7. Shrnutí; přehled vztahů užitečných pro cvičení; aplikace (izotermický a adiabatický děj)

obecný systém

$MS \equiv (\{a_i T\})$

termické stavové rovnice: $A_i = A_i(\{a\}, T)$ $\quad i = 1, 2, \dots, n$ $\Big\}\ n+1$

kalorická stavová rovnice: $E = E(\{a\}, T)$

elementární práce: $\delta W = \sum_i A_i(\{a\}, T)\, da_i$

elementární teplo: $\delta Q = dE + \delta W$

$$= \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{\{a\}} dT + \sum_i \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a_i}\right)_{\{a \neq a_i\}, T} + A_i\right] da_i$$

tepelné kapacity: $C_\alpha \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_\alpha$

$$= C_{\{a\}} + \sum_i \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a_i}\right)_{\{a \neq a_i\}, T} + A_i\right] \left(\frac{\partial a_i}{\partial T}\right)_\alpha$$

CO PLATÍ ZDE, PLATÍ I VŠUDE NAPRAVO $\longrightarrow$
(čím dál jednodušší/konkrétnější vyjádření)

izotermický děj

$T = \text{konst.}, \quad dT = 0$

t.s.r. $A_i = A_i(\{a\}, T) \longrightarrow A_i = A_i(\{a\})$

el. práce $\delta W = \sum_i A_i(\{a\}, T)\, da_i \longrightarrow \underbrace{\sum_i A_i(\{a\})\, da_i}$

mohla by být totálním dif.

stačilo by $\left(\frac{\partial A_i}{\partial a_j}\right)_{\{a \neq a_j\}} = \left(\frac{\partial A_j}{\partial a_i}\right)_{\{a \neq a_i\}}$

později ukážeme, že platí

$\Rightarrow \delta W|_T$ je totálním diferenciálem

~ práce se koná na úkor nějaké stav. veličiny

cvičení (14) $\delta W|_T = -dF$

el. teplo $\delta Q = dE + \delta W \longrightarrow dE - dF$

$\delta Q|_T = d(E - F)$ je rovněž totálním dif.

(další podrobnosti později)

tepelná kapacita $C_T \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_T \longrightarrow \infty$

adiabatický děj

$Q = 0, \quad \delta Q = 0$

1.z.T. $\delta Q = dE + \delta W \longrightarrow = 0$

$$0 = C_{\{a\}} dT + \sum_i \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a_i}\right)_{\{a \neq a_i\}, T} + A_i\right] da_i$$

$\Rightarrow \delta W|_{ad}$ je totálním diferenciálem

~ práce se koná na úkor vnitřní energie

$\delta W|_{ad} = -dE$

tepelná kapacita $C_{ad} \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_{ad} = 0$

ROVNOVÁŽNÉ STAVY A DĚJE (platí stavové rovnice, existuje teplota)

jednoduchý systém $(n=1)$

$MS = (a, T)$

termická s.r.: $A = A(a,T)$

kalorická s.r.: $E = E(a,T)$

elem. práce: $\delta W = A(a,T)\,da$

elem. teplo: $\delta Q = dE + \delta W = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_a dT + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a}\right)_T + A\right] da$

tepelné kapacity: $C_\alpha = \frac{\delta Q}{dT}\Big|_\alpha = C_a + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a}\right)_T + A\right]\left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_\alpha$

jednoduchý homogenní systém $(n=1, a=V)$

$MS = (V, T)$

$p = p(V,T)$

$E = E(V,T)$

$\delta W = p(V,T)\,dV$

$\delta Q = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p\right] dV$

$C_\alpha = C_V + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_\alpha$

cv. 21

příklady:

		a	A
cv. 13 + všechny s plynem	expanze/komprese plynu, deformace izotrop. tělesa	V	p
27	natahování/stlačování tyče	ℓ	P
	kroucení tyče	φ	M
36 37	magnetizace	$\mathcal{M}$	$-\mathcal{H}$
25	obecný	a	A

izotermický děj

$T = \text{konst.}$, $dT = 0$

t.s.r.

$A = A(a,T) \to A(a)$

el. práce

$\delta W = A(a,T)\,da \to A(a)\,da$

je totálním diferenciálem

$\delta W|_T = -dF$

$W_{1\to 2} = F(a_2,T) - F(a_1,T) = F_2 - F_1$

adiabatický děj

$Q = 0 \quad \delta Q = 0$

1.2.T. $\delta Q = dE + \delta W \to = 0$

$C_a dT + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a}\right)_T + A\right] da = 0$

$\delta W|_{ad}$ je totálním diferenciálem

$\delta W|_{ad} = -dE$

$W_{1\to 2} = E(a_2,T_2) - E(a_1,T_1) = E_2 - E_1$

ideální plyn

$MS \equiv (V, T)$

termická stavová rovnice: $p = \frac{nRT}{V}$

kalorická stavová rovnice: $E = \underset{\text{konstanta}}{k}\, nRT$

sestavení F1050 příp. https://www.physics.muni.cz/kof/clanky/idealni_plyn.pdf

elementární práce: $\delta W = p\, dV$

$$\delta Q = \underset{k n R}{\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V} dT + \Big[\underset{0}{\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T} + \underset{\frac{nRT}{V}}{p}\Big] dV$$

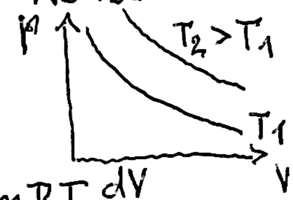
tepelné kapacity: $C_\alpha \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_\alpha = \underbrace{k n R}_{C_V} + \frac{nR}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_\alpha$

pro $\alpha \equiv p =$ konst. $\quad C_p = C_V + nR \quad \leftarrow$ Mayerův vztah cv. 22

izotermický děj

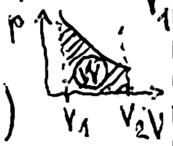
$T =$ konst., $dT = 0$

$pV = nRT =$ konst.



$\delta W = p\, dV = nRT \frac{dV}{V}$

$$W_{1 \xrightarrow{T} 2} = \int_1^2 \delta W = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$



$p = f(V, T) = f(V)$

při izotermickém ději je $p\,dV$ totálním diferenciálem

$$\delta Q = dE + \delta W = 0 + \delta W$$

dodané teplo = vykonaná práce

při izotermickém ději v ideálním plynu

adiabatický děj

$Q = 0, \quad \delta Q = 0$

$k n R\, dT + \frac{nRT}{V} = 0$

$C_V \frac{dT}{T} + \underbrace{nR}_{C_p - C_V} \frac{dV}{V} = 0 \quad \leftarrow$ cv. 22

$\frac{dT}{T} + (\varkappa - 1)\frac{dV}{V} = 0$

dif. rovnice adiabaty i.p. v proměnných (V, T)

integrací

$T V^{\varkappa - 1} = $ const.

integrální rce adiabaty i.p. v prom. (V, T)

($\varkappa = \frac{C_p}{C_V}$ – Poissonův koeficient)

z exp.: $\varkappa = <$ 1.66 jednoat. plyn; 1.4 dvouat. plyn

převod do proměnných (p, V), (p, T) SAMI