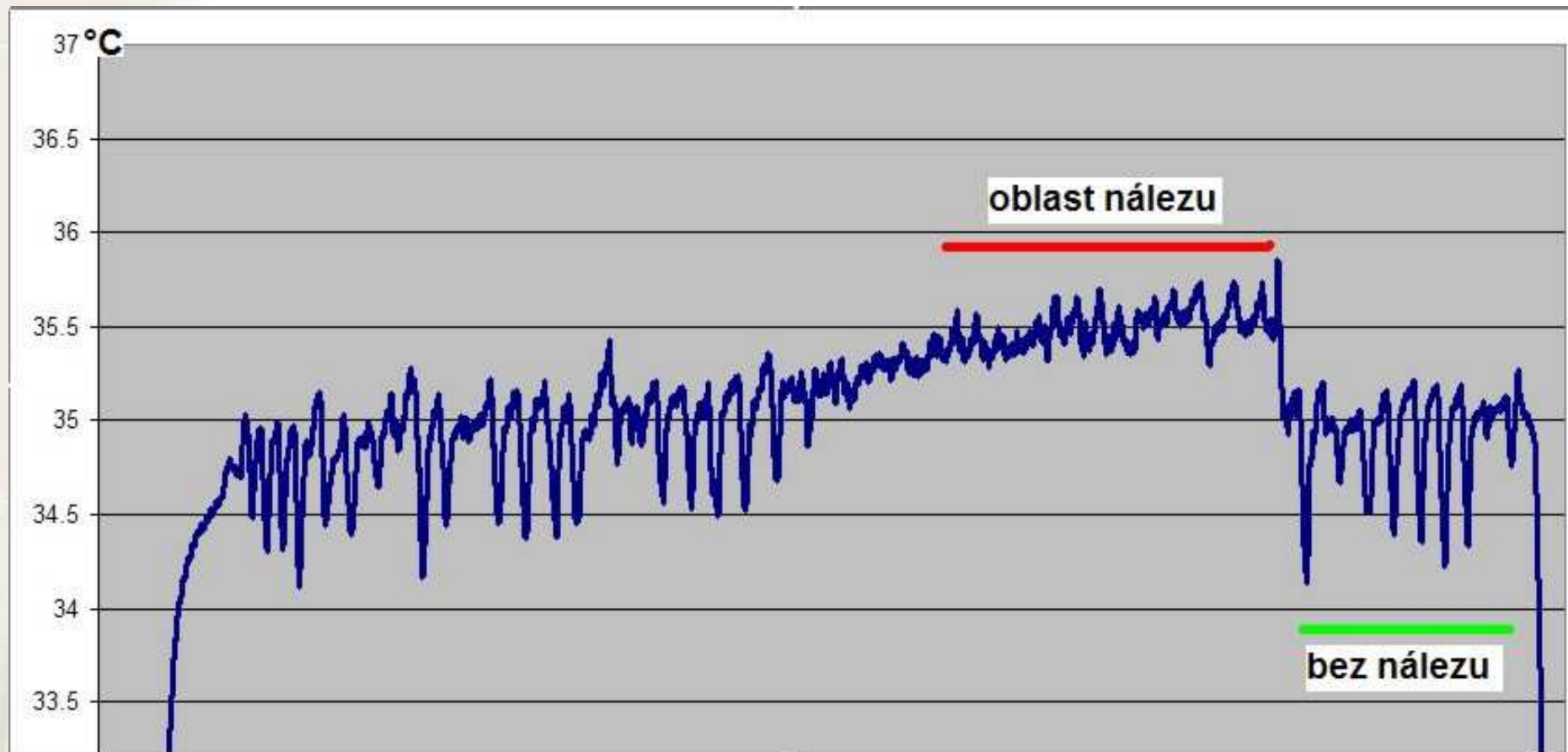


kardiotokogram

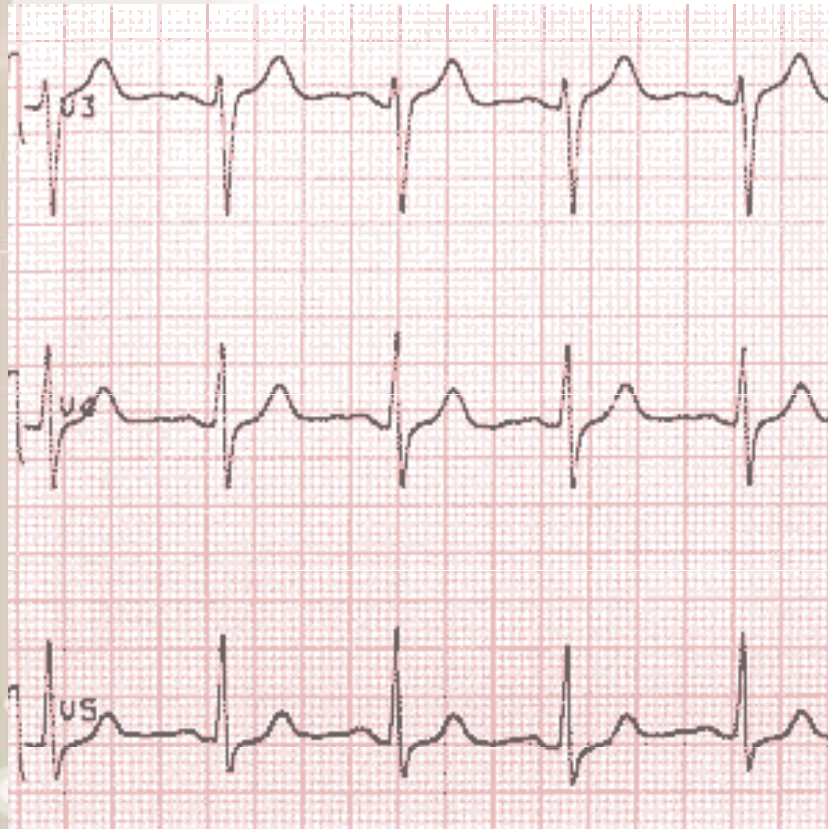
NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD



NĚKOLIK PŘÍKLADŮ NA ÚVOD



CO JE TO SIGNÁL ?



nishimura yurie RAB 2-5L/Obstetric MI: 0.8 Center For Human Reproduction
3.8/14.3cm /2.1Hz 2005-09-14 03:11:49 PM
Default
Th26:Qual high2
B54°/V55°
Mix:16/84
4D Real Time

leReader - [Test, Test - 12/31/69]
Edit View Tools Montage Video Sleep Window
VCine 40 Start Volpre 20 sec
00.0 μ V/cm

Description	Time
Impedance Result	13:26:0
Eyes Open	13:26:1
Eyes Closed	13:26:2
Blink	13:27:0
Eyes Closed	13:27:1
Eyes Open	13:28:4
Eyes Closed	13:28:5
Drowsy	13:29:1
Eyes Open	13:31:2
A: Photic 5 Hz	13:31:2
A: Photic 10 Hz	13:31:2
A: Photic 15 Hz	13:31:2
A: Photic 20 Hz	13:31:3
A: Photic 25 Hz	13:31:3
A: Photic 30 Hz	13:31:4
A: Photic 35 Hz	13:31:4
Eyes Closed	13:31:4

P3-O1
T3-C3
F4-Cz
F3-Cz
T4-Cz
T3-Cz
P4-Cz
P3-Cz
O2-Cz
O1-Cz

13:26:07 Walter/Vertex 30.0 mm/sec 100.0 μ V/cm 0.54 Hz 70.0 Hz 0.0 Hz

For Help, press F1 00:00:00 13:26:07

CO JE TO SIGNÁL ?

DEFINICE

Signál je jev fyzikální, chemické, biologické, ekonomické či jiné materiální povahy, nesoucí informaci o stavu systému, který jej generuje, **a jeho dynamice.**

INFORMACE

- ☑ poznatek (znalost) týkající se jakýchkoliv objektů, např. faktů, událostí, věcí, procesů nebo myšlenek včetně pojmů, které mají v daném kontextu specifický význam (ISO/IEC 2382-1:1993 „Informační technologie – část I: Základní pojmy“)
- ☑ název pro obsah toho, co se vymění s vnějším světem, když se mu přizpůsobujeme a působíme na něj svým přizpůsobováním. Proces přijímání a využívání informace je procesem našeho přizpůsobování k nahodilostem vnějšího prostředí a aktivního života v tomto prostředí (**WIENER**);
- ☑ poznatek, který omezuje nebo odstraňuje nejistotu týkající se výskytu určitého jevu z dané množiny možných jevů;

!!! NEHMOTNÁ !!!

ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU



NOSIČ

ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU



INFORMACE

NOSIČ

ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU



INFORMACE

NOSIČ

TO NECHME TECHNIKŮM (ELEKTRIKÁŘŮM, ...)

ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU



INFORMACE



**ZPRACOVÁNÍ
INFORMACE**

NOSIČ

TO NECHME TECHNIKŮM (ELEKTRIKÁŘŮM, ...)



II. ZÁKLADNÍ KONCEPT ZPRACOVÁNÍ DAT

MUNI Masarykova
univerzita



© Institut biostatistiky a analýz

ZÁKLADNÍ KONCEPT

REÁLNÝ
OBJEKT

ZÁKLADNÍ KONCEPT

REÁLNÝ
OBJEKT

HODNOTÍCÍ
„VÝROK“

ZÁKLADNÍ KONCEPT

**REÁLNÝ
OBJEKT**

**HODNOTÍCÍ
„VÝROK“**

**O STAVU, RESP.
CHOVÁNÍ REÁLNÉHO
OBJEKTU**

ZÁKLADNÍ KONCEPT

REÁLNÝ
OBJEKT

PŘÍČINNÝ
DETERMINISTICKÝ VZTAH

HODNOTÍCÍ
„VÝROK“

ZÁKLADNÍ KONCEPT

REÁLNÝ
OBJEKT

PŘÍČINNÝ
DETERMINISTICKÝ VZTAH

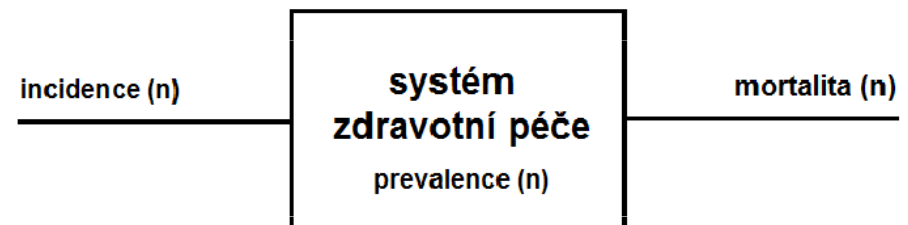
HODNOTÍCÍ
„VÝROK“

CÍLEM JE ODHALIT TEN PŘÍČINNÝ
DETERMINISTICKÝ VZTAH NAVZDORY VŠEMU
TOMU, CO NÁM TO ODHALENÍ KAZÍ

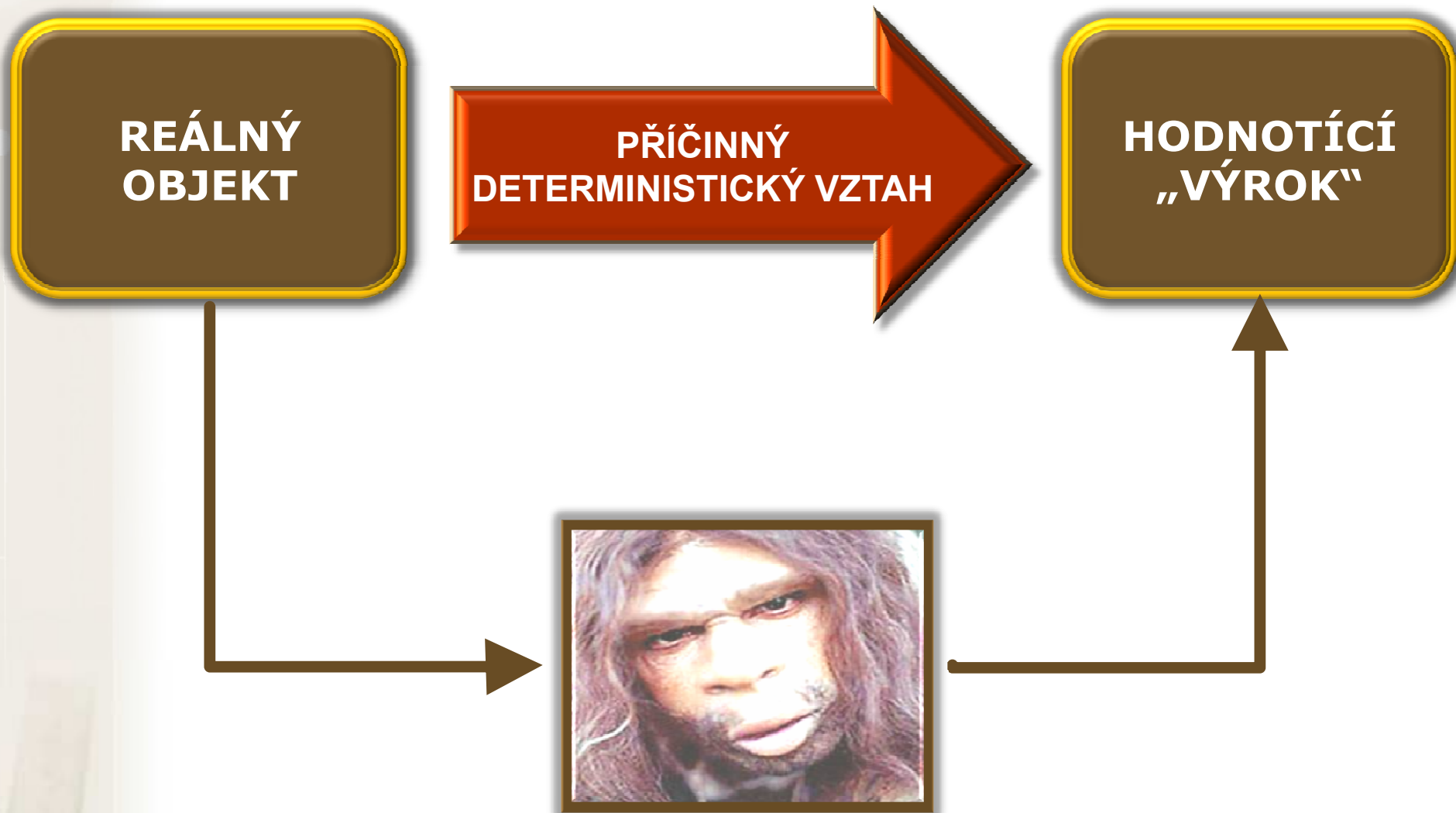
K ČEMU TO JE?



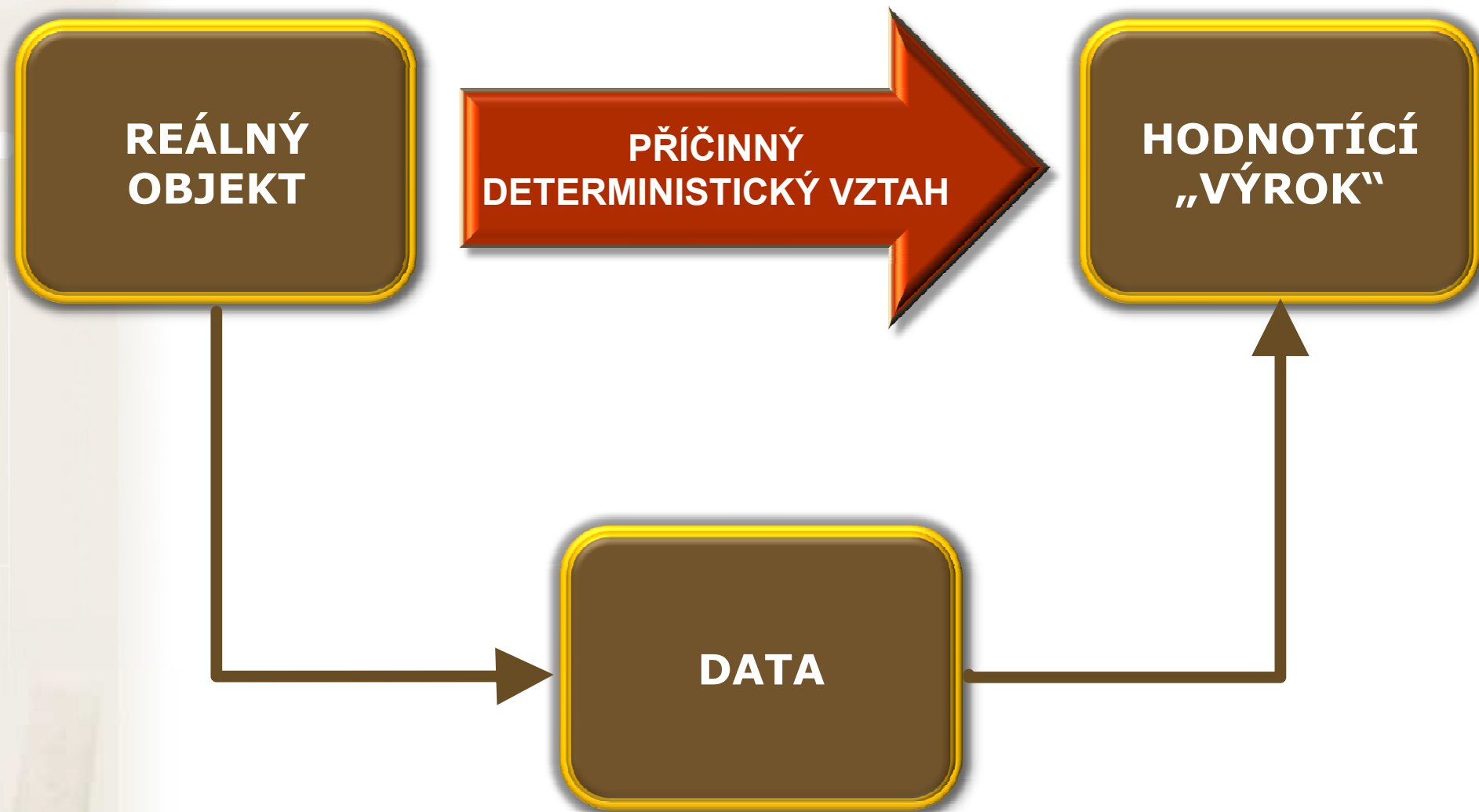
- zjistit co se děje v reálném objektu;
- dokázat jej zařadit;
- dokázat predikovat jeho chování;
-



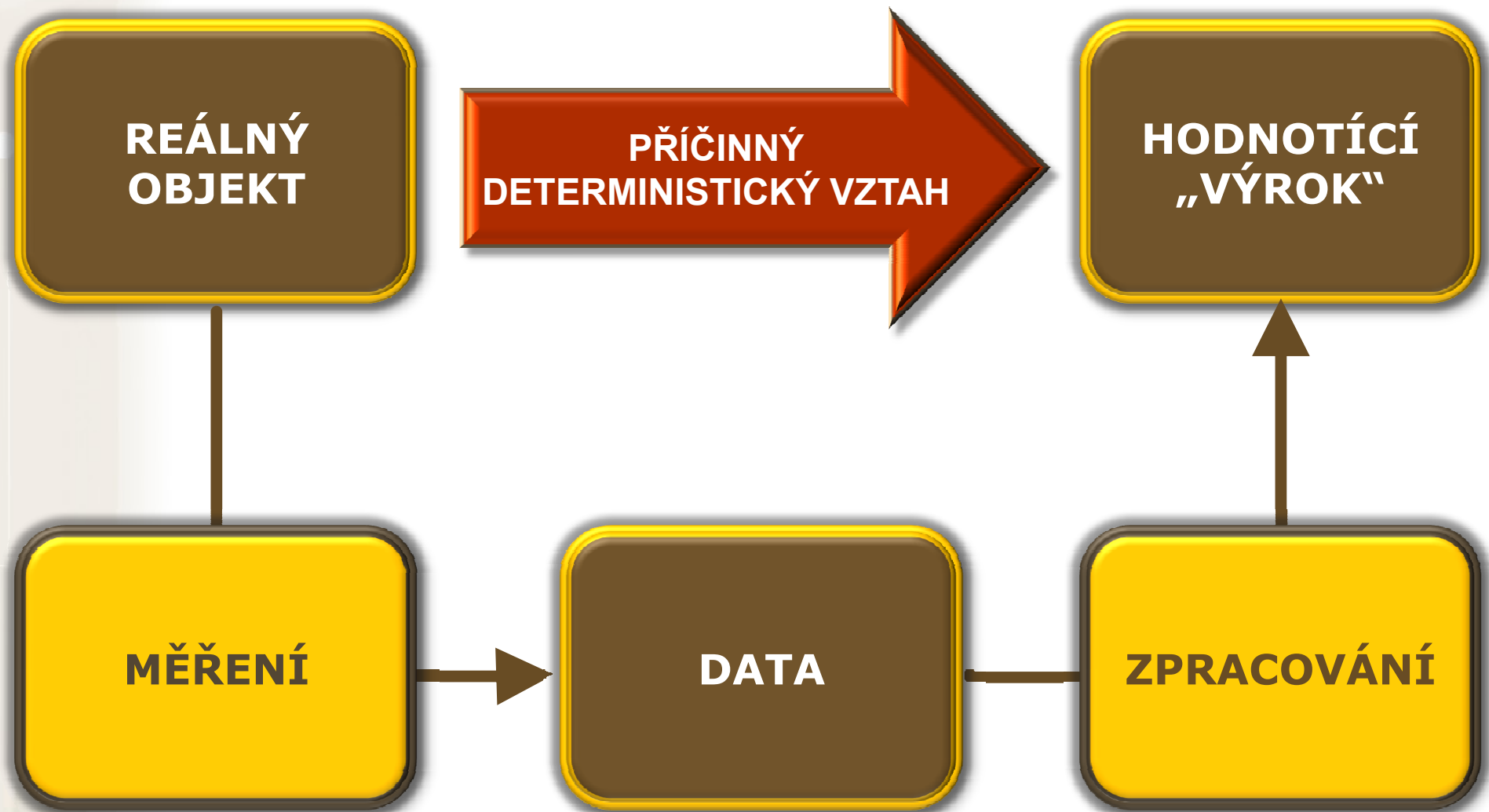
ZÁKLADNÍ KONCEPT



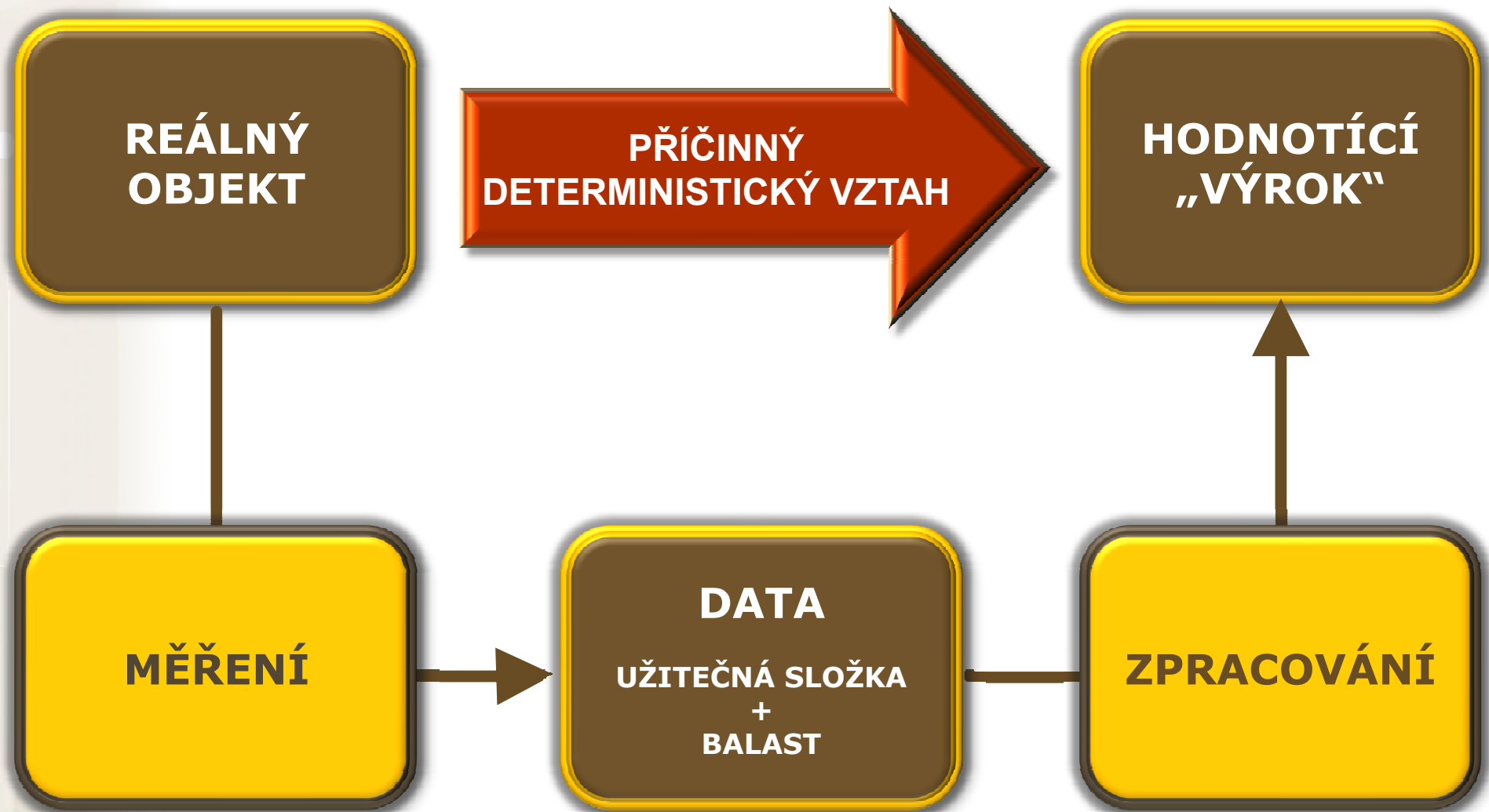
ZÁKLADNÍ KONCEPT



ZÁKLADNÍ KONCEPT



ZÁKLADNÍ KONCEPT



ZÁKLADNÍ KONCEPT

☑ užitečná složka

to je ta **deterministická (systematická)** část dat, kterou využijeme pro generování výroku

DATA (ČASOVÉ ŘADY)

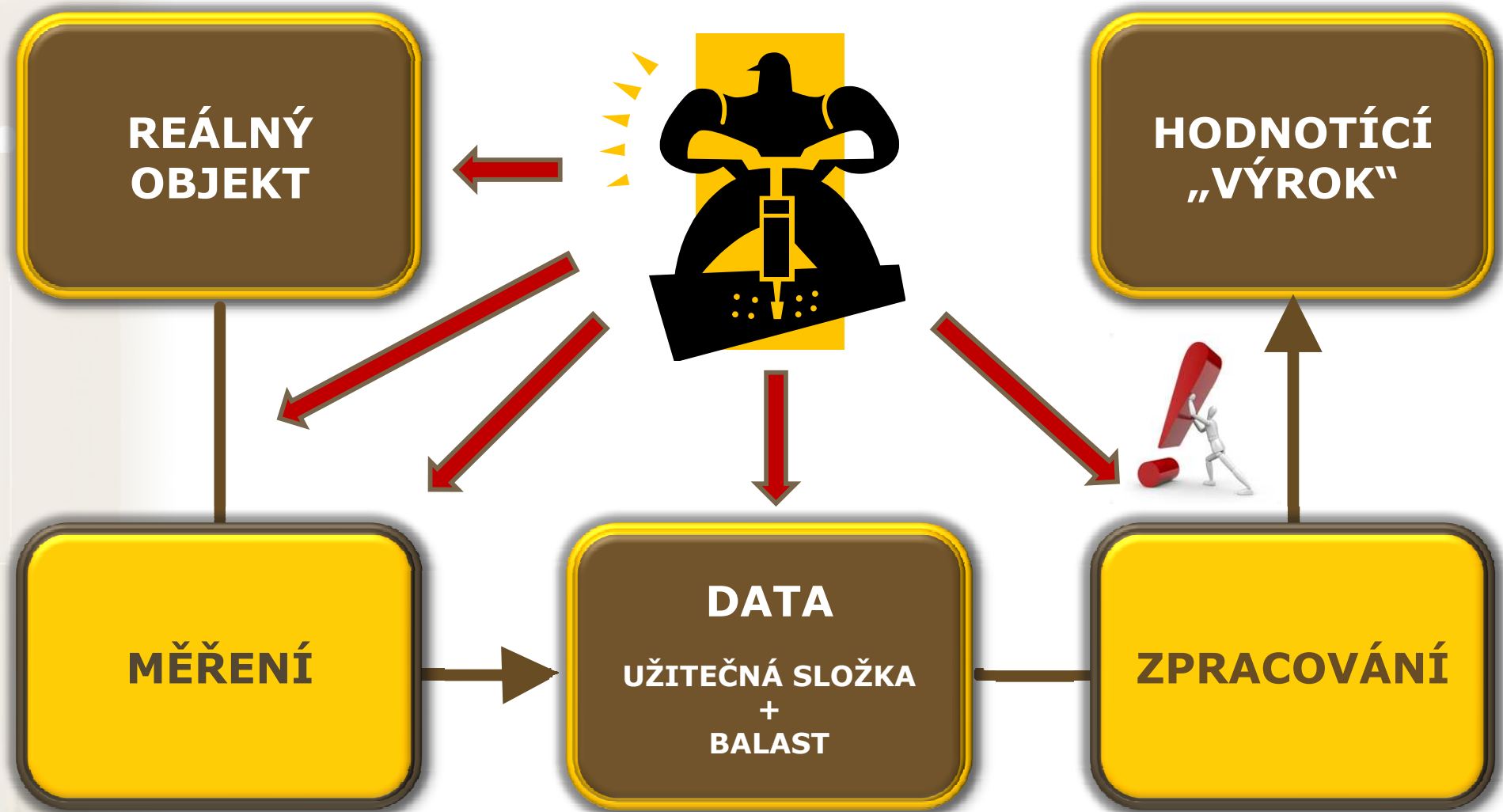
☑ **užitečná složka**

to je ta **deterministická** část dat, kterou využijeme pro generování výroku

☑ **balast**

část dat nesouvisející s cílem zpracování

ZÁKLADNÍ KONCEPT



DATA (ČASOVÉ ŘADY)

☑ užitečná složka

to je ta **deterministická** část dat, kterou využijeme pro generování výroku

☑ balast

část dat nesouvisející s cílem zpracování

→ deterministická část

☐ přímo ze zdroje

DATA (ČASOVÉ ŘADY)

☑ užitečná složka

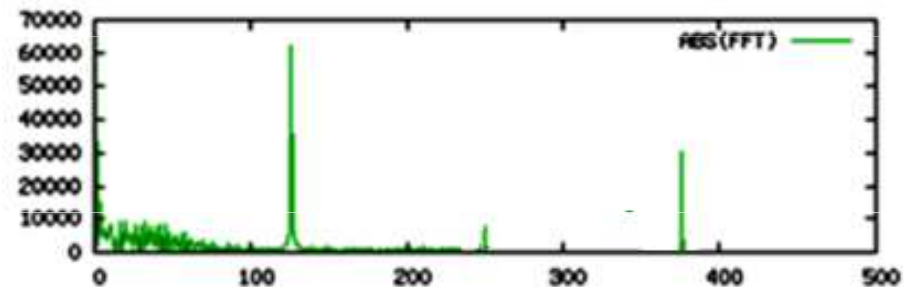
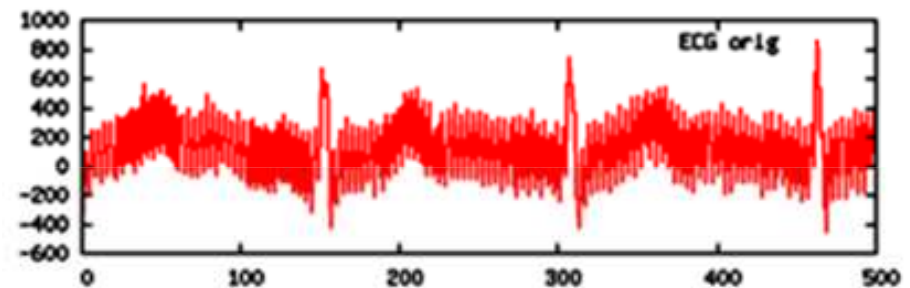
to je ta **deterministická** část dat, kterou využijeme pro generování výroku

☑ balast

část dat nesouvisející s cílem zpracování

→ deterministická část

- ☐ přímo ze zdroje
- ☐ zavlečená po cestě



DATA (ČASOVÉ ŘADY)

☑ užitečná složka

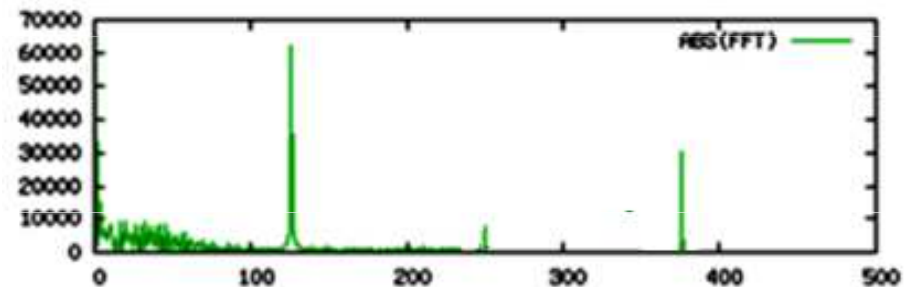
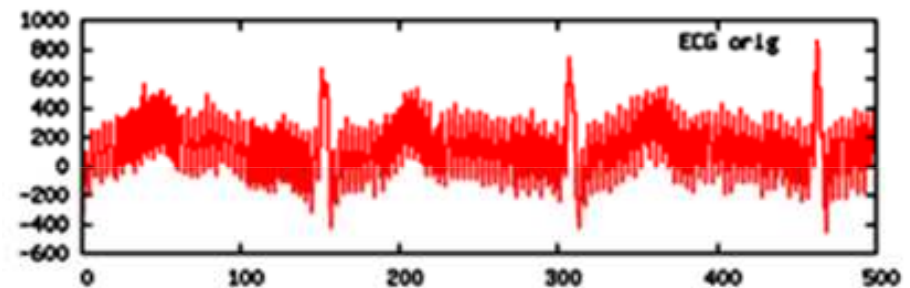
to je ta **deterministická** část dat, kterou využijeme pro generování výroku

☑ balast

část dat nesouvisející s cílem zpracování

→ deterministická část

- ☐ přímo ze zdroje
- ☐ zavlečená po cestě
 - přidaná (šum)
 - vyplývající z vlastností přenosové cesty (zkreslení, deformace)



DATA (ČASOVÉ ŘADY)

☑ užitečná složka

to je ta **deterministická** část dat, kterou využijeme pro generování výroku

☑ balast

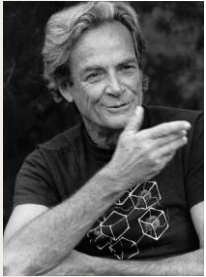
část dat nesouvisející s cílem zpracování

→ deterministická část

- ☐ přímo ze zdroje
- ☐ zavlečená po cestě

→ všechno ostatní, tj. **nedeterministická** (?) složka
na její příčiny buď nemáme nebo nám to nestojí za námahu (šum)

NEDETERMINISTICKÁ SLOŽKA



Richard Feynman – neurčitost x možnost
(Lectures on Physics 1963)



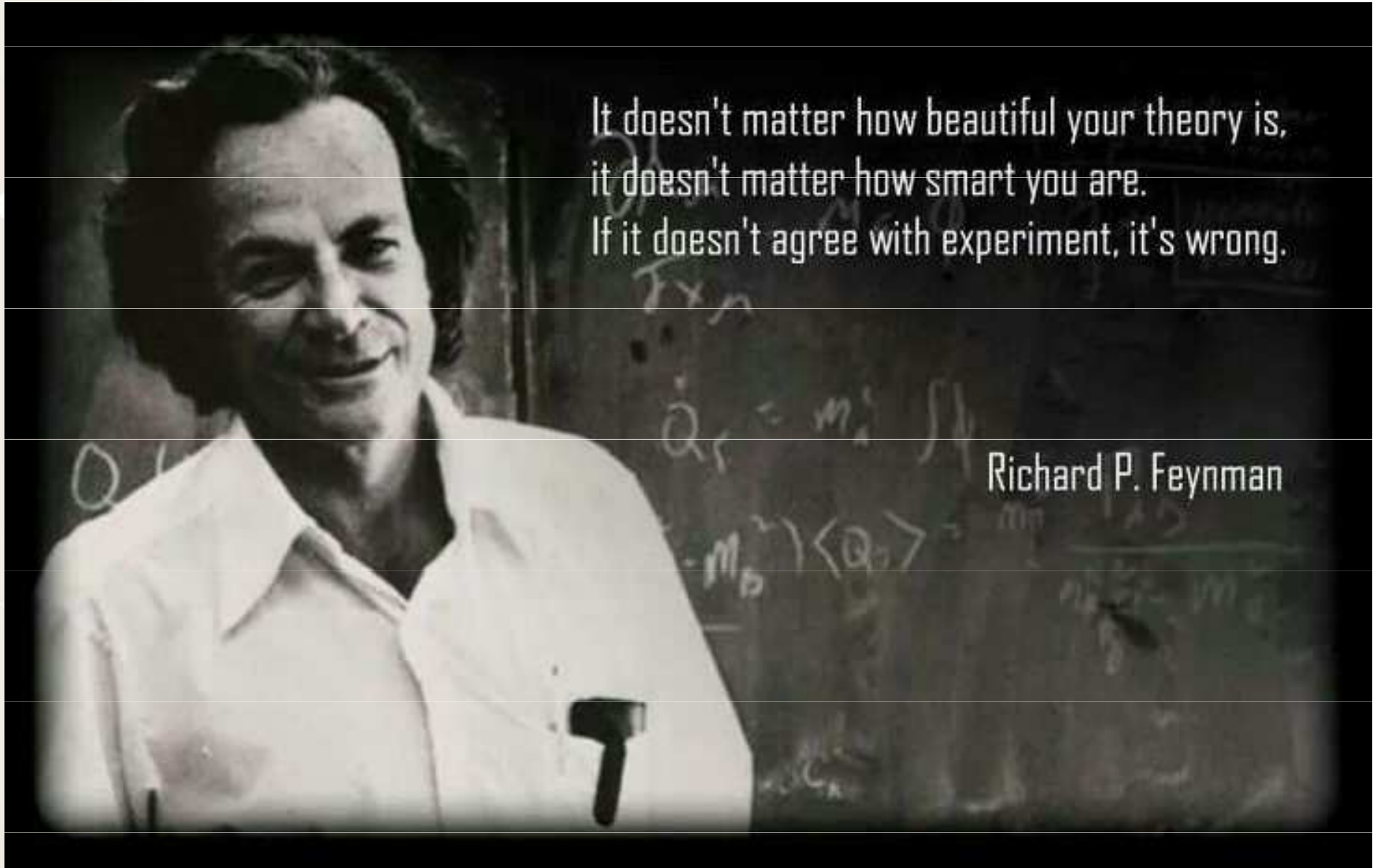
☑ náhodná – pravděpodobnost, statistika
(G. Cardano *Liber de ludo aleae* 1663)



☑ neurčitá – příslušnost, fuzzy algebra (L. A. Zadeh 1965)



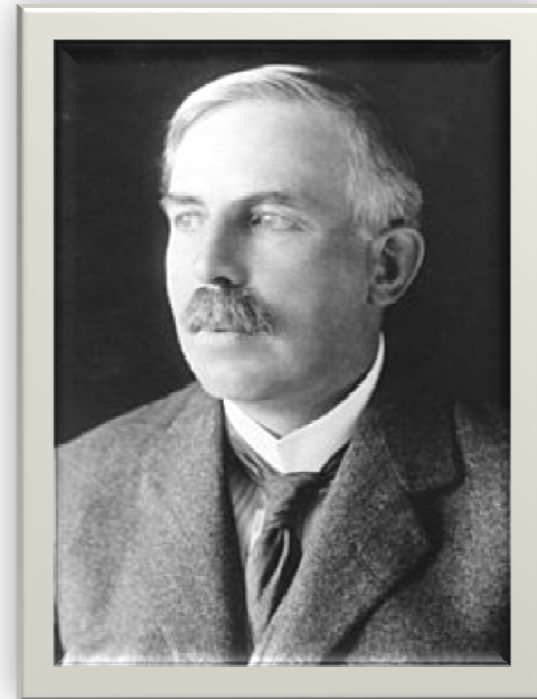
☑ hrubá – důvěra, hrubé množiny (Z. Pawlak 1991)



It doesn't matter how beautiful your theory is,
it doesn't matter how smart you are.
If it doesn't agree with experiment, it's wrong.

Richard P. Feynman

„If your
experiment
needs
statistics,
you ought to
have done
a better
experiment.”



**Ernest Rutherford,
1st Baron Rutherford of Nelson**

*1871 New Zealand

+1937 Cambridge, England

OM FRS

otec nukleární fyziky

ZÁKLADNÍ KONCEPT

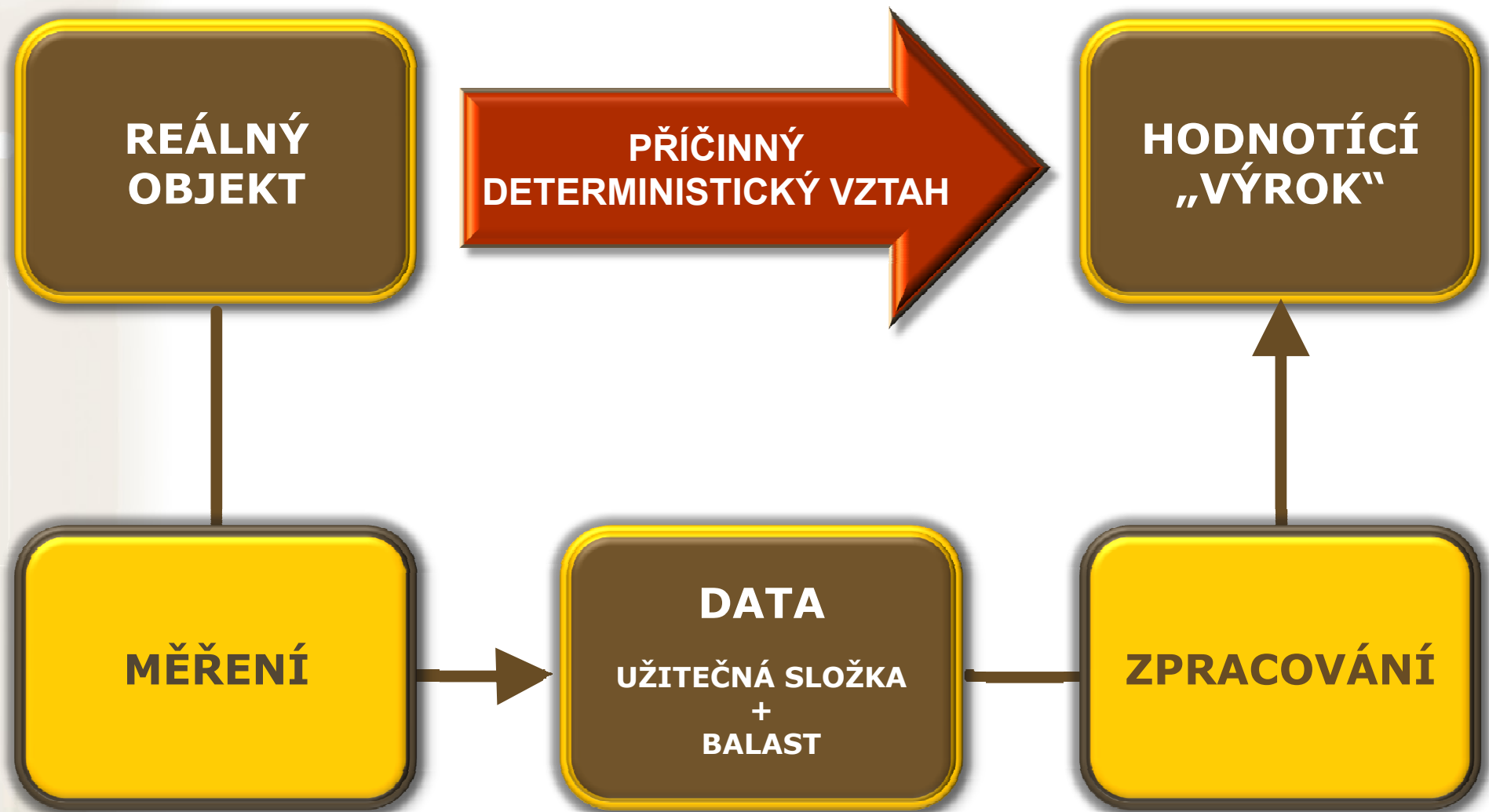
REÁLNÝ
OBJEKT

PŘÍČINNÝ
DETERMINISTICKÝ VZTAH

HODNOTÍCÍ
„VÝROK“

CÍLEM JE ODHALIT TEN PŘÍČINNÝ
DETERMINISTICKÝ VZTAH NAVZDORY VŠEMU
TOMU, CO NÁM TO ODHALENÍ KAZÍ

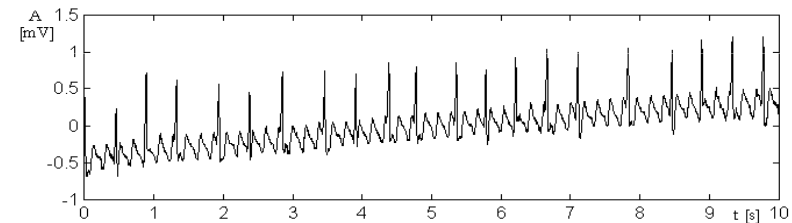
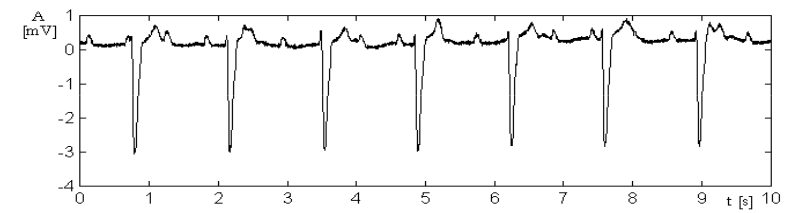
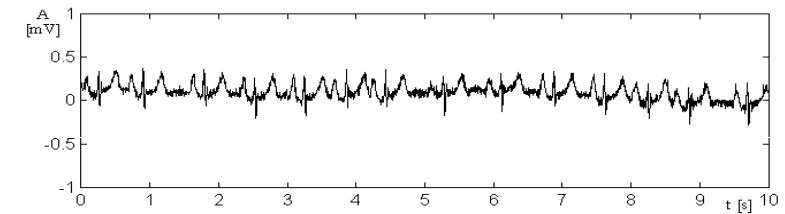
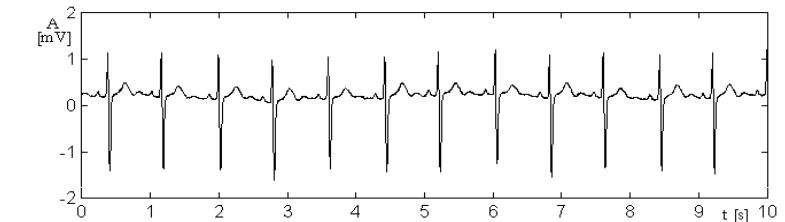
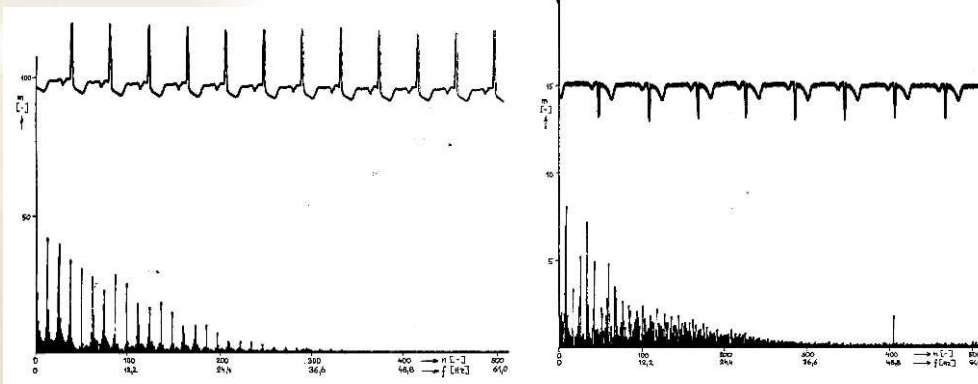
ZÁKLADNÍ KONCEPT



SKLADBA DAT

☑ matematický model deterministické složky(složek)

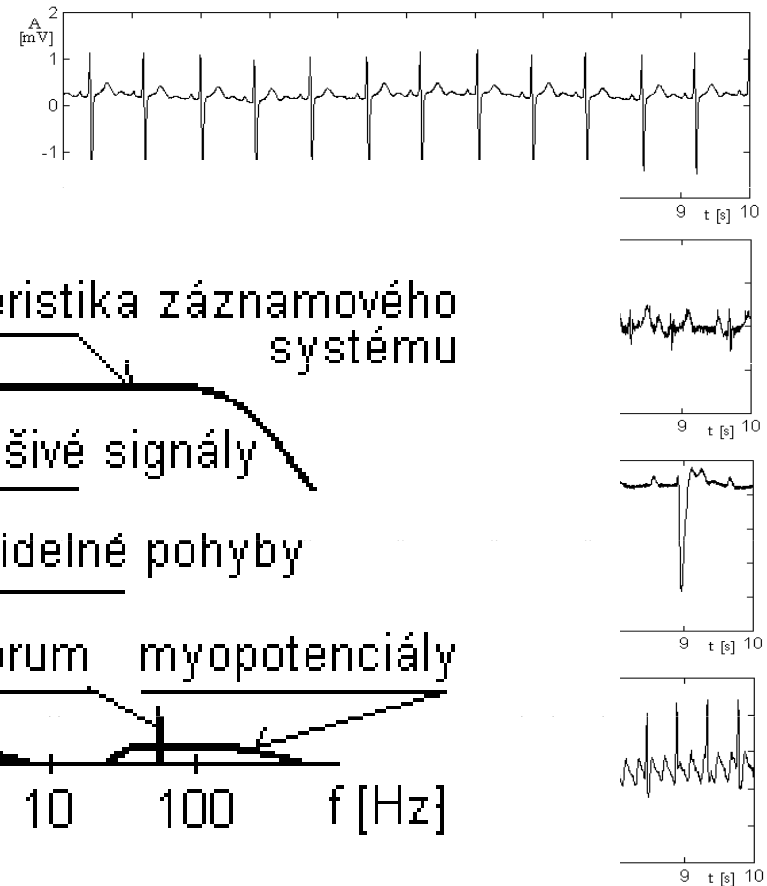
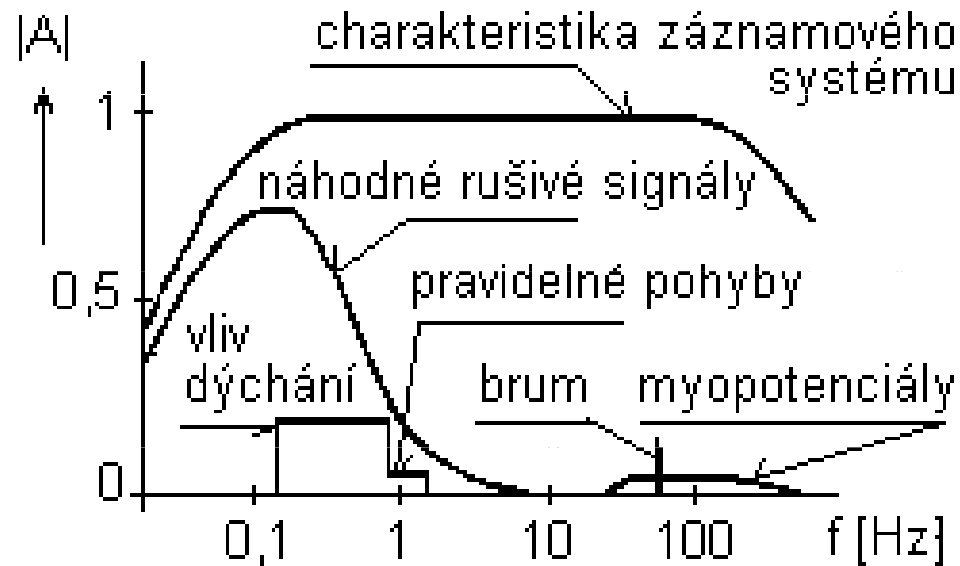
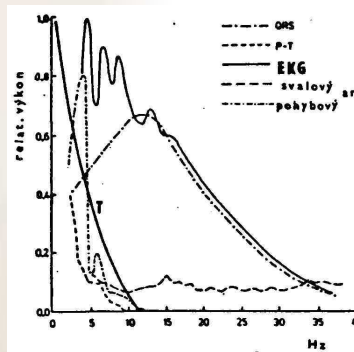
a zkoumáme jak data odpovídají modelové představě



SKLADBA DAT

☑ matematický model deterministické složky(složek)

a zkoumáme jak data odpovídají modelové představě



SKLADBA DAT

- ☑ model deterministické složky (složek);
 - nelineární
 - lineární
 - ☐ časová oblast
 - ☐ frekvenční oblast
 - ☐ ...

SKLADBA DAT

- ☑ model deterministické složky (složek);
 - nelineární x lineární
 - ☐ časová oblast
 - ☐ frekvenční oblast
 - ☐ ...
 - časově závislý x nezávislý
- ☑ model nedeterministické složky
 - pravděpodobnostní
 - fuzzy
 - hrubý
 - ...



III. ČASOVÉ ŘADY

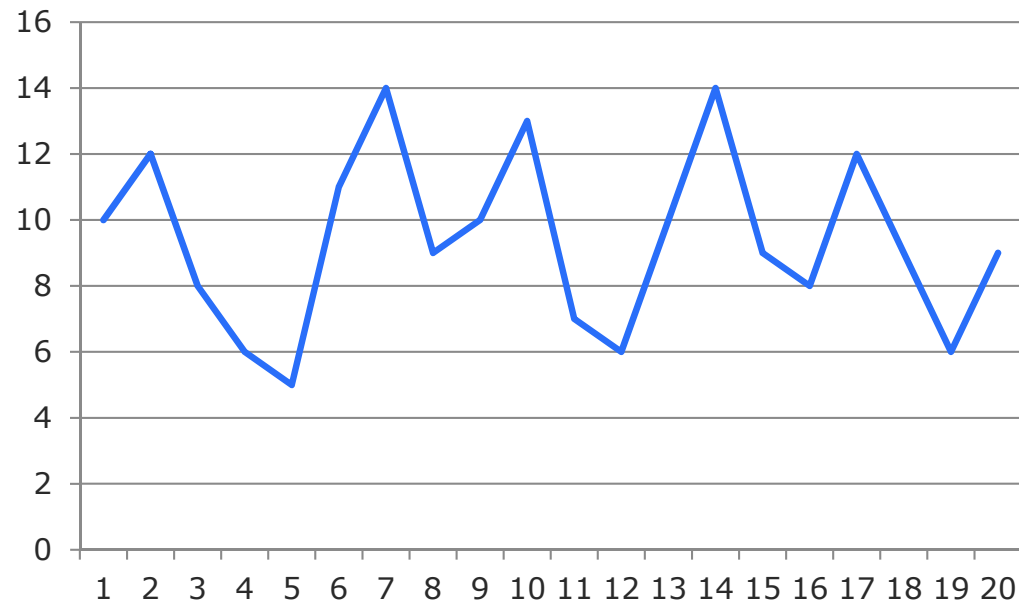
PŘÍKLAD TAK TROCHU NA VYSVĚTLENOU

MUNI Masarykova
univerzita



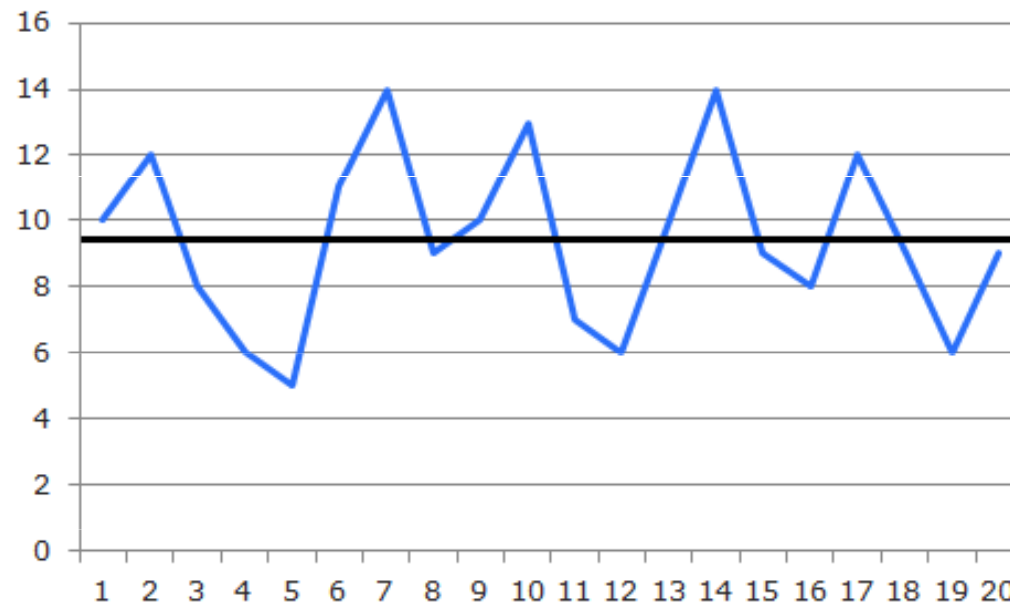
ZADÁNÍ

10 12 8 6 5 11 14 9 10 13 7 6 10 14 9 8 12 9 6 9



ZADÁNÍ

☑ průměrná hodnota:



ZADÁNÍ

☑ průměrná hodnota:

☑ klouzavý průměr:

pro m liché

$$\bar{x}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=k-(m-1)\text{div}2}^{k+(m-1)\text{div}2} x(i) = \sum_{i=k-(m-1)\text{div}2}^{k+(m-1)\text{div}2} \frac{1}{m} \cdot x(i) = \sum_{i=k-(m-1)\text{div}2}^{k+(m-1)\text{div}2} a_m \cdot x(i)$$

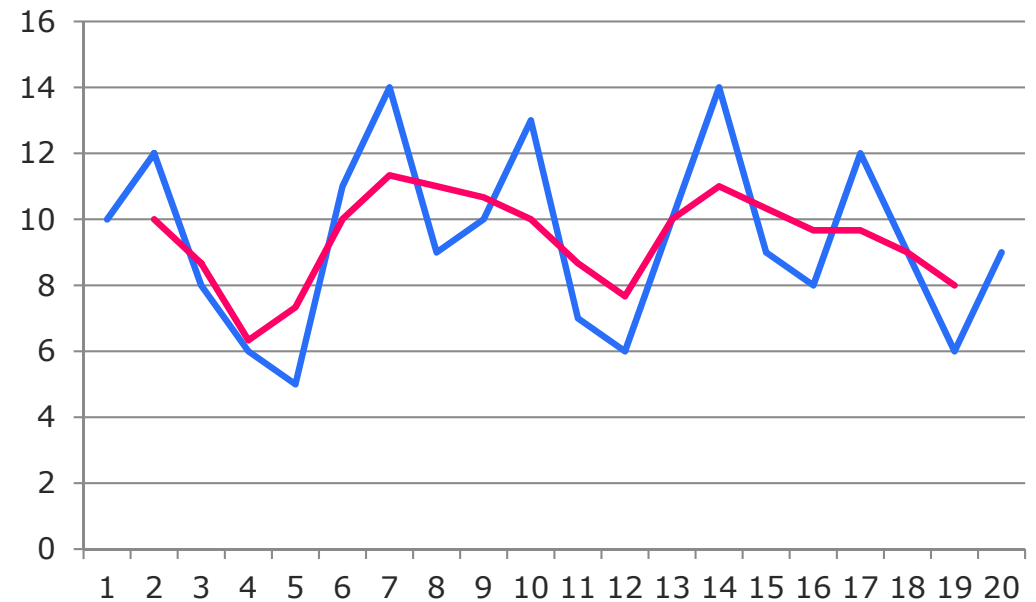
pro m sudé třeba

$$\bar{x}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=k-m\text{div}2+1}^{k+(m\text{div}2)} x(i) = \sum_{i=k-m\text{div}2+1}^{k+(m\text{div}2)} \frac{1}{m} \cdot x(i) = \sum_{i=k-m\text{div}2+1}^{k+(m\text{div}2)} a_i \cdot x(i)$$

KLOUZAVÝ PRŮMĚR

$m = 3$

1	10	
2	12	10,0
3	8	8,7
4	6	6,3
5	5	7,3
6	11	10,0
7	14	11,3
8	9	11,0
9	10	10,7
10	13	10,0
11	7	8,7
12	6	7,7
13	10	10,0
14	14	11,0
15	9	10,3
16	8	9,7
17	12	9,7
18	9	9,0
19	6	8,0
20	9	

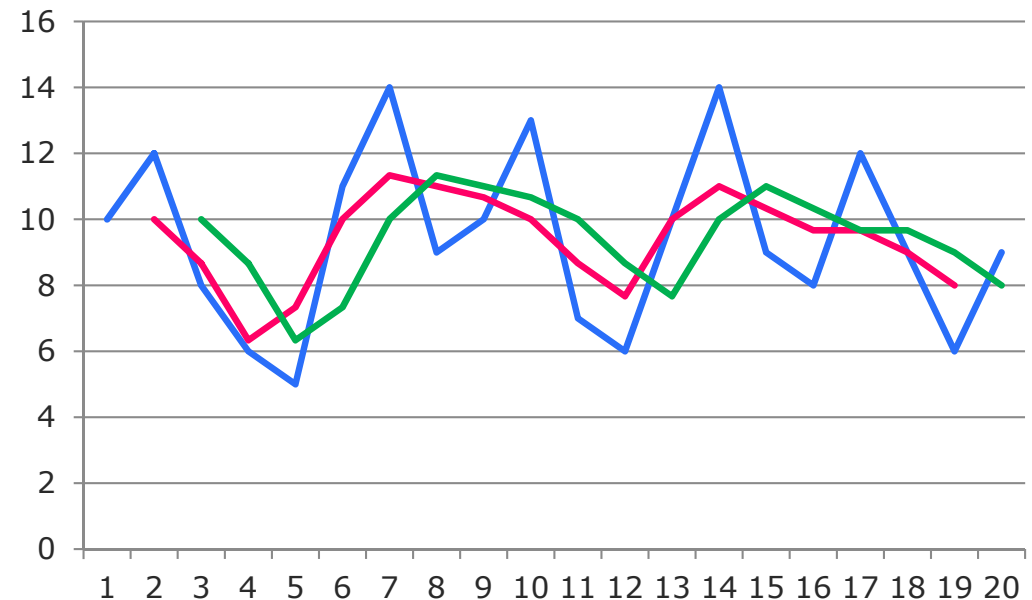


KLOUZAVÝ PRŮMĚR

$m = 3$

1	10	?	?
2	12	10,0	?
3	8	8,7	10,0
4	6	6,3	8,7
5	5	7,3	6,3
6	11	10,0	7,3
7	14	11,3	10,0
8	9	11,0	11,3
9	10	10,7	11,0
10	13	10,0	10,7
11	7	8,7	10,0
12	6	7,7	8,7
13	10	10,0	7,7
14	14	11,0	10,0
15	9	10,3	11,0
16	8	9,7	10,3
17	12	9,7	9,7
18	9	9,0	9,7
19	6	8,0	9,0
20	9	?	8,0

přechodný děj = reakce na počáteční podmínky



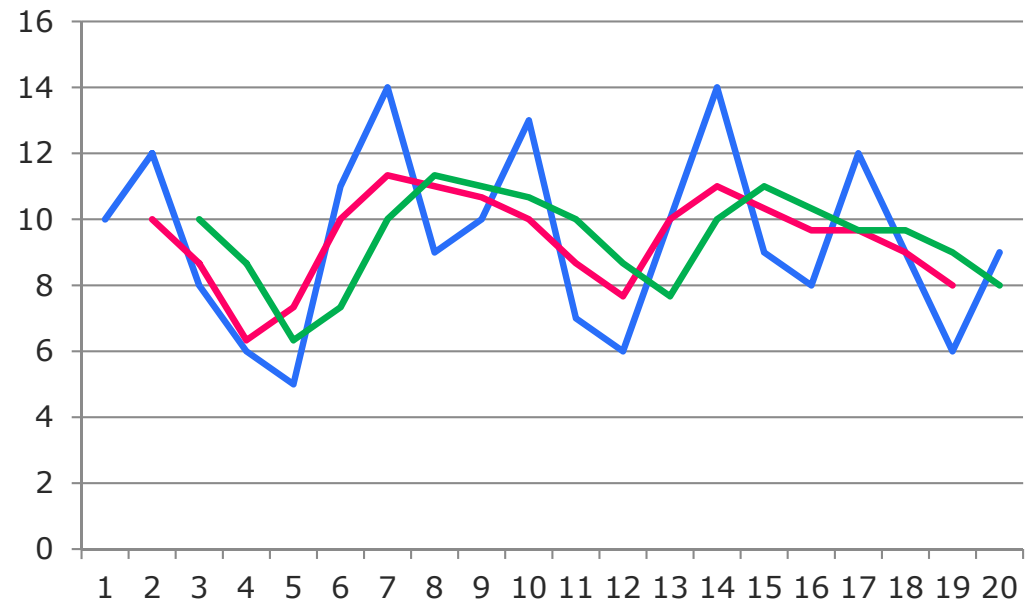
**KAUZALITA \equiv
 \equiv PŘÍČINNOST**

KLOUZAVÝ PRŮMĚR

$m = 3$

1	10	?	?
2	12	10,0	?
3	8	8,7	10,0
4	6	6,3	8,7
5	5	7,3	6,3
6	11	10,0	7,3
7	14	11,3	10,0
8	9	11,0	11,3
9	10	10,7	11,0
10	13	10,0	10,7
11	7	8,7	10,0
12	6	7,7	8,7
13	10	10,0	7,7
14	14	11,0	10,0
15	9	10,3	11,0
16	8	9,7	10,3
17	12	9,7	9,7
18	9	9,0	9,7
19	6	8,0	9,0
20	9	?	8,0

nulové počáteční podmínky

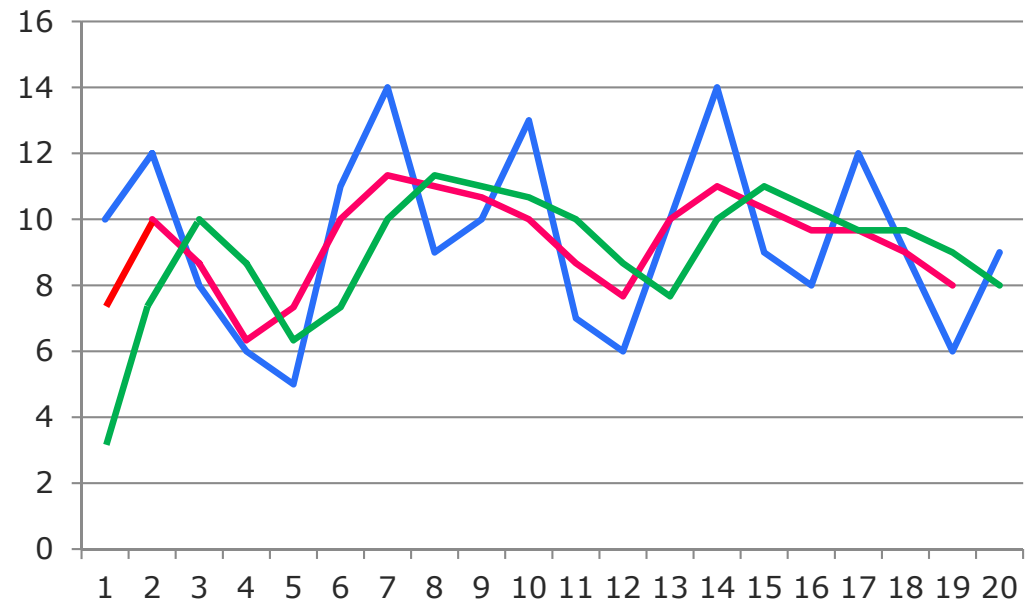


KLOUZAVÝ PRŮMĚR

$m = 3$

1	10	7,3	3,3
2	12	10,0	7,3
3	8	8,7	10,0
4	6	6,3	8,7
5	5	7,3	6,3
6	11	10,0	7,3
7	14	11,3	10,0
8	9	11,0	11,3
9	10	10,7	11,0
10	13	10,0	10,7
11	7	8,7	10,0
12	6	7,7	8,7
13	10	10,0	7,7
14	14	11,0	10,0
15	9	10,3	11,0
16	8	9,7	10,3
17	12	9,7	9,7
18	9	9,0	9,7
19	6	8,0	9,0
20	9	?	8,0

nulové počáteční podmínky $x(0)=0$, $x(-1)=0$

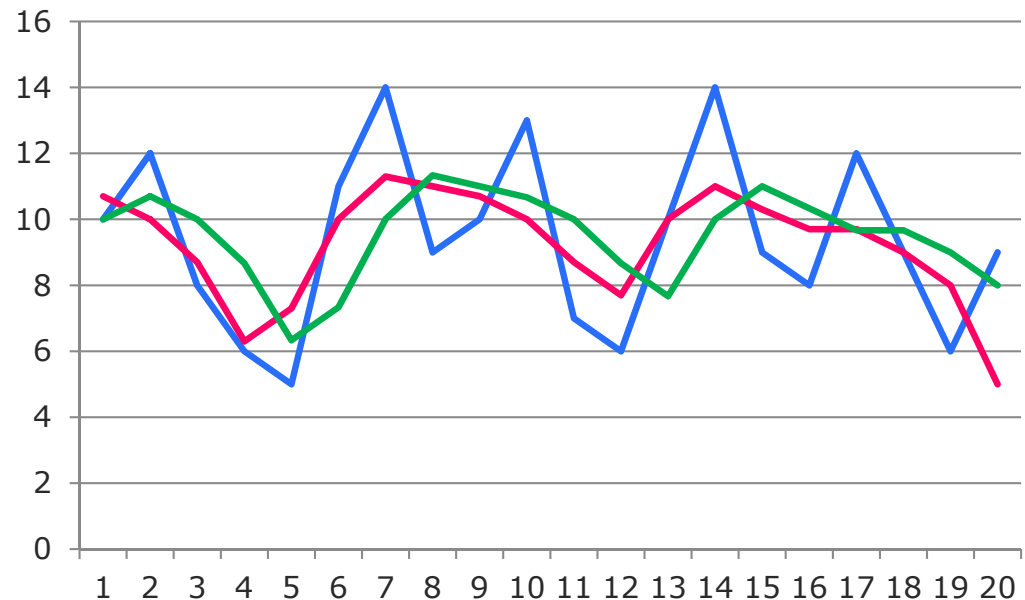


KLOUZAVÝ PRŮMĚR

$m = 3$

1	10	10,7	10,0
2	12	10,0	10,7
3	8	8,7	10,0
4	6	6,3	8,7
5	5	7,3	6,3
6	11	10,0	7,3
7	14	11,3	10,0
8	9	11,0	11,3
9	10	10,7	11,0
10	13	10,0	10,7
11	7	8,7	10,0
12	6	7,7	8,7
13	10	10,0	7,7
14	14	11,0	10,0
15	9	10,3	11,0
16	8	9,7	10,3
17	12	9,7	9,7
18	9	9,0	9,7
19	6	8,0	9,0
20	9	?	8,0

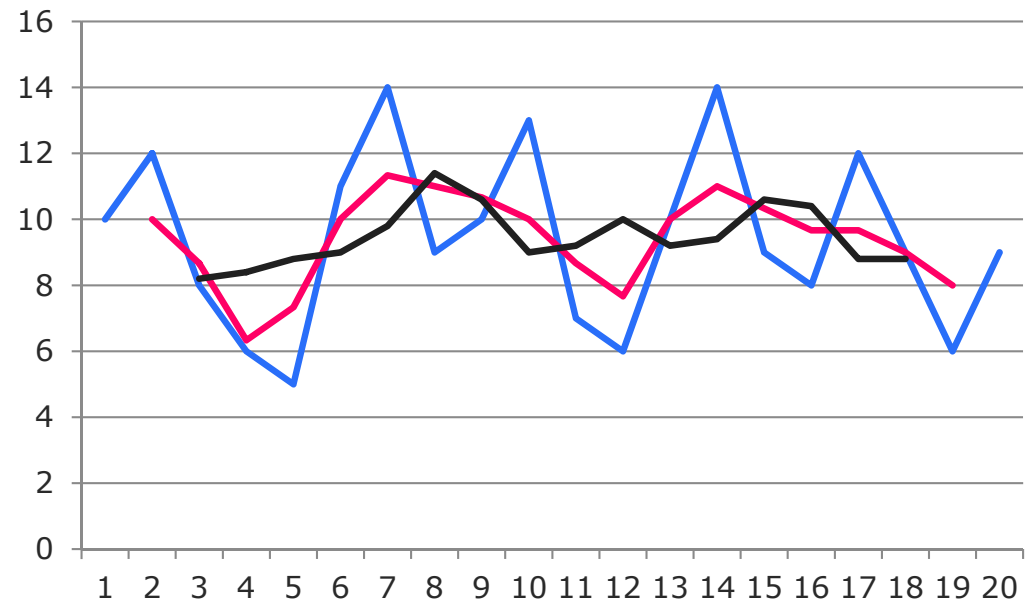
počáteční podmínky rovné první hodnotě
 $x(0) = 10, x(-1) = 10$



KLOUZAVÝ PRŮMĚR

$m = 3$ $m = 5$

1	10		
2	12	10,0	
3	8	8,7	8,2
4	6	6,3	8,4
5	5	7,3	8,8
6	11	10,0	9,0
7	14	11,3	9,8
8	9	11,0	11,4
9	10	10,7	10,6
10	13	10,0	9,0
11	7	8,7	9,2
12	6	7,7	10,0
13	10	10,0	9,2
14	14	11,0	9,4
15	9	10,3	10,6
16	8	9,7	10,4
17	12	9,7	8,8
18	9	9,0	8,8
19	6	8,0	
20	9		

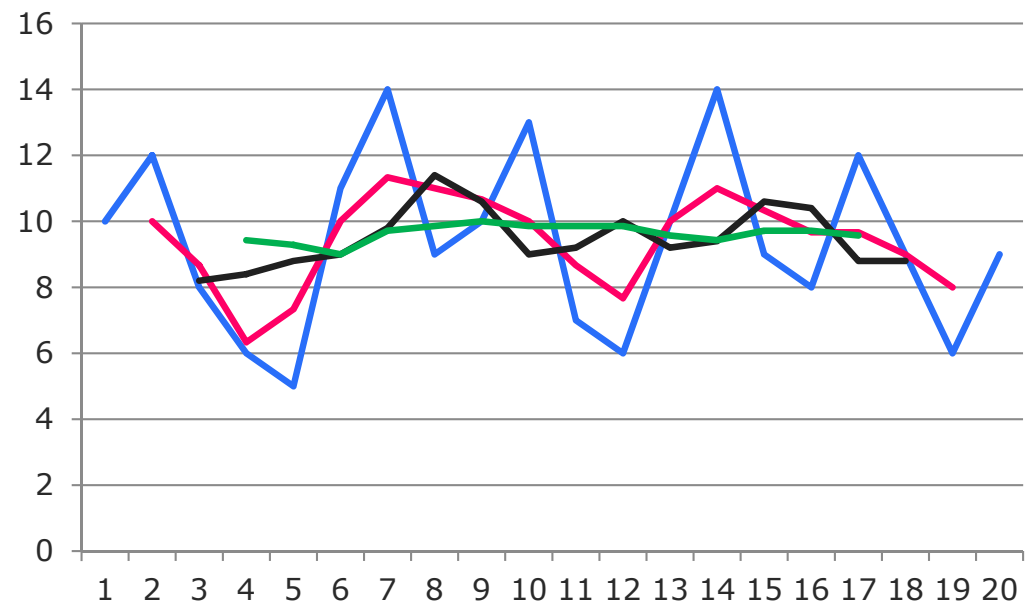


$$\mathbf{a} = (1/5, 1/5, 1/5, 1/5, 1/5)$$

KLOUZAVÝ PRŮMĚR

m = 3 m = 5 m = 7

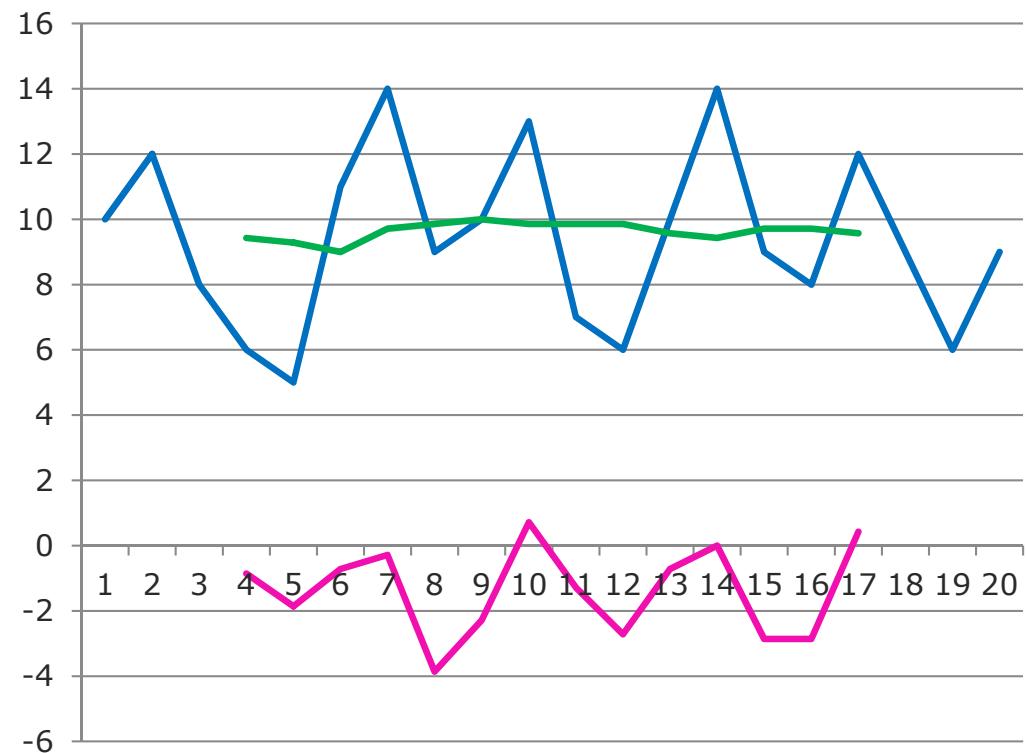
1	10			
2	12	10,0		
3	8	8,7	8,2	
4	6	6,3	8,4	9,4
5	5	7,3	8,8	9,3
6	11	10,0	9,0	9,0
7	14	11,3	9,8	9,7
8	9	11,0	11,4	9,9
9	10	10,7	10,6	10,0
10	13	10,0	9,0	9,9
11	7	8,7	9,2	9,9
12	6	7,7	10,0	9,9
13	10	10,0	9,2	9,6
14	14	11,0	9,4	9,4
15	9	10,3	10,6	9,7
16	8	9,7	10,4	9,7
17	12	9,7	8,8	9,6
18	9	9,0	8,8	
19	6	8,0		
20	9			



$$\mathbf{a} = (1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7, 1/7)$$

KLOUZAVÝ PRŮMĚR

		$m = 3$	$m = 7$	
1	10			
2	12	10,0		
3	8	8,7		
4	6	6,3	9,4	-0,9
5	5	7,3	9,3	-1,9
6	11	10,0	9,0	-0,7
7	14	11,3	9,7	-0,3
8	9	11,0	9,9	-3,9
9	10	10,7	10,0	-2,3
10	13	10,0	9,9	0,7
11	7	8,7	9,9	-1,3
12	6	7,7	9,9	-2,7
13	10	10,0	9,6	-0,7
14	14	11,0	9,4	0,0
15	9	10,3	9,7	-2,9
16	8	9,7	9,7	-2,9
17	12	9,7	9,6	0,4
18	9	9,0		
19	6	8,0		
20	9			

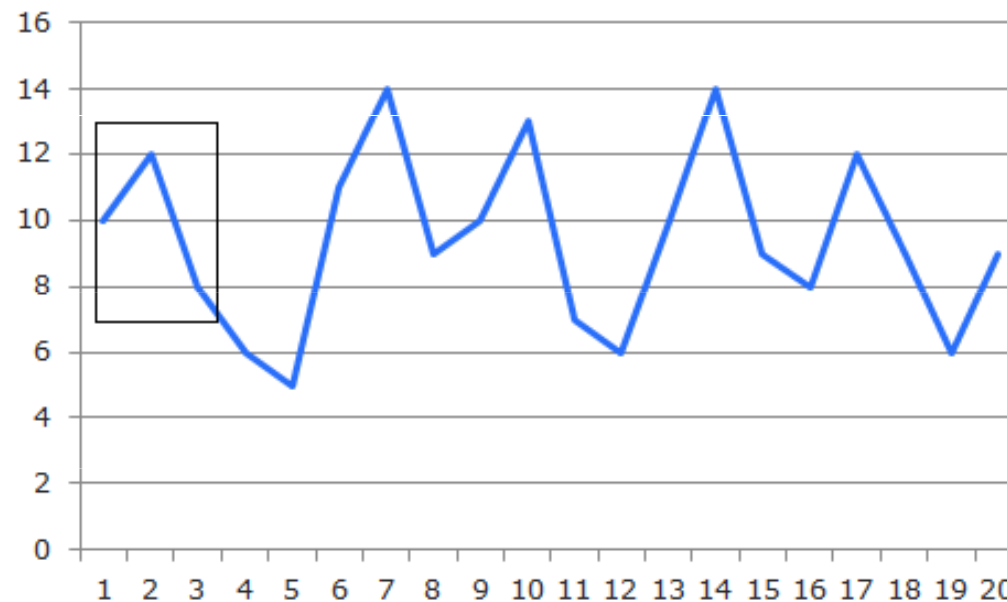


$$\mathbf{a} = (1/7, -1/7, -1/7, 1/7, -1/7, -1/7, 1/7)$$

ZPŮSOB VÝPOČTU

uvažujme třeba kauzální výpočet (tj. pouze ze zpožděných známých hodnot):

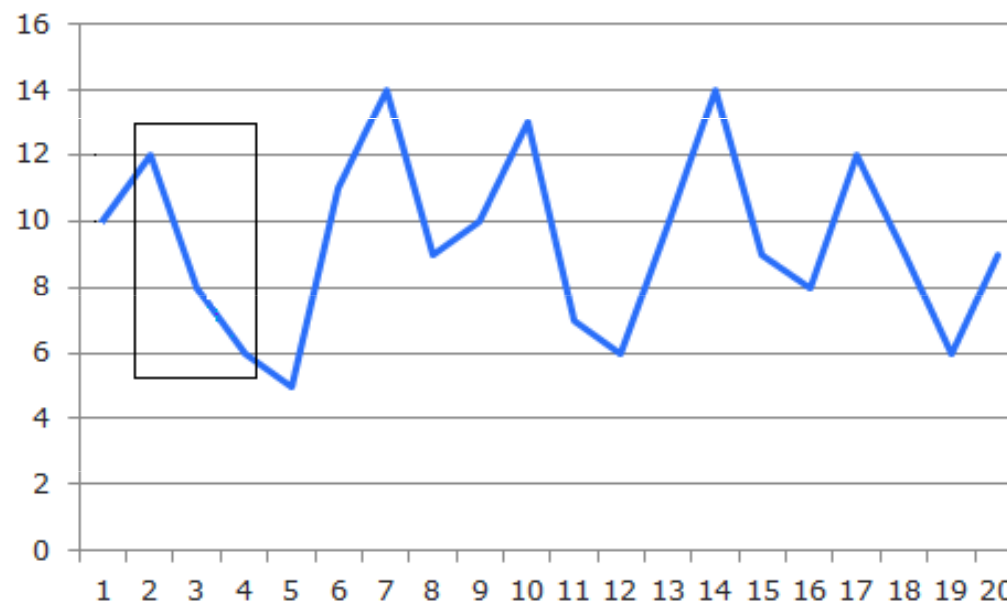
1.



ZPŮSOB VÝPOČTU

uvažujme třeba kauzální výpočet (tj. pouze ze zpožděných známých hodnot):

1.



ZPŮSOB VÝPOČTU

uvažujme třeba kauzální výpočet (tj. pouze ze zpožděných známých hodnot):

1.

2.

rekurze – používá staré hodnoty výstupních vzorků

NOVÉ POJMY

- ☑ koeficienty odpovídající žádanému průběhu časové řady (model);
- ☑ přechodný děj (odezva na počáteční podmínky);
- ☑ kauzalita;
- ☑ rekurze.



IV. ANALÝZA ČASOVÝCH ŘAD ZÁKLADNÍ POJMY

MUNI Masarykova
univerzita



© Institut biostatistiky a analýz

VELIČINY * MATEMATICKÉ MODELY

- ☑ abychom mohli úspěšně řešit praktické problémy (analýza, syntéza), potřebujeme reálné veličiny vyjádřit **matematicky jejich** (abstraktními) **modely**;
- ☑ model veličiny by měl splňovat dva základní požadavky:
 - výstižnost, přesnost;
 - jednoduchost, snadná manipulace;

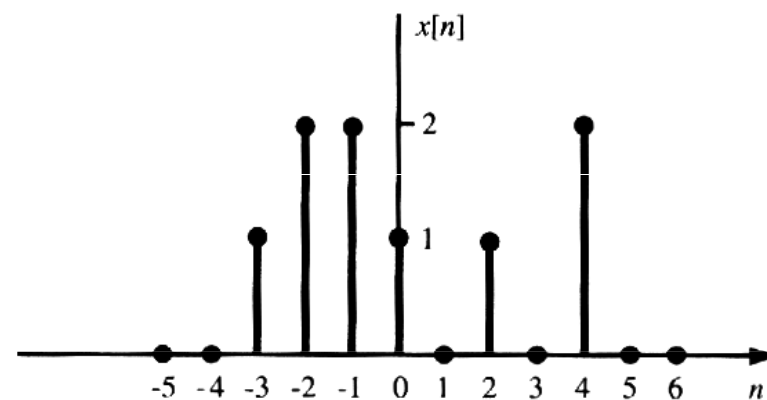
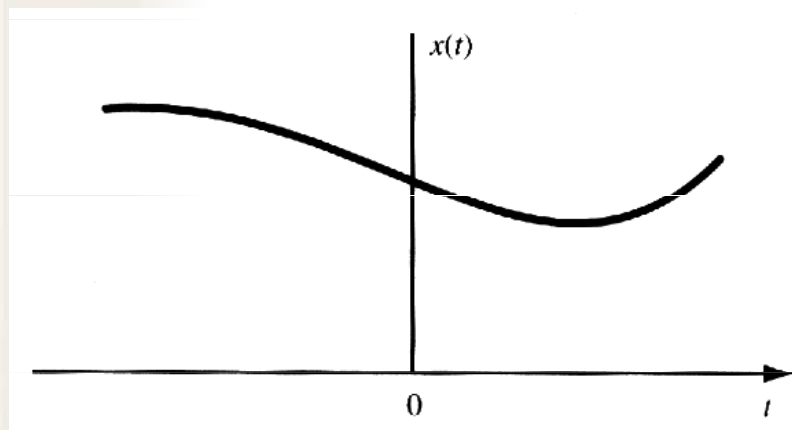
KLASIFIKACE VELIČIN (A JEJICH MATEMATICKÝCH MODELŮ)

- A) spojité a diskrétní
- B) reálné a komplexní
- C) deterministické a nedeterministické
(náhodné?)
- D) periodické a neperiodické
- E) sudé a liché

A) SPOJITÉ A DISKRÉTNÍ VELIČINY

- ✓ **Spojité veličina** (přesněji **veličina se spojitým časem**) je taková veličina $x(t)$, kde čas t je spojitá proměnná.
- ✓ **Diskrétní veličina** (přesněji **veličina s diskrétním časem**) je taková veličina $x(t)$, kde čas t je definován v diskrétních časových okamžicích. Diskrétní veličinu proto často zapisujeme jako **posloupnost** $\{x_n\}$, kde n je celé číslo, resp. $x(nT)$.

A) SPOJITÉ A DISKRÉTNÍ VELIČINY



A) SPOJITÉ A DISKRÉTNÍ VELIČINY

Pozn. Spojitá vs. nespojitá funkce. Zde se myslí ve smyslu **hodnot** funkce nikoliv času. V tomto smyslu reálná nespojitá veličina (signál) v praxi neexistuje (vždy konečná délka přechodu). Příklad: obdélníkový signál

Typy dat (Biostatistika, str.12):

- ☑ kvalitativní:
 - nominální – kategorie nelze seřadit;
 - ordinální – kategorie je možné seřadit;
 - binární
- ☑ kvantitativní:
 - spojitá;
 - diskrétní;

A) SPOJITÉ A DISKRÉTNÍ VELIČINY

Pozn. Spojitá vs. nespojitá funkce. Zde se myslí ve smyslu **hodnot** funkce nikoliv času. V tomto smyslu reálná nespojitá veličina (signál) v praxi neexistuje (vždy konečná délka přechodu). Příklad: obdélníkový signál

Typy dat (Biostatistika, str.12):

- ☑ kvalitativní:
 - nominální – kategorie nelze seřadit;
 - ordinální – kategorie je možné seřadit;
 - binární
- ☑ kvantitativní:
 - spojitá
 - diskrétní

A) SPOJITÉ A DISKRÉTNÍ VELIČINY

Pozn. Spojitá vs. nespojitá funkce. Zde se myslí ve smyslu **hodnot** funkce nikoliv času. V tomto smyslu reálná nespojitá veličina (signál) v praxi neexistuje (vždy konečná délka přechodu). Příklad: obdélníkový signál

Typy dat (Biostatistika, s.12):

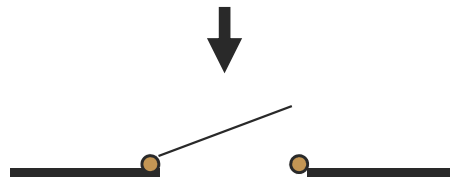
- ☑ kvalitativní:
 - nominální – kategorie nelze seřadit;
 - ordinální – kategorie je možné seřadit;
 - binární
- ☑ kvantitativní:
 - spojitá
 - **diskrétní**

Délka dat

budeme se zabývat posloupnostmi od desítek vzorků

A) SPOJITÉ A DISKRÉTNÍ VELIČINY

- ✓ U veličiny s diskretním časem není její hodnota mezi jednotlivými diskretními časovými okamžiky definována.
- ✓ Diskretní veličinu lze také získat **vzorkováním** veličiny se spojitým časem: $x(t_0), x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n), \dots$ (též značení $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$). Hodnoty $x_i = x_i(t)$ se nazývají **vzorky**.



A) SPOJITÉ A DISKRÉTNÍ VELIČINY

diskrétní veličinu můžeme zapsat

→ explicitně seznamem hodnot, např.

(zde se implicitně předpokládá, že pořadí prvků je číslováno od nuly a pro záporné indexy n jsou hodnoty nulové)

→ funkčním předpisem (modelem), např.

B) REÁLNÉ A KOMPLEXNÍ VELIČINY

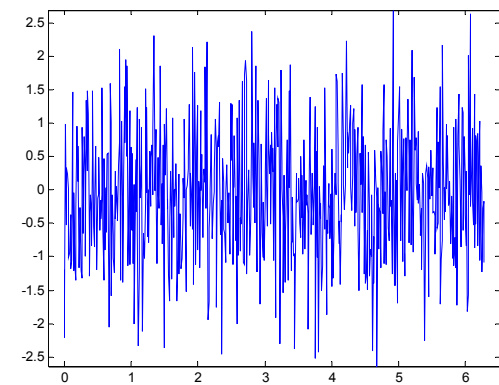
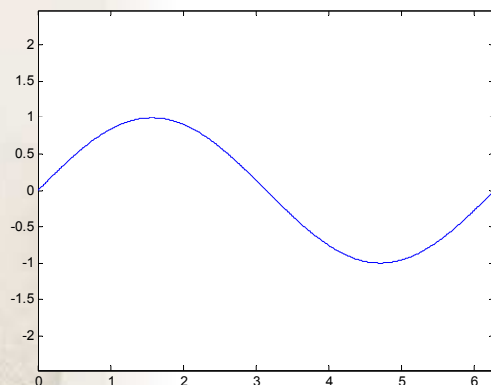
- ☑ **Reálná veličina (model)** je taková, která nabývá reálných hodnot. (V praxi skutečně měřitelná.)
- ☑ **Komplexní veličina (model)** je taková, která nabývá komplexních hodnot. (Hypotetická, v praxi neměřitelná.)

$$x(t) = x_1(t) + ix_2(t), \text{ resp. } x(t) = x_1(t) + jx_2(t)$$

Čas t je spojitý nebo diskrétní.

C) DETERMINISTICKÉ A NEDETERMINISTICKÉ (NÁHODNÉ) VELIČINY

- ☑ **Deterministická veličina** je taková, jejíž hodnoty jsou v daném čase jednoznačně určeny. Taková veličina může být popsán analytickou funkcí času t .
- ☑ **Nedeterministická (náhodná, stochastická) veličina** je taková, jejíž hodnoty jsou náhodné (?!) (tj. tak deterministicky složité, že jim nerozumíme). Takové veličiny popisujeme statistickými prostředky. Např. bílý/barevný šum, definované rozložení, momenty.



C) DETERMINISTICKÉ A NÁHODNÉ VELIČINY

- ✓ **Náhodná (stochastická) veličina** je taková, jejíž hodnoty jsou náhodné (?!) (tj. tak deterministicky složité, že jim nerozumíme). Takové veličiny popisujeme statistickými prostředky. Např. bílý/barevný šum.

!!! POZOR POZOR !!!

Náhodnost není generickou vlastností dané veličiny, tuto vlastnost jí přisuzuje předpokládaný matematický nástroj.

! POHOV !

C) DETERMINISTICKÉ A NÁHODNÉ VELIČINY

Náhodná (stochastická) veličina je taková, jejíž hodnoty jsou náhodné (?!) (tj. tak deterministicky složité, že jim nerozumíme). Takové veličiny popisujeme statistickými prostředky. Např. bílý/barevný šum.

Náhodný proces

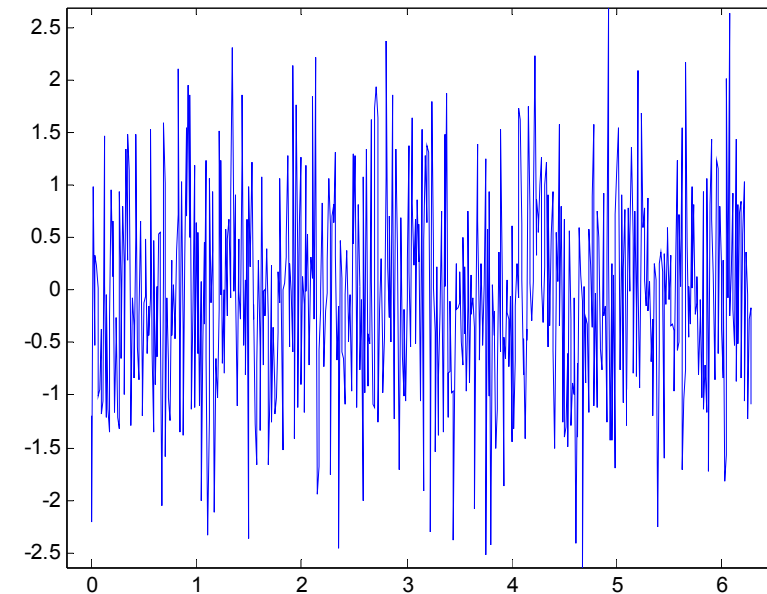
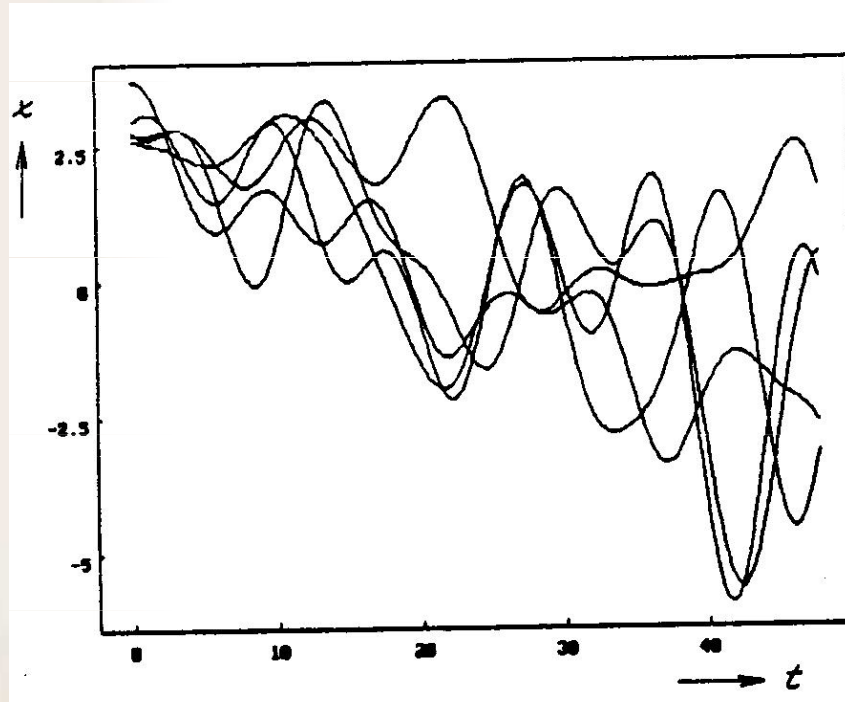
System $\{\xi_i\}$ náhodných veličin ξ_i , definovaných pro všechna $t \in \mathbb{R}$ se nazývá náhodný proces (*random process*) a označuje se $\xi(t)$. Nezávislá veličina t je zpravidla čas.

- ❖ stacionarita;
- ❖ ergodicita

STACIONARITA NÁHODNÉHO PROCESU

zhruba:

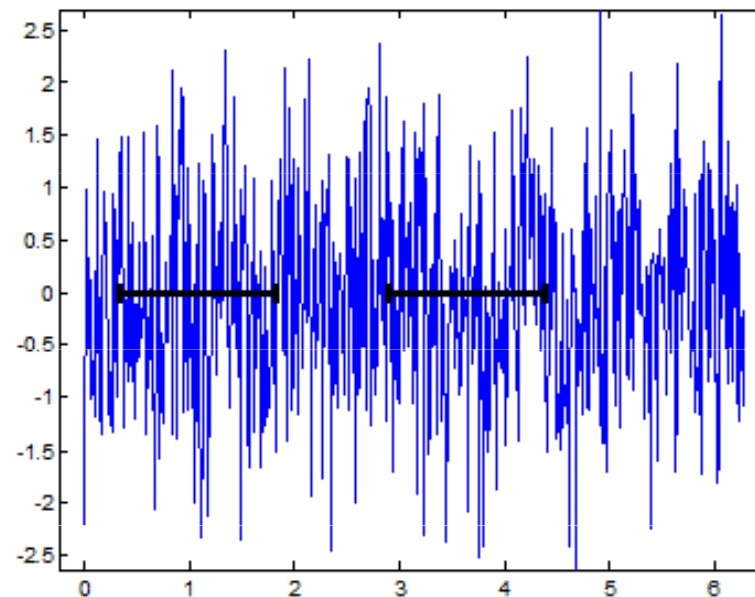
- ☑ **stacionární náhodný proces** (*stationary random process*) je proces se stálým chováním



STACIONARITA NÁHODNÉHO PROCESU

přesněji:

- ☑ **stacionární náhodný proces** je takový proces, jehož libovolné statistické charakteristiky nejsou závislé na poloze počátku časové osy (nezávisí na absolutních hodnotách času, jen na délkách časových intervalů mezi okamžiky t_1 a t_2)



STACIONARITA NÁHODNÉHO PROCESU

přesněji:

- ☑ **stacionární náhodný proces** je takový proces, jehož libovolné statistické charakteristiky nejsou závislé na poloze počátku časové osy (nezávisí na absolutních hodnotách času, jen na délkách časových intervalů mezi okamžiky t_1 a t_2)

Z praktického hlediska často vnímáme pojem stacionarity v tzv. širším slova smyslu, kdy stačí, aby se s nezávisle proměnnou neměnily pouze statistické momenty 1. a 2. řádu, střední hodnota, rozptyl a autokorelační, resp. autokovarianční funkce.

ERGODICITA NÁHODNÉHO PROCESU

Ergodický náhodný proces (*ergodic random process*) se vyznačuje tím, že všechny jeho realizace mají stejné statistické vlastnosti (stejně chování) – to umožňuje odhadovat parametry náhodného procesu z jediné libovolné realizace.

Zpravidla požadujeme (je to z hlediska analýzy pohodlnější), aby byl analyzovaný proces jak stacionární, tak i ergodický, ale **obecně ergodický proces nemusí být nezbytně i stacionární a samozřejmě i naopak** (záleží na definici a přístupu).

D) PERIODICKÉ A NEPERIODICKÉ VELIČINY

- ☑ Spojitá veličina $x(t)$ je **periodická s periodou T** , jestliže existuje hodnota T taková, že pro všechna t platí
 - Nejmenší kladná hodnota T , pro kterou platí uvedený vztah se nazývá **základní perioda**.
 - Obecně lze psát

kde k je celé číslo.

D) PERIODICKÉ A NEPERIODICKÉ VELIČINY

Pozor!

- ✓ Pro konstantní veličinu není definována základní perioda. Konstantní veličina je periodická pro každou hodnotu T .
- ✓ Spojitá veličina, která není periodická se nazývá **neperiodická** nebo **aperiodická**.
- ✓ Reálné veličiny, např. biosignály nejsou zcela periodické – hovoříme o **repetičních veličinách**.



řečový signál – samohláska „e“

Pohov!

D) PERIODICKÉ A NEPERIODICKÉ VELIČINY

- Pro diskretní veličinu (časovou řadu) definujeme periodicitu s periodou N obdobně

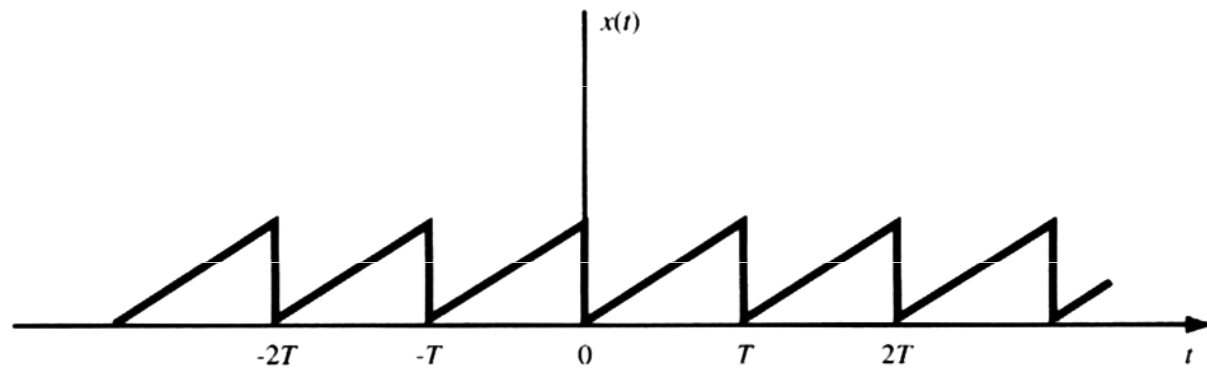
a

Pozor!

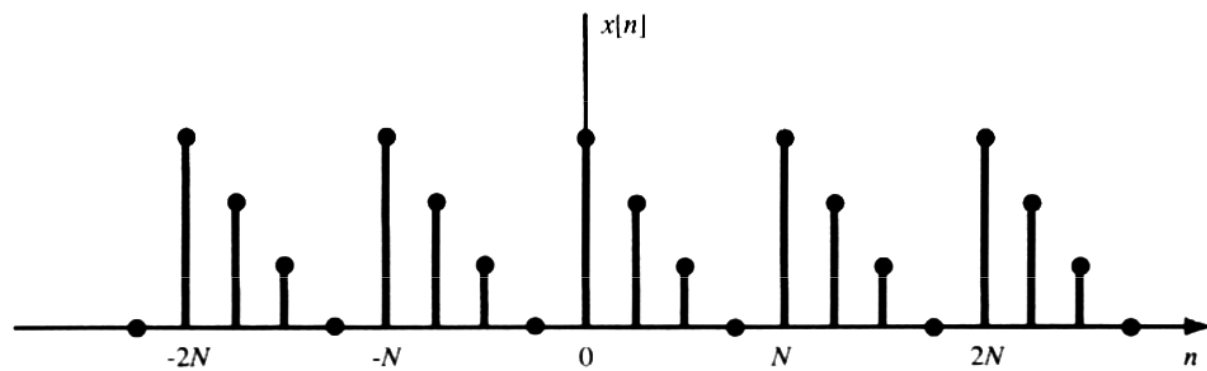
- ☑ Diskretní veličina (časová řada) získaná rovnoměrným vzorkováním periodické spojité veličiny **nemusí** být periodická.
- ☑ Součet dvou spojitých periodických veličin **nemusí** být periodická veličina.
- ☑ Součet dvou diskretních periodických veličin s tímtéž vzorkováním **je vždy** periodická veličina.

Pohov!

D) PERIODICKÉ A NEPERIODICKÉ VELIČINY



(a)

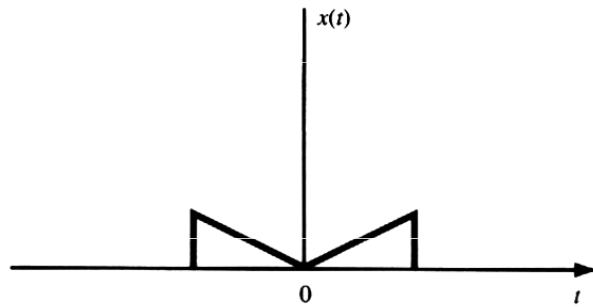


(b)

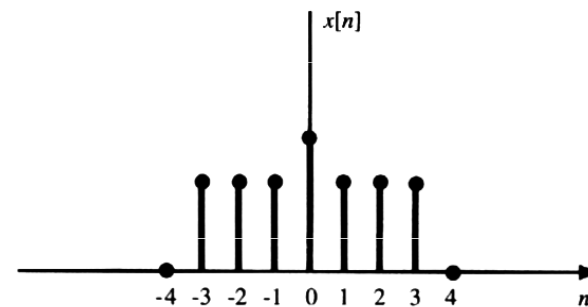
E) SUDÉ A LICHÉ VELIČINY

- ☑ **Sudá veličina** je taková, pro níž platí
- **Lichá veličina** je taková, pro níž platí
- Součin sudé a liché veličiny je lichá veličina.
- Součin dvou sudých nebo dvou lichých veličin je sudá veličina.

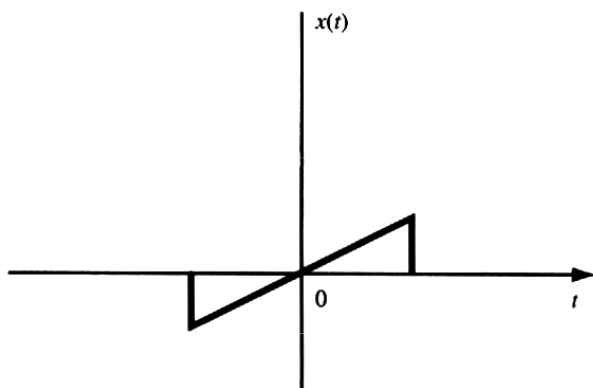
E) SUDÉ A LICHÉ VELIČINY



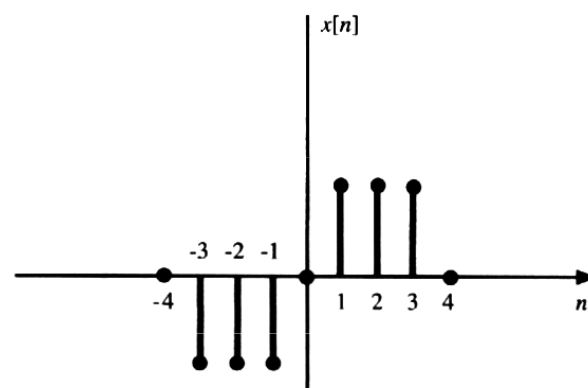
(a)



(b)



(c)



(d)

JEŠTĚ DVA DŮLEŽITÉ POJMY ENERGIE & VÝKON VELIČINY

jsou odvozeny z primární představy signálu, reprezentovaného elektrickými veličinami, elektrickým napětím, příp. proudem. Na základě fyzikálních zákonitostí platí, že výkon $p(t)$ v čase t na reálném odporu R je roven součinu okamžitého napětí na odporu a proudu, jím protékajícím, tedy

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Podle Ohmova zákona je

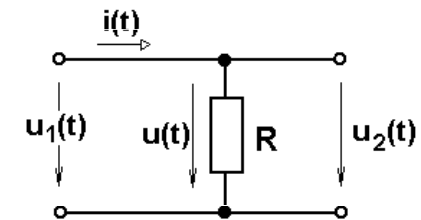
$$u(t) = R \cdot i(t)$$

a po dosazení můžeme psát, že

$$p(t) = R \cdot i(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t) = u(t) \cdot u(t) / R = u^2(t) / R.$$

Když je $R = 1 \Omega$, se vztah zjednoduší na

$$p_{R=1}(t) = i^2(t) = u^2(t)$$



JEŠTĚ DVA DŮLEŽITÉ POJMY ENERGIE & VÝKON VELIČINY

celková práce (energie) vykonaná (spotřebovaná) za čas T na jednotkovém odporu je

Na základě této rozvahy definujeme obecně energii spojitě funkce $x(t)$ vztahem

a pro diskrétní posloupnost $x(nT_{vz})$

JEŠTĚ DVA DŮLEŽITÉ POJMY ENERGIE & VÝKON SIGNÁLU

Výkon je práce (energie) vykonaná (spotřebovaná) za časovou jednotku, tj.

a z toho \int a

Nebo v normalizovaném diskrétním tvaru

Pokud se energie kumuluje v nekonečně dlouhém časovém intervalu, pak se vztahy modifikují do tvaru

a

příp.

SHRNUTÍ

- ☑ jak se chová klouzavý průměr?
- ☑ počáteční a koncové podmínky;
- ☑ jaké typy veličin známe (dle vlastností)?
- ☑ stacionarita, ergodicita;
- ☑ energie, výkon

TESTÍK

1. Počet bodů v závěrečném testu z analýzy časových řad je veličina
 1. spojitá a v čase spojitá
 2. spojitá a v čase diskrétní
 3. diskrétní a v čase diskrétní
 4. diskrétní a v čase spojitá
2. Vzájemný vztah stacionarity a ergodicity je
 1. stacionární ČŘ je ergodická
 2. ergodická ČŘ je stacionární
 3. vztah neexistuje
 4. jde o totožnou vlastnost
3. Kosinus je funkce
 1. periodická a lichá
 2. periodická a sudá
 3. neperiodická a lichá
 4. neperiodická a sudá
4. Vztah Energie a výkonu nabývá podoby
 1. $E = P / T$
 2. $P = E / T$
 3. $E^2 = P \cdot T$
 4. $E = P^2 \cdot T$

NA SHLEDANOU ZA TÝDEN