

Historie astronomie IV.



Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Johannes Kepler (1571 - 1630)

- *Úvod*
- *Kosmografické mystérium r. 1595*
- *Nová astronomie r. 1609*
- *Zákon ploch*
- *Eliptický zákon*
- *Harmonie světa r. 1619*
- *Harmonický zákon*
- *Význam Keplera*

Základní Keplerova díla

Prodromus
DISSERTATIONVM COSMOGRAPHICARVM,
continens
MYSTERIVM
COSMOGRAPHICVM
DE ADMIRABILI PROPORZIONE OR-
bium caelestium: deque causis caelorum numeri, magni-
tudinis, motuumque periodorum ge-
nuitinis & propriis,
Demonstratum per quinque regularia corpora Geometrica.
Libellus primum Tübingæ in lucem datus Anno Christi
M. D. XCVL

M. IOANNE KEPLERO VVIRTEMBERGICO, TPNC TEMPO-
râ Illustrissimi Styriae Praesinculsum Mathematici.

Nunc vero post annos 25. ab eodem autore recognitus, & Notis notabilissimis
partim emendatus, partim explicatus, partim confirmatus: denique omnibus suis
membris collatus ad alia cognata argumenti opera, quæ Author ex illo tem-
pore sub duorum Imp. Rudolphi & Mathiæ auspiciis, etiam ipse
Illustr. Ord. Austriz Supr. Aulicæ clientela
diuersis locis edidit.

Perissimum ad illustrandas necessitates Operis Harmonicæ Mundi, diuisi-
que progressum in materia & methode.

Addita est etiam NARRATIO M. GEORGII IOACHIMI RHETICI, de
Libris Revolutionum, atque ad mirandis de numero, ordine, & distantia Sphæra-
rum Mundi hypothesebus, excellentissimi Mathematici, totiusque Astronomiæ Re-
stauratoris D. NICOLAI COPERNICI.

ITEM.

Eiusdem IOANNIS KEPLERI pro suo Opere Harmonicæ Mundi APOLOGIA ad-
versus Divesitationem Anonymam Cl. P. D. Roberti de Fluctibus, Me-
dici Oxoniensis.

Cum Privilegio Cæsareo sub anno XV.



FRANCOFVRTI,
Recusus Typis ERASMI KEMPFERI, sumptibus
GODEFRIDI TAMPACHII
ANNO M. DC. XII.

ASTRONOMIA NOVA
ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΤΟΣ,
SEV
PHYSICA COELESTIS,
tradita commentariis
DE MOTIBVS STELLÆ
MARTIS,
Ex observationibus G. V.
TYCHONIS BRAHE:

Iussu & sumptibus
RVDOLPHI II.
ROMANORVM
IMPERATORIS & C:

Plurium annorum pertinaci studio
elaborata Pragæ,

A S. C. M.^{ca} S. Mathematico
JOANNE KEPLERO,

Cum ejusdem C. M.^{ca} privilegio speciali
ANNO MDC. DIONYSIANE MD. C. IX.

Ioannis Kepleri
HARMONICES
MUNDI
LIBRI V. QVORVM

Primus GEOMETRICVS, De Figurarum Regularium, quæ Proportio-
nes Harmonicas constituunt, ortu & demonstrationibus.
Secundus ARCHITECTONICVS, seu ex GEOMETRIA FIGVRATA, De Fi-
gurarum Regularium Congruentia in plano vel solido:

Tertius propriè HARMONICVS, De Proportionum Harmonicarum or-
tu ex Figuris, deque Naturâ & Differentiis rerum ad cantum per-
tinentium, contra Veteres:

Quartus METAPHYSICVS, PSYCHOLOGICVS & ASTROLOGICVS, De Har-
moniarum mentali Essentiâ earumque generibus in Mundo: præfer-
tim de Harmonia radiorum, ex corporibus caelestibus in Terram de-
scendentibus, eiusque effectû in Natura seu Anima sublunari &
Humana:

Quintus ASTRONOMICVS & METAPHYSICVS, De Harmoniis absolutissi-
mis motuum caelestium, ortuque Eccentricitatum ex proportioni-
bus Harmonicis.

Appendix habet comparationem huius Operis cum Harmonicis Cl.
Ptolemæi libro III cumque Roberto de Fluctibus, dicti Flud. Medici
Oxonienfis speculationibus Harmonicis, operi de Macrocosmo &
Microcosmo insertis.

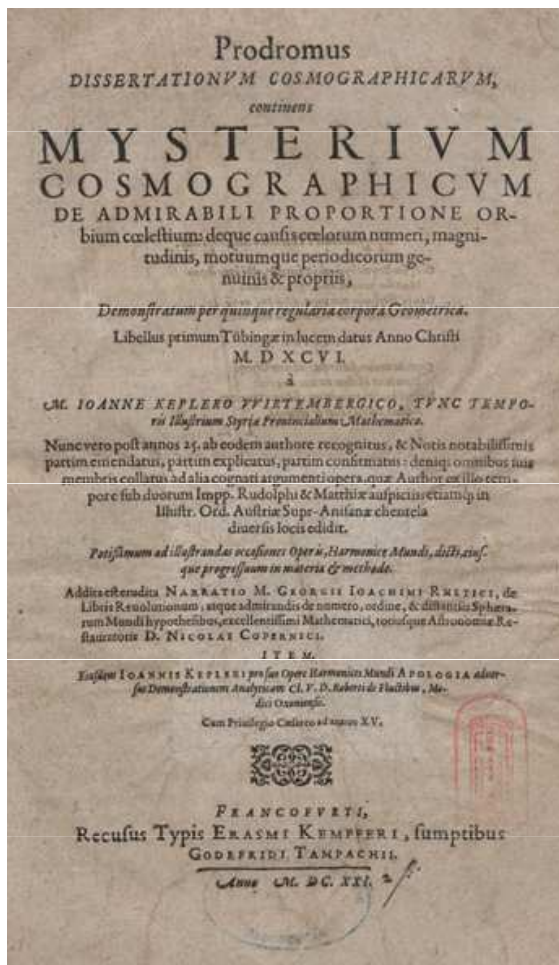


Cum S. C. M.^{ca} Privilegio ad annos XV.

Lincii Austriae,
Sumptibus GODEFRIDI TAMPACHII Bibl. Francof.
Excudebat IOANNES PLANCVS,

ANNO M. DC. XIX.

Kosmografické mystérium



*Prodromus dissertationum cosmographicarum, continens **mysterium cosmographicum**, de admirabili proportione orbium coelestium, de que causis coelorum numeri, magnitudinis, motuumque periodicorum genuinis & proprijs, demonstratum, per quinque regularia corpora geometrica -*

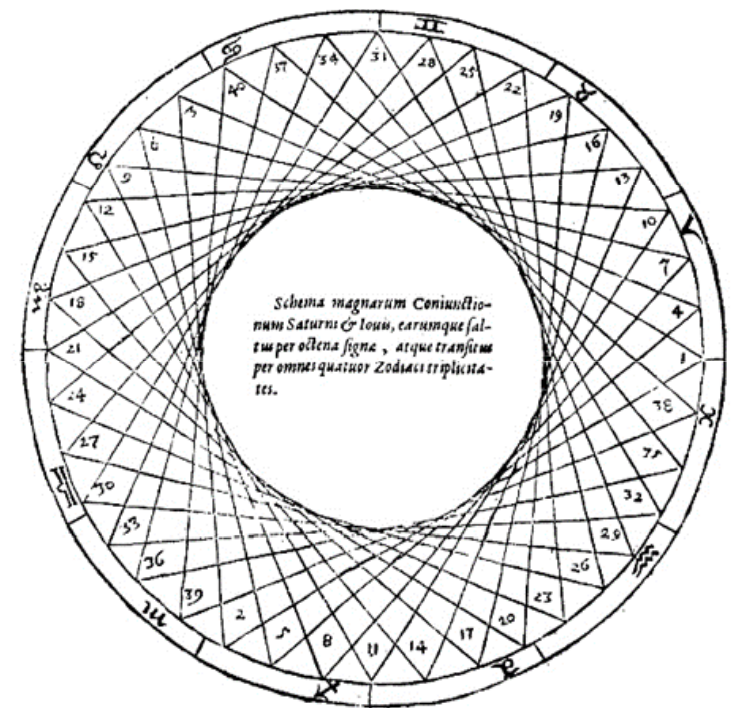
*Předchůdce kosmografických disertací, obsahující **kosmografické mystérium** o obdivuhodné proporci nebeských sfér a pravdivých a konkrétních příčinách čísel, velikostí a periodického pohybu nebes, ukázaných pomocí pěti pravidelných geometrických těles zkráceně - **Kosmografické mystérium***

Johannes Keplerus

rok vydání **1596**, fakticky Tübingen v březnu 1597

Konjunkce Saturnu a Jupiteru

Planety se úhlově vzhledem k Slunci pohybují pomalu, Jupiter $30,35^\circ$ za rok, Saturn $12,22^\circ$ za rok. Rozdíl úhlových ročních rychlostí činí $18,13^\circ$. Proto lze obě planety pozorovat ve stejné délce za $\frac{360}{18,13} \approx 19,86$ roků. Za identický čas se Saturn přesunul o $19,86 \cdot 12,22^\circ \approx 242,7^\circ$. Od předcházející konjunkce to je $360,0^\circ - 242,7^\circ = 117,3^\circ$. Kepler vynesl polohy konjunkcí na velkou kružnici zvířetníku a spojil je. Zjistil jejich přemístování na zvířetníku, jejich projevy vytvářely trojúhelníkový obrazec. Shrnuto konjunkce probíhaly za zhruba dvě třetiny kružnice (přesněji $242,7^\circ$) každých 19,86 roků. Malá vnitřní kružnice byla vymezena tečnými přímkami. Byla vepsána do rovnostranného trojúhelníku. Autor si uvědomil, že poměr poloměrů vnější a vnitřní kružnice, který vznikl popsaným způsobem, byl téměř identický s poměrem velikostí poloměrů sfér Saturnu a Jupiteru blízkému k dvěma jako v Koperníkově heliocentrickém systému.



Platónská tělesa - pravidelné mnohostěny

antická geometrie - teorie pravidelných mnohostěnu

vysvětlila počet a velikost planetárních sfér umístěných mezi nimi, teorii použil jako skládačku

souvislost planetárních vzdáleností a pravidelnými mnohostěny

velikost planetárních sfér převzána od Koperníka,

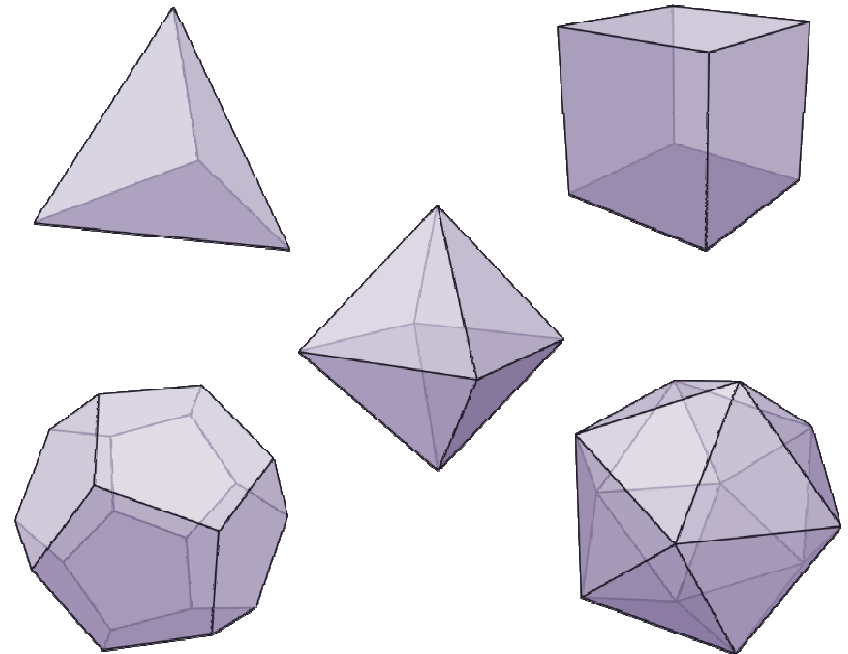
mezi sféry vkládal geometrická tělesa,

která rozděloval do dvou tříd.

první - krychle, čtyřstěn, dvanáctistěn

druhá – osmistěn, dvacetistěn.

pravidelné mnohostěny seskupil



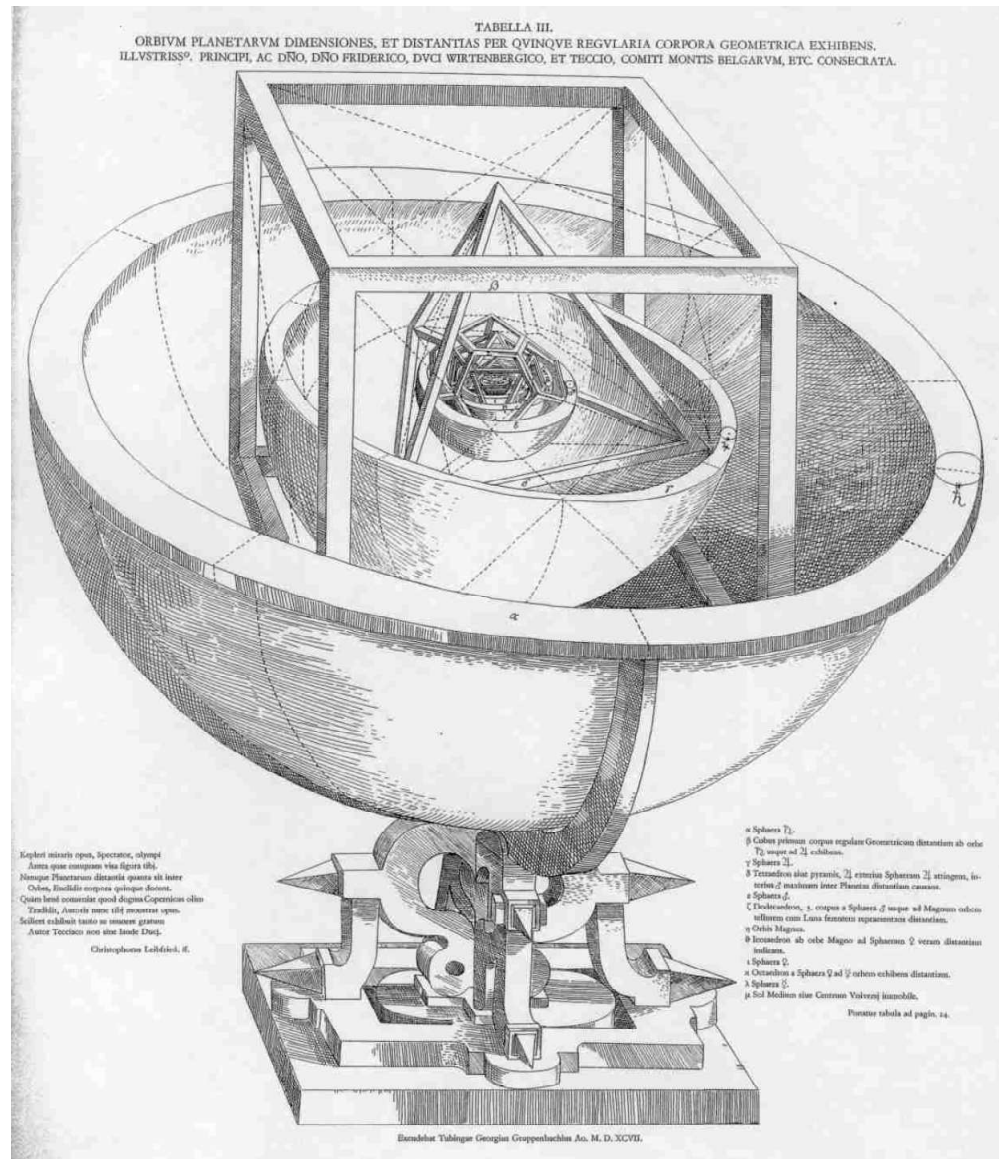
Platónská tělesa - pravidelné mnohostěny

Tabulka předpokládaných středních vzdáleností planet v au v *Mystériu* podle Koperníka v *Oběžích* (z pozorování) a Keplera (z hypotézy pravidelných mnohostěňů) v porovnání se skutečnými:

Planeta	Podle Koperníka	Podle Keplera	Skutečná střední vzdálenost
Saturn	9,164	9,163	9,539
Jupiter	5,246	5,261	5,203
Mars	1,520	1,440	1,524
Země	1,000	1,000	1,000
Venuše	0,719	0,762	0,723
Merkur	0,360	0,429	0,387.

Hodnoty vzdáleností planet od Slunce v době Keplera nebyly ještě jisté, příčiny rozdílů ve výše uvedené tabulce neměl autor v době napsání *Mystéria* možnost podrobně zkoumat. Nemohl tak rozhodnout, zda jsou nesprávně vzdálenosti Koperníka nebo je chybná hypotéza pravidelných mnohostěňů. Určitá shoda výsledků měla pro Keplerovo další bádání

Hypotéza pravidelných mnohostěňů



prostorový model vnořených pravidelných mnohostěňů, označení sféry Saturnu α , sféry Jupiteru γ , Merkuru λ , polohy Slunce μ

Johannes Kepler

r. 1612, obraz - dvorní malíř Rudolfa II.

Hans von Aachen (1552-1615)

Orlická galerie, Rychnov nad Kněžnou

*Kepler přijel do Čech 3. února 1600, setkání s Tychonem Brahe
v Praze nejplodnější období života, spisy*

K pevnějším základům astrologie 1601

Optická část astronomie 1604

O nové hvězdě 1604

Nová astronomie 1609

Rozprava s Hvězdným poslem 1610

Dioptrika 1611

1611 - † syn Friedrich

1612 - † manželka Barbara, Rudolf II., M. Bacháček

Kunštát, rentmistr Steffan Schmidt von Freyhofen, 1606, 1612



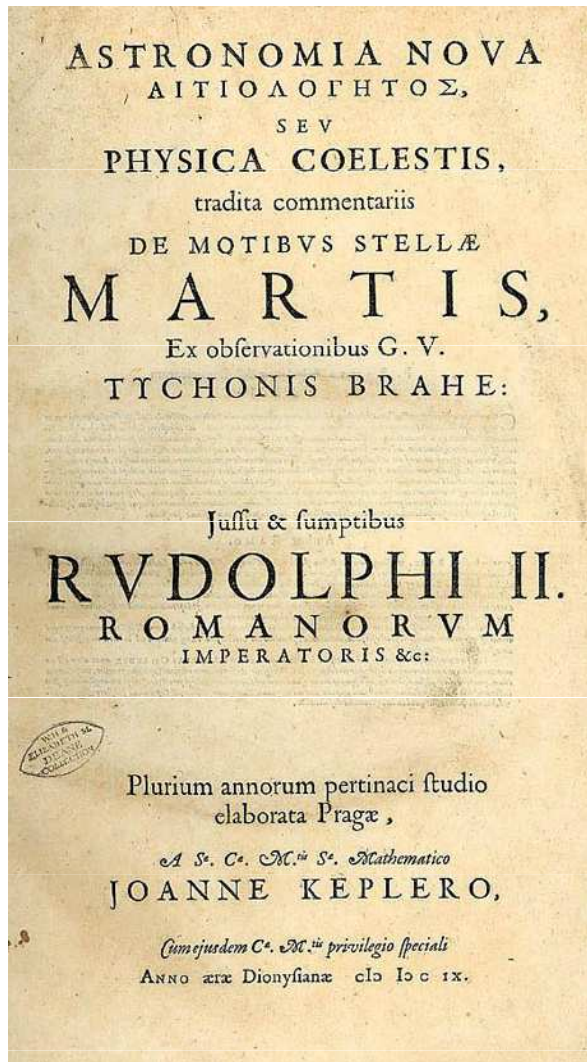
Johannes Kepler - Kunštát

*rentmistr Steffan Schmidt von Freyhofen,
r. 1606 - morová epidemie v Praze, odjel na Moravu do Kunštátu*



r. 1612 – zbylé dvě děti v Kunštátu

Nová astronomie



Astronomia nova seu Physica cœlestis, tradita commentariis De motibus stellæ Martis, ex observationibus G. V. Tychonis Brahe, Jussu&sumptibus Rudolphi II. Romanorum Imperatoris ...

*Nová astronomie, založená na studiu příčin, čili nebeská fyzika, podávaná v komentářích o pohybu hvězdy [planety] Marsu, kterou na základě pozorování urozeného pana **Tychona Brahe**, z rozkazu a na náklad Rudolfa II., císaře římského...*

Heidelberg, r. 1609

Jo: Keplerus

Nová astronomie*

spis - 70 kapitol, 337 stran, 5 částí

- *O srovnání hypotéz*
- *O první nerovnosti Marsu podle učení starých astronomů*
- *Zkoumání druhé nerovnosti, tj. pohybů Slunce nebo Země, klíč do hloubi astronomie, kde je mnohé o fyzikálních příčinách pohybů*
- *Zkoumání správné velikosti první nerovnosti podle fyzikálních příčin a vlastního názoru*
- *O šířce*

výbor - překlad: *Úvod, klíčové kap. 57 - 60*
zlatá koruna NA - kap. 59, 15 proteorémů

*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLI.

Nová astronomie - pojetí překladu

pojetí - autorova **nedůslednost zápisu úvah**, jazykových i terminologických, u geometrických útvarů *přímku* definovaly dva, tři i více bodů, *čtverec* naopak body dva, *kružnici* body čtyři, *úhel* body dva, a pokud tři, ne vždy v odpovídajícím pořadí (tj. s vrcholem uprostřed), jeden a tentýž útvar popisován různě, *gnómon* dva body, pro *planety a souhvězdí* používány astronomické symboly, někdy pojmenování...

historická věrnost - ponecháno **nesystematické vymezení** v překladu i ve výkladech

plocha (*area*) rovinných útvarů a křivek, v překladu zachováno, přestože neodpovídá současné terminologii, Kepler měl na mysli ***obsah rovinných útvarů a křivek***,

pondus, dnes „*hmotnost*“, podán terminologicky méně přesně, historicky adekvátnější „*váha*“

Nová astronomie - pojem dráha

- interpretace pojmů *orbis* a *orbita*, postupný posun významu, přeměna *orbis* → *orbita*, Goldstein a Hon*
- Galileo Galilei (1564 - 1642) - pojem *orbis*, ve smyslu sfér, na nichž planety přichyceny, nejmenší a největší vzdálenost planet od Slunce
- podobně Kepler v **Tajemství vesmíru** ** z r. 1596, termín *orbis* pro planetární sférické vrstvy, materiální i geometrické objekty
- *NA* v úvodu pojmy *via* („cesta“), *iter* („stezka“), *circuitus* („oběh“) a *ambitus* („obcházení“) *orbita*, k zachycení excentrické dráhy
- čtvrtá část *NA*, dráha nejen pouze geometrické, ale již i fyzikální povahy, použil pojem *orbita* - myšlená křivka
- **Souhrn koperníkovské astronomie** *** z r. 1618 - *eliptická křivka s ohnisky*

*B. R. Goldstein, G. Hon: Kepler's Move from *Orbs* to *Orbits*: Perspectives on Science **13**, 2005, s. 74 - 110.

**J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VIII. Mysterium cosmographicum*. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLXIII.

*** J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanae*, C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMXXX.

Volba Marsu

Kepler zvolil *Mars*, pohyb ve větších výškách, s větší *excentricitou* dráhy → proniknout do tajů pohybů planet

v pohybu Marsu *dvě nerovnosti* (odchyly od rovnoměrného pohybu - *nerovnoměrnosti*)

- *první nerovnost*, pravidelná změna oběžné a úhlové rychlosti s periodou odpovídající jeho siderické oběžné době - 687 dnům, dána eliptickým tvarem dráhy planety
- *druhá nerovnost* vyjadřovala nestálost směru pohybu, zastavování či zpětné pohyby, způsobené rozdílnou oběžnou rychlostí planet a Země při oběhu kolem Slunce

první nerovnost - rychlejší pohyb Marsu v souhvězdí Kozoroha než na opačné straně zvěrokruhu v souhvězdí Raka, → závislost na poloze planety podél ekliptiky

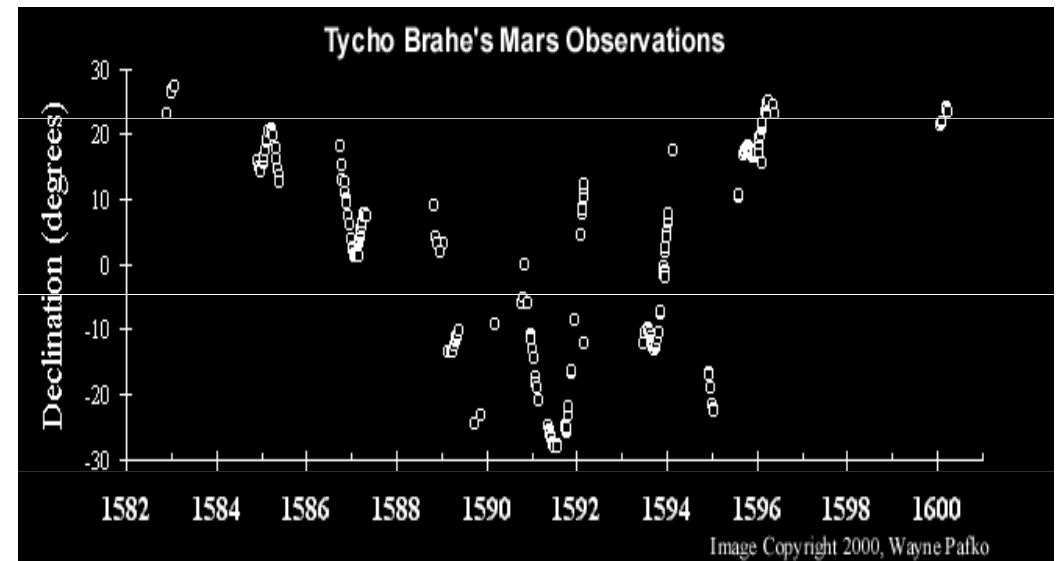
interpretace první nerovnosti → klíč k nalezení I. a II. Keplerova zákona

Studium Marsu

Otázky:

- *Jak se mění rychlost Marsu?*
- *Proč se mění vzdálenost planety od Slunce?*
- *Co pohybuje Marsem tak, že se mění jeho vzdálenost od Slunce?*

Měl k dispozici:



- *Přesná pozorování Marsu Tychona Brahe*
- *Vhodný geometrický model dráhy*
- *Fyzikální magnetickou hypotézu*

Zákon ploch

analýza nerovnoměrného pohybu Marsu → hledání změn úhlové rychlosti planety, v perihéliu opsal za dva měsíce oblouk o úhlu $37,0^\circ$, v aféliu za stejnou dobu pouze úhel $25,8^\circ$, objev podzim r. 1602

hybná síla uvádějící do pohybu Mars podle Keplera **vychází ze Slunce**, ovlivňuje pohyb planet, působí intenzivněji v jeho blízkosti, proto se zde planeta pohybuje s větší rychlostí, pomaleji ve větší vzdálenosti, zobecněno **v závislosti na vzdálenosti od Slunce**

zákon ploch v **Nové astronomii*** r. 1609 ve dvou zněních:

1. *Rychlost planety se mění nepřímo úměrně se vzdáleností od Slunce*, kap. 39.
2. *Rychlost planety se mění tak, že průvodič spojující planetu se Sluncem opisuje stejné plochy za stejné časy*, kap. 40.

* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

Zákon ploch

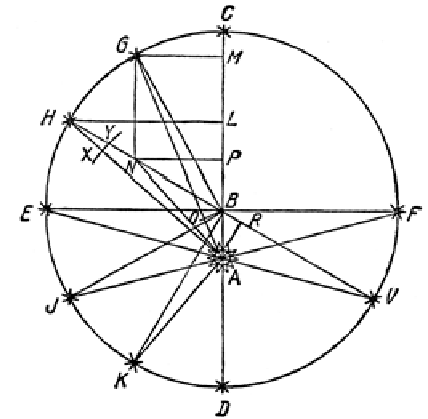
- *první* - tzv. *zákon vzdáleností*, tehdy interpretován jako fyzikální zákon
- první znění *zákona ploch* správné pouze při tečné složce rychlosti, při kruhovém pohybu
- *druhé* znění → současná formulace zákona ploch, geometrické vyjádření astronomické problematiky
- později Kepler → **přesné vyjádření zákona ploch**
- nejméně chápaný zákon v letech 1630 - 1650, konstantní plošná rychlost - zachování momentu hybnosti, důsledek centrálnosti gravitační síly, Newton - **Principia r. 1687****

*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova. Zweite Unveränderte Auflage.* C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

V. Štefl: *Zákony pohybu planet od Keplera po Newtona.* Čes. čas. fyz. **71 (2021), s. 375 - 385.

Zákon ploch

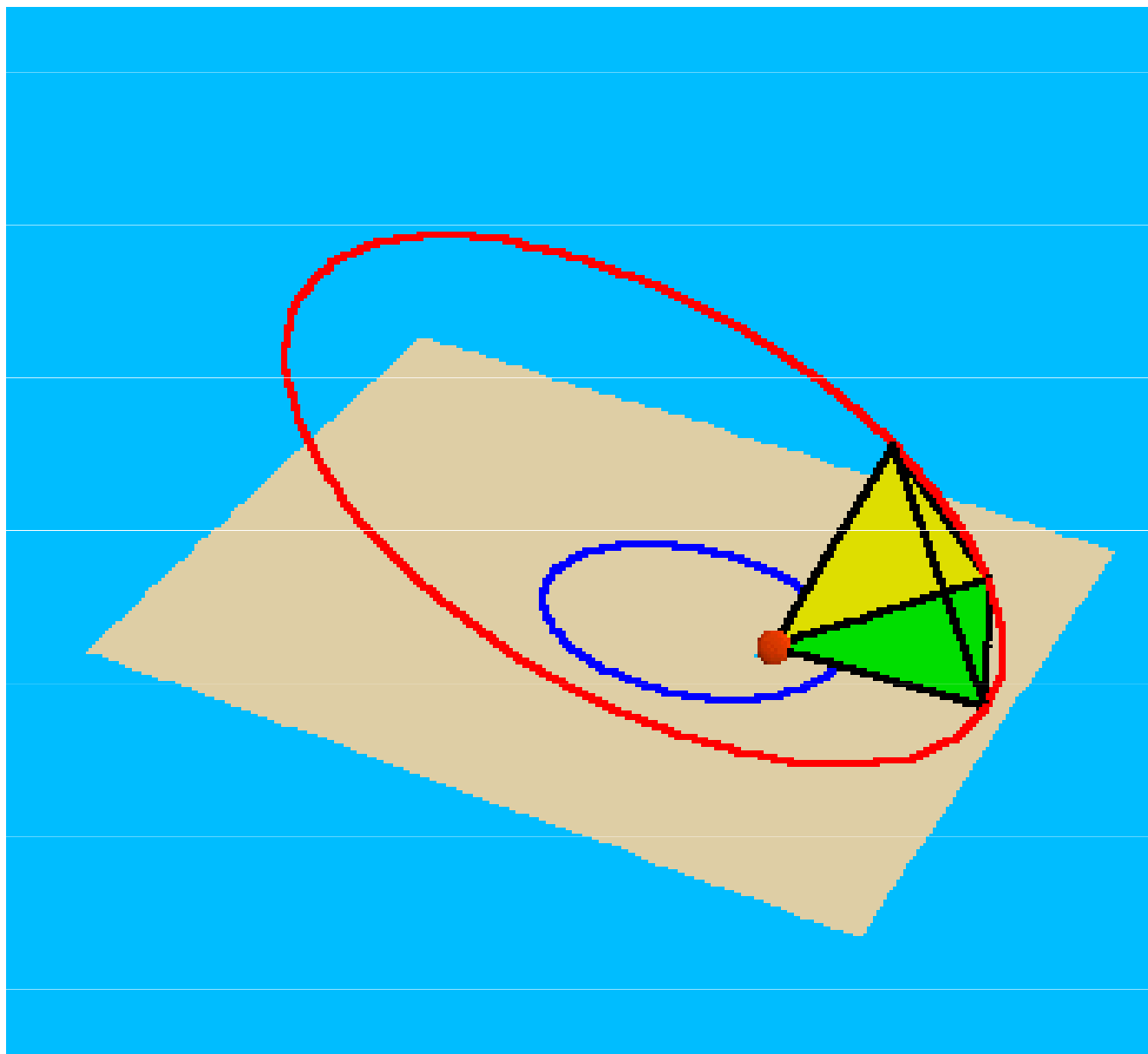
- **Nová astronomie***, kap. 40 → ...,,*Itaque CGA area fiet mensura temporis seu anomaliae mediae*“ ...
- ...,, *Tak plocha CGA se stává mírou času nebo střední anomálii, odpovídající oblouku excentru CG, protože střední anomálie poměřuje čas rovnoměrně narůstající.*“
- *střední anomálie* poměřována plochou kruhového sektoru **CAG**, určována od afélie dráhy, až Euler změnil počátek odečtu od perihélie
- **Epitome****, 5. kniha, 1. část, 4. kap.:
- ...,,*area pro mensura temporis constituitur*“ - „*plocha je mírou času.*“



*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band III. Astronomia Nova*. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1990.

**J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanæ*. Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1991.

Zákon ploch



Eliptický zákon - hledání dráhy

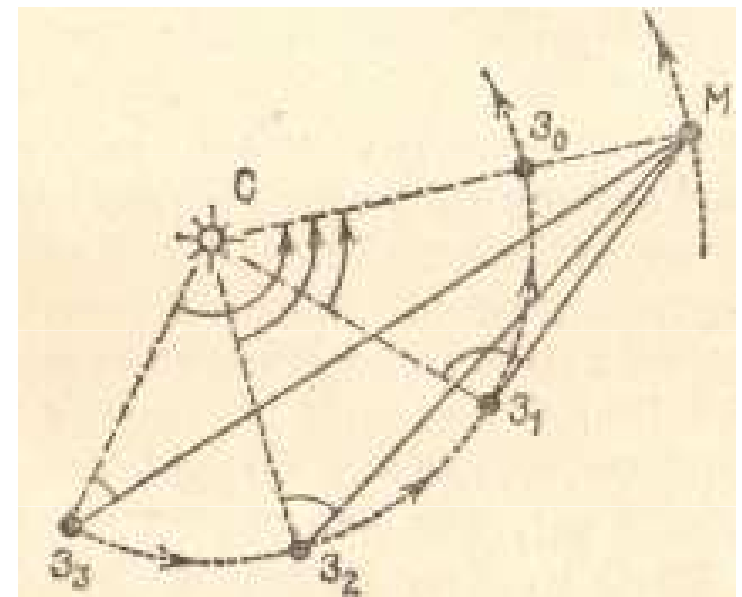
Kepler zkoumal matematické vyjádření křivky dráhy Marsu, postupně volil různé modely – konfrontoval je s pozorovacími údaji. Postup věrně zachytil v *NA*, včetně všech nesprávných úvah...

- *Upřesnění dráhy Země*
- *Model vicarious hypothesis*
- *Model via buccosa*
- *Magnetický model*
- *Eliptický zákon*

Upřesnění dráhy Země

Kepler - Mästlinovi 5.3.1605: „Za jedinou poctu si počítám, že jsem byl božským řízením přiveden k Tychonovým pozorováním.“

- nezbytnost upřesní její dráhy, v helio modelu se Země pohybuje
- metoda *opozice Marsu* a následně jejich pozorování každou siderickou oběžnou dobu - 687 dnů, planeta vzhledem k vzdáleným hvězdám vždy ve stejném místě, Mars *fiktivní lucerna* - **Einstein**
- Zemi 3_1 scházelo ve stejném čase k uskutečnění dvou siderických oběhů ještě urazit oblouk o úhlu 43°
- Kepler pozoroval Mars ze Země pod jiným úhlem, na pozadí odlišných hvězd oblohy, z obou uvedených směrů pozorování planety triangulací stanovil novou polohu Země, kap. 24 *NA*

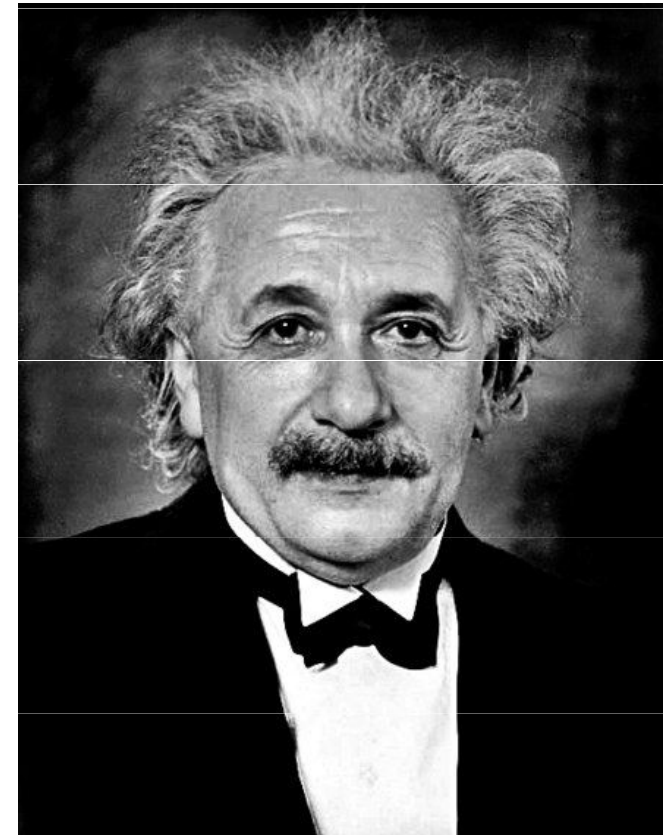


Upřesnění dráhy Země

- za další a další siderické oběžné doby Marsu postupně našel následné polohy Země, z jejich množiny → určil dráhu, téměř shodnou s kružnicí, *Slunce posunuto mimo střed*

- Keplerovu důvtipnou metodu při příležitosti 300 letého výročí jeho smrti ocenil **Albert Einstein (1879 - 1955)** * obdiv vyjádřil slovy:

„Takto objevil Kepler skutečný tvar zemské dráhy, jakož i to, jak ji Země opisuje. My později narození Evropané, Němci nebo dokonce Švábové ho za to nemůžeme dost obdivovat a velebit.“



* A. Einstein: Albert Einstein über Kepler. Frankfurter Zeitung 9. listopadu 1930. Překlad do českého jazyka H. Karlach.

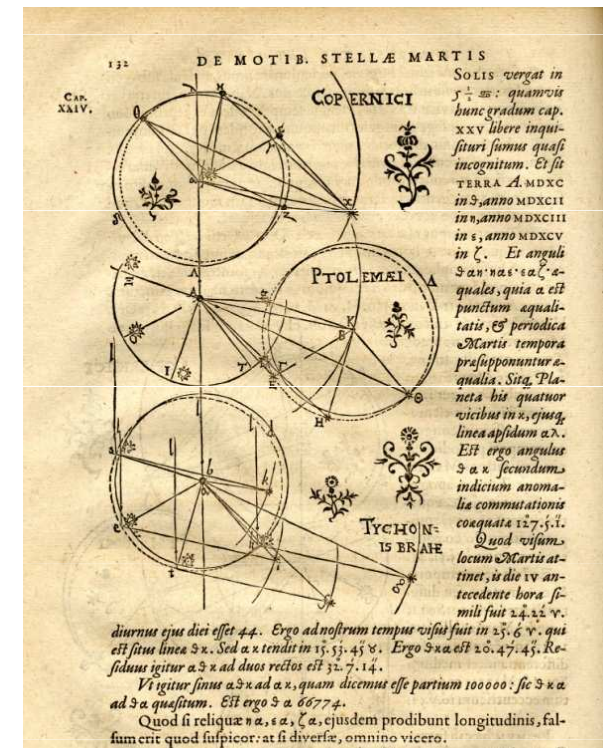
Model vicarious hypothesis

- vzhledem k relativně malé excentricitě dráhy Marsu → *dráha kruhová* respektive její *modifikace*
- první období z let 1600 - 1602, „*vicarious hypothesis* tzv. *náhradní hypotéza*“

- zdokonalení geocentricko-heliocentrického modelu soustavy, název části *NA O srovnání hypotéz*, model dráhy Marsu zahrnoval *excentrickou kružnici a ekvant*, dráha - imaginární pomocná excentrická kružnice

Kepler v dopise D. Fabriciovi* z 1.10.1602

vysvětlil, že *svoji konstrukci chápe jako pomocnou....*



* J. Kepler.: *Gesammelte Werke. Band XIV. Briefe 1599 - 1603.* C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLIX.

Model vicarious hypothesis

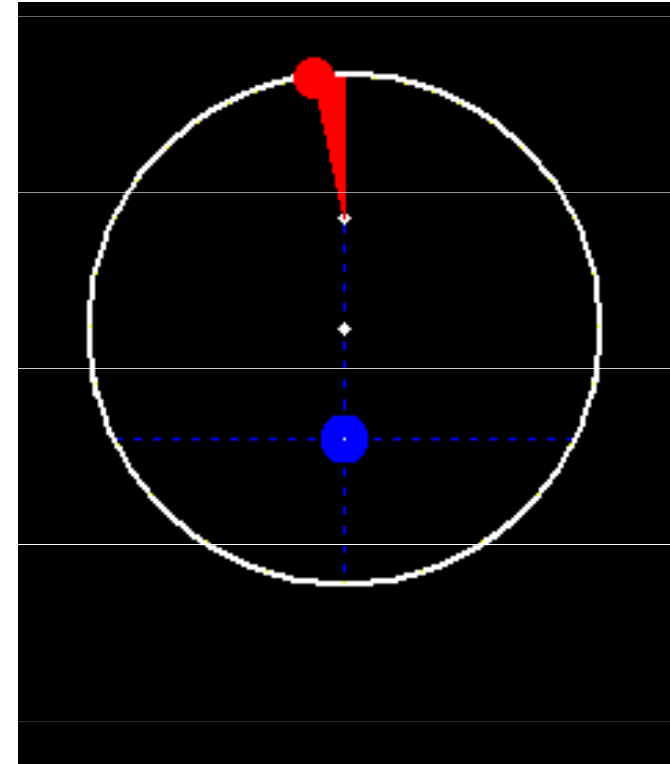
na přímce apsid - střed dráhy

Slunce excentricky položené
souměrně ke středu bod

„*punctum equans*“ - *ekvant*,

bod v konstantní vzdálenosti od středu,
kolem kterého probíhal rovnoměrný
úhlový pohyb planet

u Keplera v heliocentrickém
modelu, podle *NA*:



„*circa „quod punctum aequalibus temporibus
Mars aequales angulos conficiat.“* -

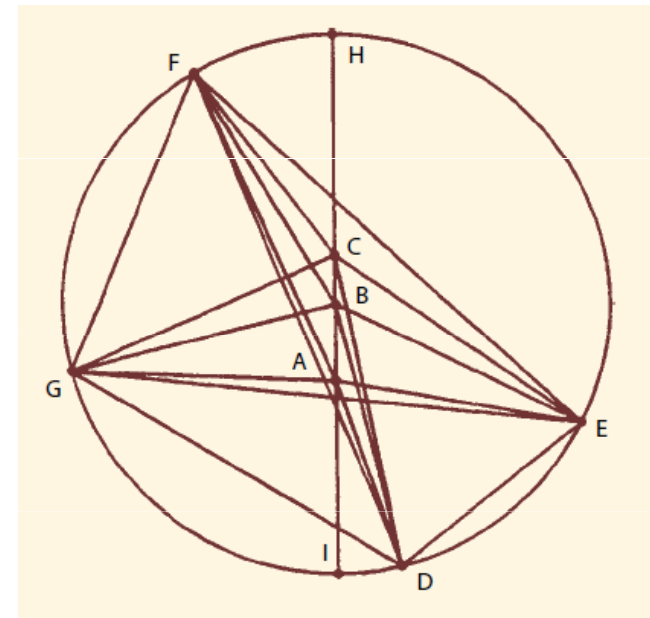
„*Mars opisuje stejné úhly v stejném čase*“.

Model vicarious hypothesis

stanovení *lineární excentricity Slunce od středu – BA*,
excentricity ekvantu - BC

Kepler zjišťoval $\sphericalangle HBF$, $\sphericalangle HAF$, hledal vztah mezi nimi*, zkoumal, zda body F , G , D , E , se nachází na kružnici, bod B leží mezi body A a C , pokud podmínka poloh bodů nebyla splněna, prověřoval další, iterační postupná přiblížení s využitím matematických rozkladů, opakoval 70krát, komentoval v *NA*:

„Jestliže byla tato únavná metoda vyplněna s nechutí, mělo by Tě to naplnit soucitem se mnou, neboť jsem některé výpočty provedl alespoň 70krát při vydání velkého množství času...“



*V. Štefl: Keplerovy kroky na cestě k elipse. Čes. čas. fyz. **69** (2019), s. 190.

Modely vicarious hypothesis

výpočet *bez bisekce excentricity*

kruhové dráhy o poloměru 100 000 dílů,

lineární excentricita Slunce $BA = 11\,332$ dílů, ekvantu $BC = 7\,232$ dílů

→ souhlas úhlových poloh Marsu, nikoliv jeho vzdáleností od Slunce

→ podmínka *bisekce excentricity* $BC/BA \approx 1$

numerická excentricita $e = 0,09282$ (dnešní $e = 0,09337$)

lepší vzdálenosti, nepřesné polohy heliocentrických délek

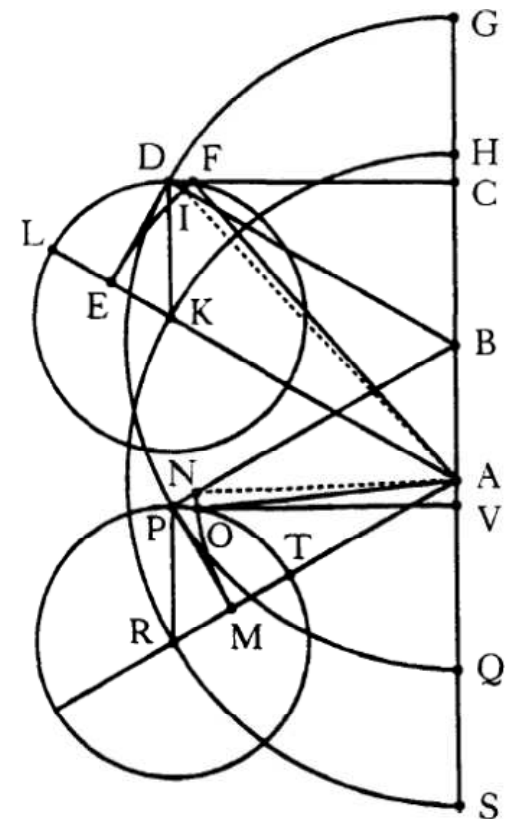
rozdíl pozorovaných a vypočítaných poloh činil zhruba 8'

Kepler pochopil, že Tycho Brahe se tak velké chyby při pozorování nedopustil, Tychonova přesnost činila - 2', zavrhl roční výpočty,

→ **model vicarious hypothesis odmítnut**

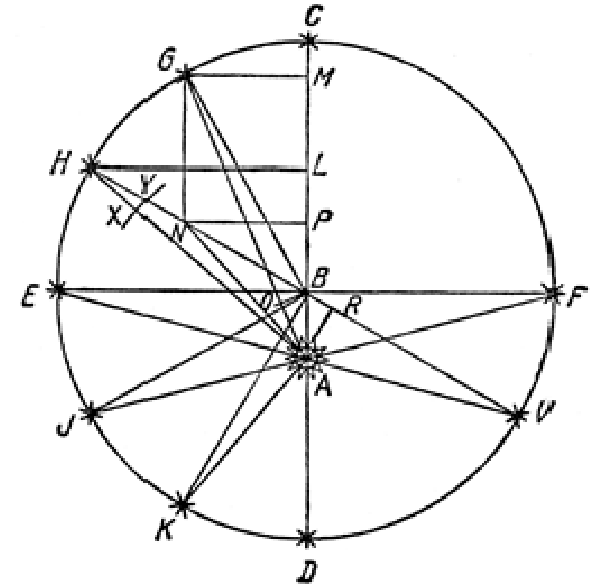
Model via buccosa

začátek r. 1605, návrat k oválu, *via buccosa* - zaoblená dráha - buclatá tvář, popis při studiu librace v kap. 57, dráha nesymetrická kolem průměrů v kvadrantech, *poslední mylný pokus před elipsou* hruškovitý tvar dráhy, geometrické úvahy: $\sphericalangle DKE = \sphericalangle BAK$ ($DK \parallel BA$), $\sphericalangle PRM = \sphericalangle PBA$, $\sphericalangle PBA = \sphericalangle BAK$ (oblouk $GD =$ oblouku QP). Dále $\sphericalangle DKE = \sphericalangle PRM$, $KD = PR = AB$, $\triangle DEK$ shodný s $\triangle PMR$, $ED = MP$. Ale $\sphericalangle EDI = \sphericalangle MPN$, oba úhly pravé, $ED \perp BD$, obdobně $MP \perp BP$, poloměr kružnice AE (AI) $>$ AM (AN), poněvadž $AK = AR$. Kepler si uvědomil, že $\sphericalangle AMP$ je pravý, stejně jako $\sphericalangle AED$, $MP = ED$, zavedl kružnici $r = AM$ protínající přímku PB v N a kružnici $r = AE$ procházející přímkou DB v I , zjistil $PN > DI$. model v dolním kvadrantu - širší dráha než v horním, asymetrická, neodpovídá *Kepler* \rightarrow *Mars v F*

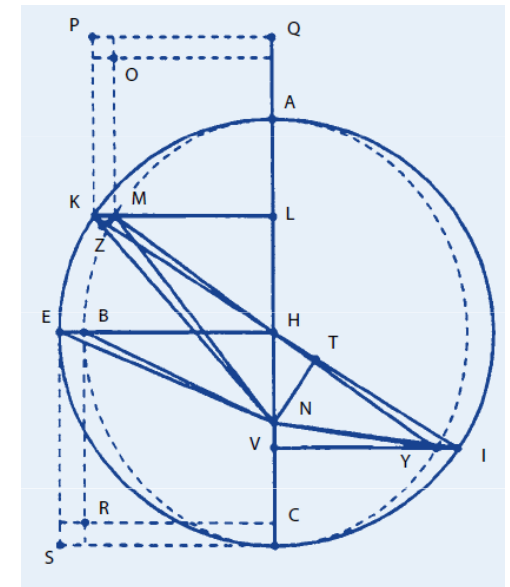


Přechod k elipse, lunula - srpek

- velikost velké poloosy dráhy Marsu = 100 000 dílů,
šířka *srpku*, původně **429** dílů, v kap. 56 *NA*,
což si Kepler uložil do paměti,
optická rovnice - $\sphericalangle AEB$, $\sphericalangle 5^{\circ}18'$,
tedy $5,3^{\circ} \rightarrow$ tabulky trig. funkcí,
sekans $\sphericalangle AEB = EA/EB$ - 100 **429** dílů
při $EB = 100\ 000$ dílů definován délkou EA



- Kepler *NA*: „...náhodou jsem narazil na sekans $\sphericalangle 5^{\circ}18'$, což je odpovídající největší optické rovnici. Když jsem viděl, že je to 100 **429**, jako bych se probudil ze sna. Začal jsem uvažovat jako zalitý novým světlem.“



Eliptický model pohybu Marsu

- stanovení plochy sektoru elipsy → záměnou za k ní přidruženou plochu kruhového sektoru, obě vyjádřeny pomocí geometrických veličin.

-pro poměr obsahu ploch trojúhelníků platí $MNL : KNL = b : a \rightarrow$

plocha elip. sektoru $ANM = b/a \times$ plocha kruh. sektoru AKN

bod M reprezentuje Mars, přidružené plochy kruhového sektoru $AKN = AHK$ a ΔHNK

-k poměřování součtu vzdáleností mezi po eliptické dráze se pohybující planetou a Sluncem použil kruhovou plochu

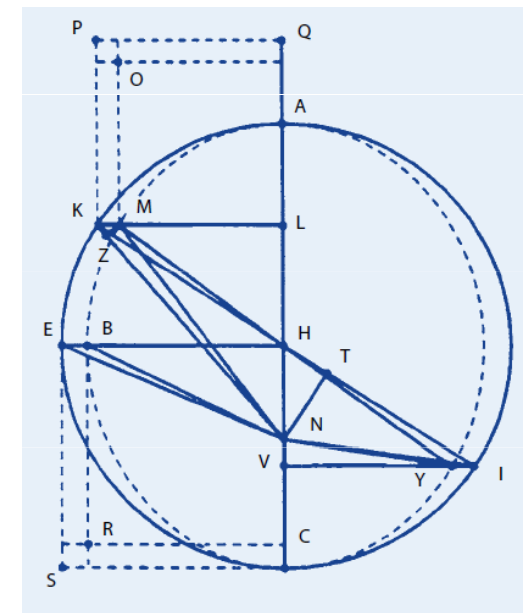
- čas, který Mars (M)

potřebuje k přemístění podél oblouku

eliptické dráhy AM , lze určit pomocí

obsahu plochy kruhové výseče AKN ,

kde N je poloha Slunce



- NA : „*Arcum ellipseos, cujus moras metitur area AKN* “ -

„*Oblouk elipsy AM , jehož čas je poměřován plochou AKN* “

Eliptický zákon

- počátek r. 1605 Kepler → eliptický tvar dráhy
- analýza tabulky propočítaných vzdáleností, nesoulad výpočtů a pozorovacích údajů, úprava librační metody, hodnoty vzdáleností odpovídaly pohybu po eliptické dráze, což ho vedlo v kap. 58 k modifikaci modelu dráhy → elipsa
 - v kap. 58 ...*dráha z kap. 43 je příliš velká a z kap. 45 příliš malá → pouze elipsa, ležící uprostřed obou, je vystižením dráhy*
 - v předposledním odstavci kap. 58 uvedl: „*Quod si iter Planetæ esset ellipsis*” ... „*Kdyby byla dráha planet elipsou*” ...
 - a v posledním odstavci ... „*nullam Planetæ relinqui figuram Orbitæ præterquam perfecte ellipticam*” ... česky „*žádný tvar planetárních drah není ponechán, kromě dokonalé elipsy*” ...
- **kap. 59** geometrický výklad elipsy
- ovál! → elipsa,
Vlašská kaple v Praze, nezmíněna v NA



Přechod kružnice → elipsa

v NA, kap. 59 *lineární transformace* všech souřadnic pomocné excentrické kružnice *v poměru velikostí malé b, velké poloosy a elipsy* $b : a$, jestliže $HB = b$, $NB = a$, vepsal ji do zmiňované kružnice, z jejího obvodu spustil kolmice KL , EH na přímku apsid AC , které protínaly v bodech M a B obvod elipsy, poměr v původním textu v NA

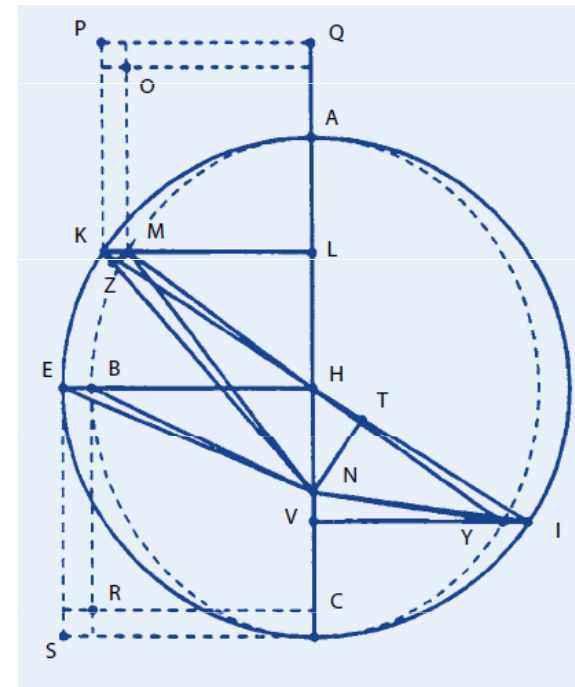
zapsal $BH : HE = ML : KL$

poměr velikostí ploch elipsy ABC a kružnice AEC, úměrný poměru velikostí kolmic z elipsy a z kružnice, v poměru malé a velké poloosy,

platilo $ABC : AEC = BH : EH$

Kepler zaměnil plochy sektorů elipsy a kruhu, vztahem $ANM : ANK = ML : KL = b : a$

Dále: „*Arcum ellipseos AM, cujus moras metitur area ANK*“ - „*Oblouk elipsy AM, jehož čas je poměřován plochou ANK*“



Eliptický zákon

- za **matematické vyjádření eliptického zákona** v *NA* -
vztah pro vzdálenost Slunce - Mars, Davies* -
moderní matematickou symbolikou:

označení ohniskové vzdálenosti $NH = ae$, $NB = a$, $HB = b$, v $\triangle NBH$
platí $b^2 = a^2 - a^2e^2$, podle $ML : KL = b : a$, v $\triangle HKL$ vyjádříme
 $KL = a \sin \beta$, $ML = b \sin \beta$, $\beta = \sphericalangle KHA$

- pravá anomálii $\sphericalangle ANM$, v $\triangle MNL$

$ML = b \sin \beta$, $NL = (a \cos \beta + e)$

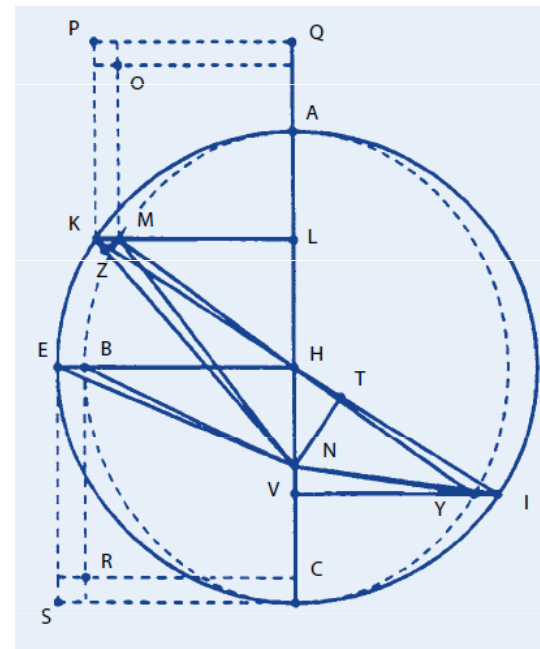
dosadíme do $r^2 = NM^2 = ML^2 + NL^2$

$\rightarrow r^2 = b^2 \sin^2 \beta + a^2(\cos \beta + e)^2$

- po úpravách $r^2 = a^2 (1 + 2e \cos \beta + e^2 \cos^2 \beta)$,

$r = a (1 + e \cos \beta)$

průvodič (radiusvektor) r excentrické anomálie β



* A. E. L. Davies: „Kepler’s Astronomia nova: a geometrical success story“. *Kepler’s Heritage in the Space Age*. Ed. A. Hadravová, T. J. Mahoney, P. Hadrava, Národní technické museum, Praha 2010, s. 17.

Eliptický zákon

- *rovnice eliptické dráhy s počátkem v jednom ohnisku:*

reprodukovala planetární vzdálenosti, excentrická anomálie β byla správně propočítávána

- vztah pro změnu vzdálenosti Marsu od Slunce v závislosti na jeho poloze

pravděpodobně Kepler nejprve ani plně nechápal jeho přesný význam, neznal analytickou geometrii...

- až aplikace *magnetické hypotézy spojené s propočtem librace* dávala stejné vzdálenosti jako z geometrických úvah, Kepler definitivně identifikoval elipsu

- odhalené *tajemství dráhy Marsu*, jediná a *elegantní křivka - elipsa* nahradila složitý systém deferentů, epicyklů, ekvanty a excentrické kružnice, v *NA* eliptický tvar dráhy planety odvozen pomocí zákona ploch

Magnetický model pohybu Marsu

k eliptické dráze *nedospěl Kepler pouhým fitováním* pozorovacích údajů poloh Marsu

podstatná úloha *fyzikálních úvah* → *hledání příčin pohybu Marsu - magnetická hypotéza*

Kepler v kap. 58: „*Quod toto hoc opere spectavi, ut Physicam invenirem hypothesin, quae non tantum distantias efficeret observatis consentaneas sed etiam aequationes itidem probas*“ ...

„*Celým tímto dílem jsem zamýšlel ověřit fyzikální hypotézu, jejímž výsledkem by byly vzdálenosti shodné s pozorováním, ale zároveň také platné rovnice*“ * ...

* *rovnice - vyrovnání*, opravy rovnoměrného pohybu na nerovnoměrný a s nimi spojený přepočítání úhlů

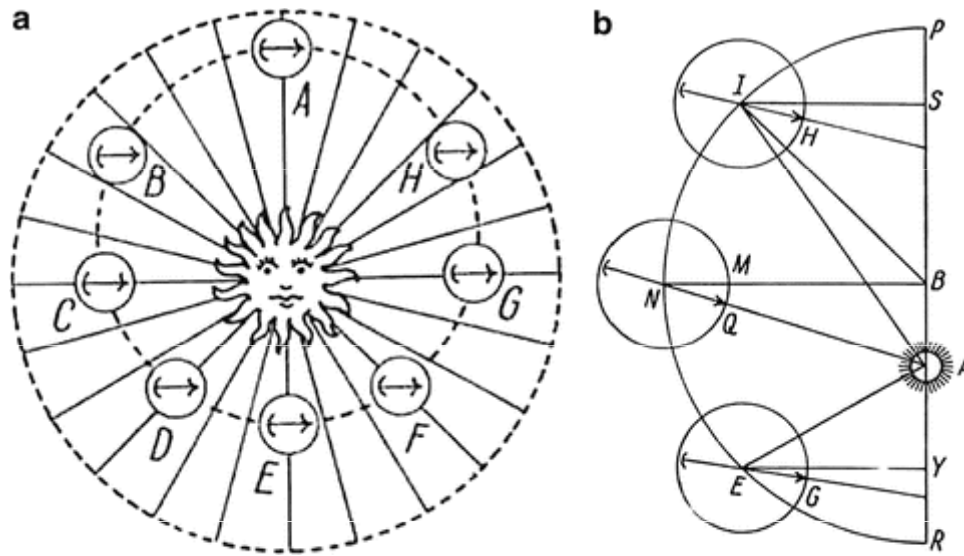
Magnetický model pohybu Marsu

- **interakce** mezi Marsem a Sluncem - **magnetická Gilbertova*** hypotéza
- obě tělesa mají vlastní magnetické pole, planetární magnetická osa Marsu v apsidách (aféliu, perihéliu) kolmá k průvodiči Slunce - Mars, přitahování tak nenastávalo
- při pohybu planety od afélie byl jeden pól vláken k Slunci bližší, důsledkem bylo přitahování k němu, v perihéliu působení neutrální
- při pohybu Marsu od perihélie byl druhý pól jeho vláken bližší k Slunci, výsledkem bylo odpuzování od něho
- při pohybu planety podél přímky apsid nebyl průvodič kolmý k magnetické ose, proto nastávala magnetická interakce se Sluncem

•*W. Gilbert (1544-1603) - *De magnete magneticisque corporibus et de magno magnete Tellure physiologia nova - O magnetu, magnetických tělesech a velkém magnetu - Zemi, nová fyziologie*

•**V. Štefl: Jak Kepler dospěl k prvním dvěma zákonům v *Astronomia nova*. Čes. čas. fyz. **68** (2018), s. 41 - 50.

Magnetický model pohybu Marsu



Jak jsme již uvedli, podle Keplera se v nitru planety nachází magnet – jeden z pólů označený špičkou šipky vyznačuje směr přitažlivé síly Slunce, viz obr. 3. Planeta se podle obrázku pohybuje po dráze ve směru hodinových ručiček. V aféliu (A) jsou oba póly ve stejné vzdálenosti od Slunce, následně mezi A a B přitahovaný pól planety se začíná natáčet stranou směrem k Slunci. Postupně planeta nakreslená v blízkosti Slunce prochází z B do C a do D. Následně projde perihéliem (E), kde se póly opět nacházejí ve stejné vzdálenosti od Slunce. Od tohoto bodu nastává odpuzování pólu strany od Slunce, takže se nyní planeta pohybuje od Slunce přes body F, G a H až do návratu do afélie v A.

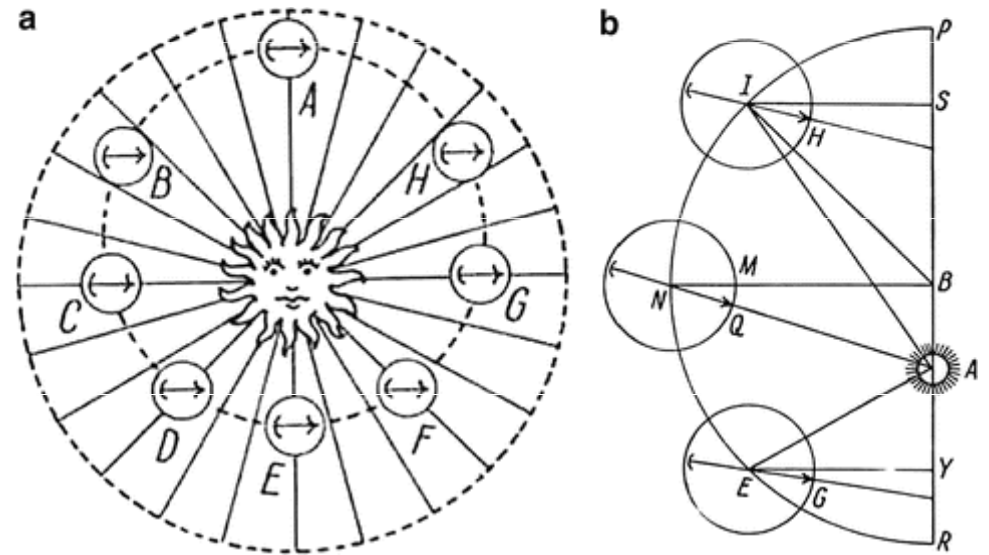
Magnetický model pohybu Marsu

- popis fyzikálního děje → stanovení pravidla pro vzdálenosti planety

- *excentricita elipsy regulovala intenzitu*

interakce magnetických vláken Marsu se Sluncem, přibližování a vzdalování planety od Slunce záviselo na velikosti vzájemného magnetického působení obou těles.

- podobně jako u magnetu Kepler předpokládal pokles působící síly s rostoucí vzdáleností



- *o správnosti fyzikální magnetické hypotézy Kepler nepochyboval, v NA: „Pokud by fyzikální příčiny, které jsem na počátku přijal jako principy, nebyly platné, nikdy by nemohly obstát v tak důkladném zkoumání.“*

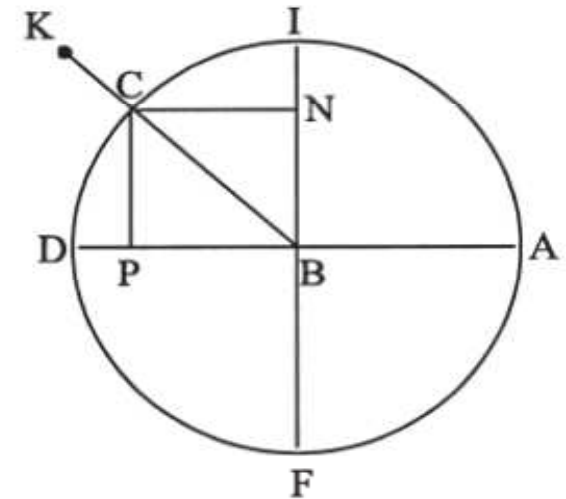
Magnetický model pohybu Marsu

variae vzdálenosti – reprezentovala libraci,
přibližování a vzdalování planet k Slunci,
ve svých důsledcích realizující eliptickou dráhu ,
Kepler zavedl latinský termín „*libratio*“
librační pohyb - oscilaci vzdálenosti v radiálním směru

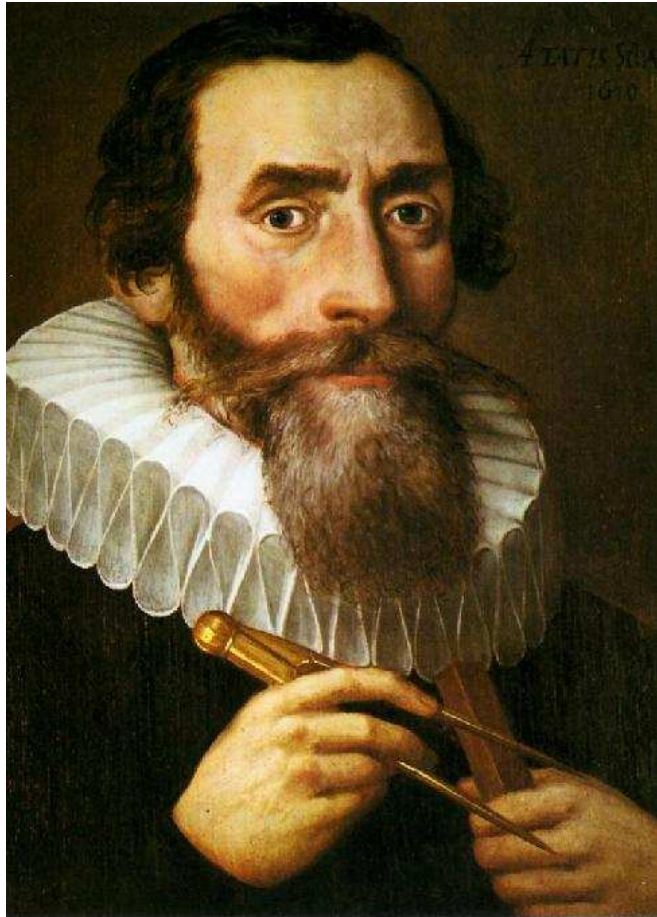
pojem z mechaniky, vyvažování („*libro*“)
přírodní příčiny lze zachytit
jako *předměty na páce, zákon rovnováhy*
planetární librace - produkt magnetických sil,
podložil matematickým výpočtem
vycházejícím z magnetické hypotézy.

Magnetický model pohybu Marsu

pootočením obr. o 90° - názornější obr. demonstruje rovnováhu na páce, s rameny DP a AP , zavěšenými z CP systém při poměru velikostí $\sphericalangle DBK : \sphericalangle ABK$ úměrnému poměru vah (hmotností) $D : A$, nepřímo úměrný délkám úseček $DP : AP$, Kepler - velikost úhlů je **přirozená**, z čehož vyplývá stejný poměr jako v rovnováze, autorovy úvahy $\sphericalangle DBK$ a $\sphericalangle ABK$ určovaly **polohy přitažlivého a odpudivého pólu k Slunci**, *velikosti uvedených úhlů - velikosti přitažlivé a odpudivé síly*



Harmonický zákon



„8. března tohoto roku 1618, přeje-li si někdo přesný údaj času, se tento poměr vynořil v mé mysli. Neměl jsme však štěstí, když jsem jej ověřoval výpočtem, takže jsem jej zavrhl jako chybný. Konečně se však dne 15. května opět vrátil a v novém náporu přemohl temnoty mého ducha. Vyplynul přitom tak dokonalý souhlas mezi mou sedmnáctiletou prací nad Brahovými pozorováními a mou současnou úvahou, že jsem se zprvu domníval, že jsem snil a že jsem hledaný vztah vložil do výchozích předpokladů. Ale je to věc zcela jasná a zcela přesná - poměr, který je mezi oběžnými dobami kterýchkoliv dvou planet, je přesně půldruhanásobkem poměru středních vzdáleností, tedy samotných drah; ovšem je přitom třeba dbát na to, že aritmetický průměr obou diametrů eliptické dráhy je poněkud menší než diameter...“

Harmonický zákon

- Kepler - *souvislost vzdáleností planet* od Slunce a *jejich oběžných dob*, vztah mezi úhlovými rychlostmi planet a vzdálenostmi od Slunce, v dnešní podobě $r^3\omega^2 = konst.$
- hledal *řád uspořádání a pohybu planet*, popis proporcí pro planety
- **r. 1619**, kniha pátá, **Harmonie světa***: „*Ale je to věc zcela jasná a přesná - poměr, který je mezi oběžnými dobami kterýchkoliv dvou planet je přesně půldruhanásobkem poměru středních vzdáleností, tedy samotných drah, ovšem je třeba dbát na to, že aritmetický průměr obou průměrů eliptické dráhy je poněkud menší než větší průměr*

*J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VI. Harmonice mundi*. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMXXX.

Harmonie světa

- v latinském jazyce 17. století
půldruha násobek poměru →
první veličiny, tj. oběžné doby
bereme v druhé mocnině
střední vzdálenosti v mocnině třetí
- průměry eliptické dráhy -
velká a malá poloosa elipsy,
střední vzdálenost- aritmetický
průměr z minimální a maximální
vzdálenosti planety od Slunce



Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie

EPITOME ASTRONOMIAE Copernicanae

Usitatâ formâ Quæstionum & Respon-
sonum conscripta, inq; VII. Libros digesta, quo-
rum TRES hi priores sunt de

Doctrina Sphæricâ.

*HABES, AMICE LECTOR, HAC PRIMA
parte, præter physicam acutissimam explanationem Motus
Terra diurni, utitur, ex eo circumlocuti Sphæra, totam do-
ctrinam Sphæricam præcipuè & concinniori METHODO,
antiquiorem, additis Exemplis omnium generum Computatio-
num Astronomicarum & Geographicarum, quæ in-
ter præcipuas præceptionum sunt sumis com-
plexa.*

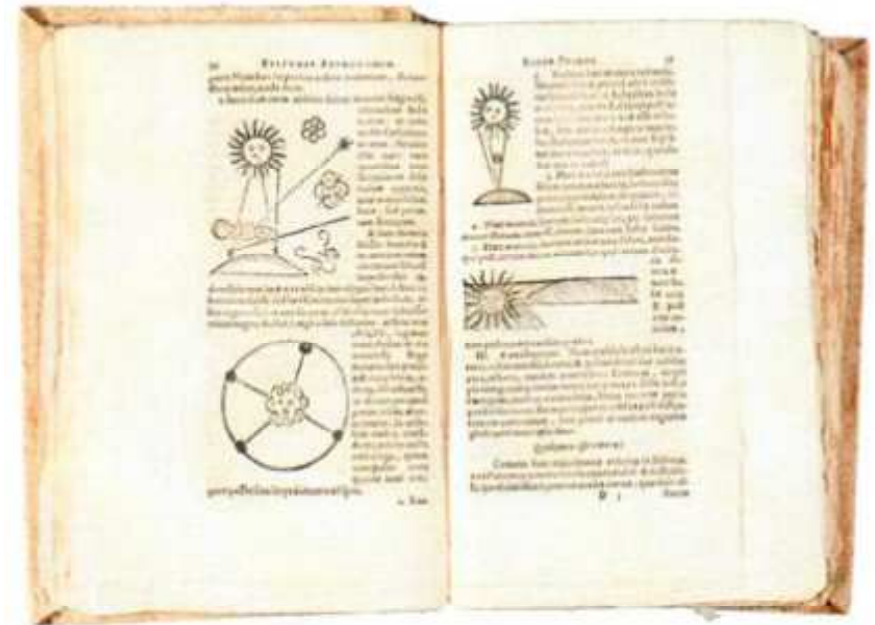
AUTHOR

JOANNE KEPLERO IMP: CÆS:
MATTHIÆ, Ordd: q; Ill^{mo} Archiduca-
tus Austriæ supra Onasum, Ma-
thematico,

Cum Præiudicio Casareo ad Annos XF.

Lencijs ad Danubium, excudebat
Johannes Plancus.

ANNO MDCXVIII.



Ukázka z původního vydání Souhrnu z r. 1618,
kniha první, str. 56 – 57.

[1] J. Kepler: KGW, Band VII. *Epitome Astronomiae copernicanae*. Herausgegeben von Max Caspar. Zweite Unveränderte Auflage. C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München 1991.

Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie

Pohyb planet se usiloval vyložit v *Souhrnu* na základě fyzikálních představ, přesných pozorování a nově jím vyvinutých matematických metod jejich analýzy. Ne všechny postupy, zejména přibližné výpočty, např. ploch omezených rozličnými křivkami, se setkávaly s důvěrou matematické či astronomické komunity. Kepler si plně uvědomoval, že jeho fyzikální teorie nebeské mechaniky se nemohou obejít bez využití matematiky, kterou bohatě používal.

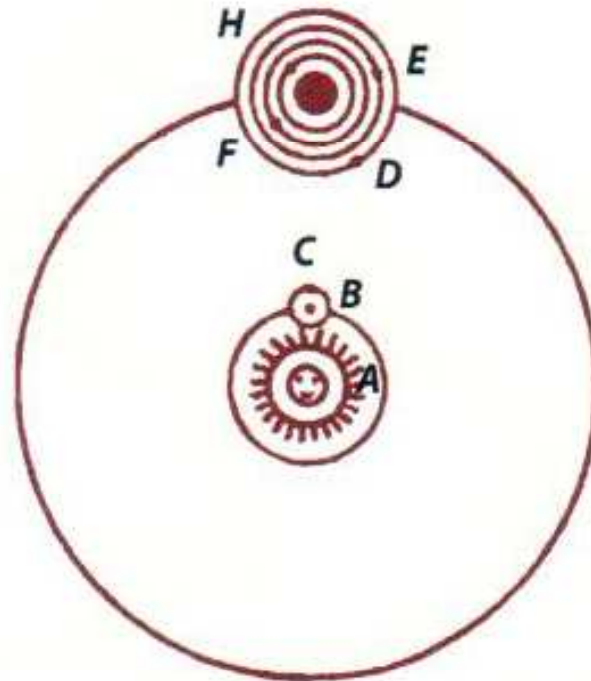
Souhrn [1] se skládal ze sedmi knih, rozdělených do tří svazků. Text v nich byl psán v podobě otázek a odpovědí, formou dialogu mezi učitelem a studentem – připomínal původní katechetický postup, dnes bychom řekli moderní didaktickou metodou. Jak bylo u Keplera zvykem, zařadil do něj větší počet geometrických obrázků použitých opakovaně. První svazek vyšlý tiskem r. 1618 zahrnoval tři knihy napsané podle Caspera [3] r. 1615. Do druhého svazku z r. 1620 Kepler umístil čtvrtou knihu a v r. 1621 konečně uveřejnil třetí svazek s pátou až sedmou knihou, ve kterých byl rozveden autorův přínos k planetární a měsíční teorii, jakož i systému čtyř Jupiterových měsíců. Jednotlivé tři svazky byly vytištěny v různých městech, postupně v Linci, Wittemberku a Frankfurtu. Dva poslední svazky byly věnovány výsledkům dosaženým v *Harmonii světa* [6].

Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie

V úvodu první knihy *Souhrnu* [1] Kepler vymezil obsah astronomie. Položil otázku: „*Co je astronomie?*“ Odpověď shrnovala jeho představy: „*Je to věda, která vysvětluje příčiny jevů na obloze a ve hvězdách a jejich změny v čase, jak se projevují na základě rotace Země. Spochopením těchto jevů můžeme předpovídat budoucí vzhled oblohy, pozorované nebeské pohyby a přidělit jim spolehlivé časy k těm v minulosti.*“

Svůj názor na vztah mezi fyzikou a astronomií Kepler charakterizoval v odpovědi na dotaz: „*Jaký je vztah mezi touto vědou a ostatními vědami?*“ Odpověď: „*Je to část fyziky, protože zkoumá příčiny přírodních věcí...*“ ... „*Jejím cílem je zjistit, jak je budova světa a jeho částí složena dohromady.*“

Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie



Obr. 2 Keplerovo schéma rozdělení planet na primární a sekundární.

Nejprve vyložíme Keplerem používaný pojem primární planety. V jeho době známá tělesa Sluneční soustavy rozděloval na primární a sekundární. V *Souhrnu koperníkovské astronomie*, 4. knize, 1. části, 3. kapitole *O řádu planetárních sfér* položil otázku: „Kolik planet je uvažováno v nauce o konstrukcích?“¹ V textu odpovědi vyložil, že za primární planety považoval: Merkur, Venuše, Země, Mars, Jupiter, Saturn, za sekundární: Měsíc, čtyři Jupiterovy měsíce, dvě postranní fiktivní tělesa doprovázející Saturn.

Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie

Ve čtvrté knize, druhé části, třetí kapitole – *Od rotace slunečního tělesa kolem své osy k jeho působení na pohyb planet* –, Kepler nastolil otázku: „Z jakých důvodů jste veden k myšlence, že Slunce je příčinou a zdrojem pohybu planet?“ V odpovědi zavedl harmonický vztah mezi oběžnými dobami a vzdálenostmi planet – tzv. 3/2 zákon a zdůraznil souvislost Slunce s pohybem planet: „Protože je zřejmé, že každá planeta ve větší vzdálenosti od Slunce než zbývající se pohybuje pomaleji. Tak, že poměr oběžných dob je v poměru 3/2 mocniny vzdálenosti od Slunce. Tudiž z toho odvozujeme, že Slunce je zdrojem pohybu.“

Do čtvrté kapitoly – *O příčinách poměrů oběžných dob* – Kepler zařadil zdůvodnění platnosti harmonického zákona a začal položením otázky: „Doby oběhů planet byly nalezeny zcela přesně v mocninách 3/2 jejich drah. Ptám se, co je toho příčinou?“

Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie

Fyzikální pozadí harmonického zákona rok

Fyzikální pozadí tzv. 3/2 zákona podal Kepler nejprve v *Harmonii světa* a posléze v *Souhrnu* ve výše zmiňované čtvrté kapitole. Použil analýzu souvislostí hmot, objemů, hustot a vzdáleností planet od Slunce. Jeho složité úvahy reprodukoval Van Helden [2] následovně. Kepler vyšel z odpozorované skutečnosti, že dráhy planet jsou rozdílné v závislosti na vzdálenostech od Slunce. Pokud by všechny planety obsahovaly stejné množství hmoty, potom by se jejich oběžné doby měnily přímo úměrně se vzdálenostmi od Slunce. V realitě se podle Keplera oběžné doby P mění se vzdálenostmi r v závislosti $P \sim r^{3/2}$. Pro její vysvětlení musel zvolit vhodné hustoty. Jestliže $2\pi r$ byl obvod kruhových drah planet, r jejich vzdálenost od Slunce, v jejich rychlost, F síla působící podél dráhy, pak odtud vyplývalo $P \sim r^{3/2}$, $v \sim (2\pi r)/P$, $v \sim r^{-1/2}$.

Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie

Zajímavé originální dynamické úvahy ze sledované čtvrté kapitoly *Souhrnu* komentoval Gingerich v [7]. Podle jeho rozboru Kepler zkoumal, zjednodušeně převedeno na moderní terminologii, závislost oběžné doby na poměru délky dráhy vynásobené hmotou planety ku hybné síle vynásobené objemem planety, tedy

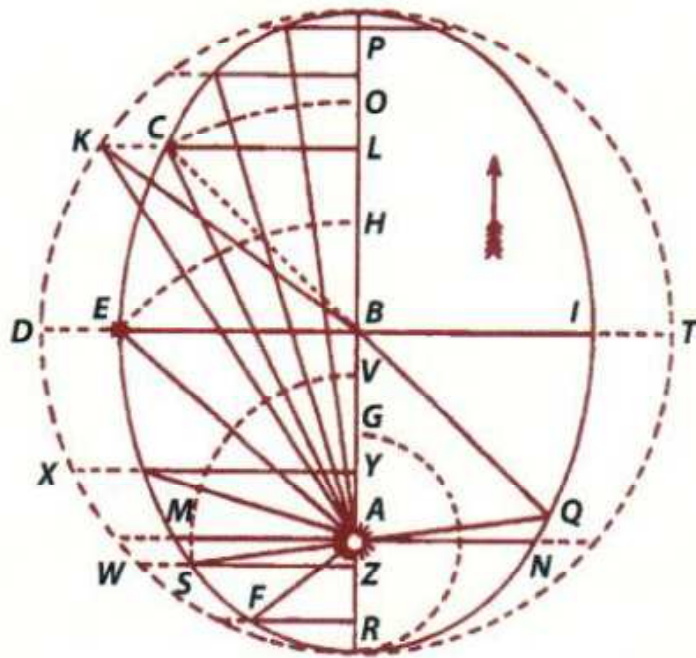
$$\text{oběžná doba} \sim \frac{\text{délka dráhy} \cdot \text{hmota planety}}{\text{hybná síla} \cdot \text{objem planety}}$$

Doplňme, že původně Kepler používal dobové pojmy, např. množství hmoty atd.

Délka dráhy souvisela s oběžnou dobou, se zvětšením poloměru dráhy narůstala. Hmota planety byla podle Keplera sama o sobě zdrojem odporu proti stálému pohybu, s jejím zvětšováním planeta potřebovala více času na oběh kolem Slunce. Z druhé strany při větším objemu hmoty se hybná síla vyvolaná pohybem *solaris species immateriata* – nehmotné formy emitované ze Slunce – mohla více zachycovat. Projevovala se působícím tlakem na planetu a postrkovala ji, oběžná doba se díky tomu úměrně zkracovala. Obě popsané skutečnosti účinkovaly proti sobě, vzájemně se anulovaly, všechny planety tak byly ovlivňovány podle Keplerovy koncepce podél drah stejnými silami. Toto nastávalo pouze tehdy, jestliže délky drah a hmoty planet odpovídaly různým dobám oběhů.

Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie

Jak se nazývá dráha každé planety? Elipsa s dvěma ohnisky A, L ,
Slunce v jednom z nich

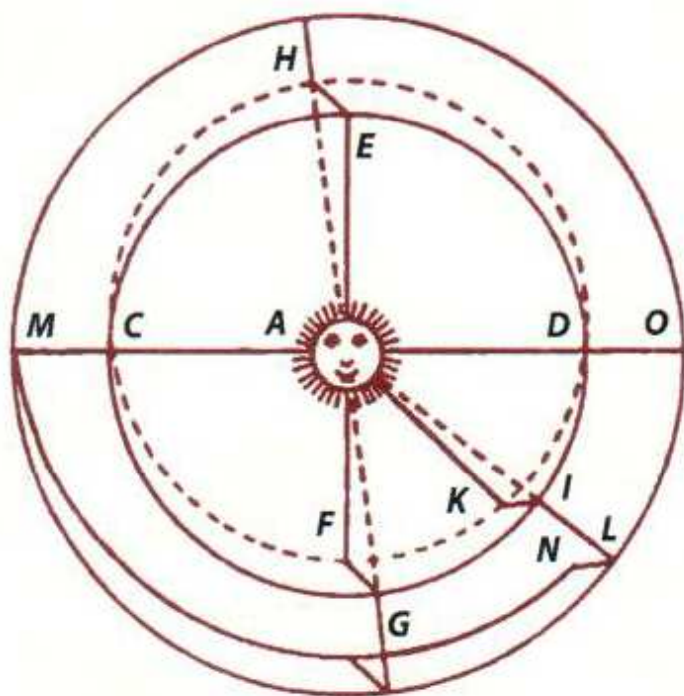


Obr. 7 Eliptická dráha planety s ohnisky.

Současně ve zmiňované kapitole Kepler sdělil ve slovním vyjádření myšlenku existence dvou složek pohybu, které používal při studiu dráhy planet. První zachycovala oběžný pohyb kolem Slunce (v dnešní terminologii tangenciální složka), který byl vyvolán podle autora schopností Slunce. Druhou byla librace (radiální složka) ve směru Slunce, která byla zapříčiněna jinou schopností Slunce, jak rozlišila Davisová v [14].

V její druhé části – *O astronomických pojmech vyplývajících z výpočtů a excentrické dráhy* –, kdy v úvodu kladl terminologickou otázku „*Jak se nazývá dráha každé planety?*“, Kepler v odpovědi upřesnil a zobecnil představy o existenci eliptické dráhy se dvěma ohnisky, při Slunci v jednom z nich. Napsal: „*Pokaždé, jestliže dráhy jsou eliptické [viz obr. 7] jako PERI zde, které mají dva středy, jak to bylo A a L, které ve fyzice nazýváme ohniska, a jestliže Slunce je samotné přítomno v jednom z nich v A jako středu vesmíru, střední bod mezi nimi je B, je právem nazýván středem...*“

Epitome - Souhrn koperníkovské astronomie



Obr. 8 Dráha planety v prostoru kolem Slunce.

V páté knize, druhé části – *O astronomických pojmech vyplývajících z výpočtů a excentrické dráhy* –, v páté kapitole – *O odchylce planet od ekliptiky* – si Kepler položil důležitou otázku: „Co rozumíme pod pojmem dráha?“ Odpověděl: „Správně řečeno, je to linie (křivka), kterou planeta opisuje kolem Slunce, středu jeho tělesa. Například [na obr. 8] jestliže EFGD je část roviny ekliptiky, HCFD bude dráhou planety v prostoru, mající tři rozměry: vzdálenost od Slunce, heliocentrickou délku a heliocentrickou šířku...“

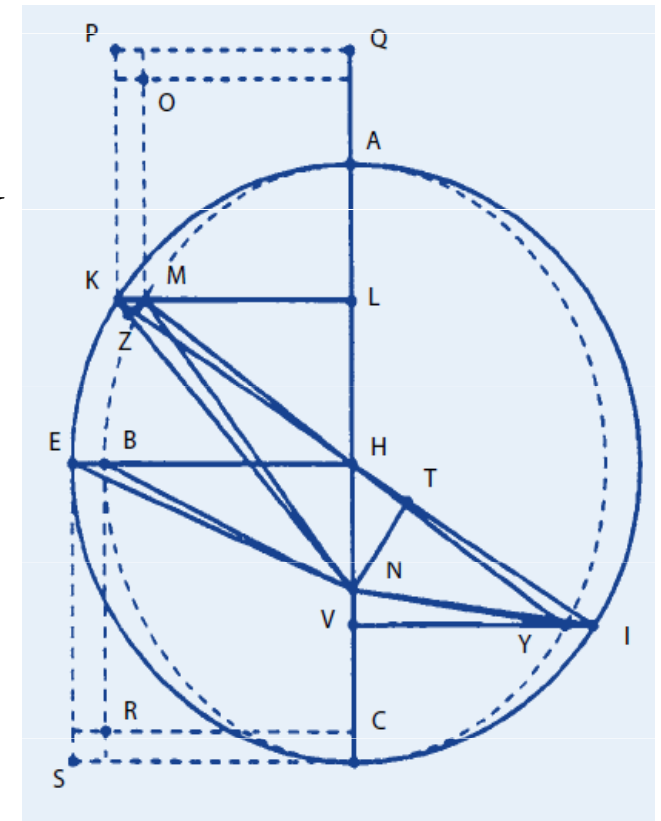
Doplňme, že Kepler poprvé zavedl latinský pojem *orbita* pro reálnou dráhu planet pohybujících se prostorem pod působením fyzikálních příčin v dopise Fabriciovi 1. srpna 1607 [15]. V něm mimo jiné kritizoval jeho koncepci ještě poplatnou rovnoměrným kruhovým pohybům. Postupně obsah pojmu dráha upřesňoval, explicitní definice pojmu eliptická dráha se dvěma ohnisky, v jednom z nich se nachází Slunce, je podle Goldsteina a Hona [16] až v *Souhrnu*.

Dodatečný přehled anomálií

až v kap. 60 *NA* – definice:

střední anomálie poměřována **plochou kruhového sektoru AKN** ,
zavedené pojmenování času, rovnoměrně narůstajícího,
určována od afélie dráhy, až Euler změnil počátek odečtu od perihélie
excentrická anomálie $\sphericalangle KHA$, zachycovala dráhu
uraženou planetou od afélie, oblouk AM
na elipse prostřednictvím $\sphericalangle AHM$,
vytyčován obloukem kružnice AK , $\sphericalangle AHK$
vyrovnaná anomálie (tj. pravá anomálie) $\sphericalangle ANK$
z velikosti oblouku AK pozorovaného z N
rozdíl excentrické anomálie $\sphericalangle KHA$ a
vyrovnané anomálie $\sphericalangle ANK$

*souvislost střední anomálie M (času) a
anomálie E*



Keplerova rovnice

$$E + e \sin E = M$$

v *NA*: „Spokojím se s tím, že budu věřit tomu, že to nelze vyřešit a priori kvůli nestejnorodosti oblouku a sinu. Kdokoli však, kdo mi ukáže cestu ven z mého bloudění, bude pro mě samotným velkým Apollóniem.“

- rovnice → **určit excentrickou anomálii E** při zadaném čase, tudíž vyžaduje znalost střední anomálie M a numerické excentricity e , netriviální, řešení Keplerovy rovnice nelze vyjádřit jako konečnou kombinaci elementárních funkcí M a e , neexistuje analytické řešení, pouze numerické
- obtíže s řešením Kepler zmiňuje např. i v knize páté, části druhé, kapitole čtvrté spisu *Souhrn koperníkovské astronomie* *

* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band VII. Epitome Astronomiae copernicanæ*, C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMXXX, s. 390-393.

Rudolfské tabulky

Rudolfské tabulky * *efemeridy planet, Měsíce*
(Tabulae Rudolphinae, r. 1627), po 25 letech práce !

realizoval Kepler opačný postup,

nalezl M , jestliže znal E

nejprve vytvořil podle rovnice

$M = E + e \sin E$ tabulku hodnot, užil ji zpětně

hustá síť středních anomálií M

určení excentrických anomálií E

$M \rightarrow E$

* J. Kepler: *Gesammelte Werke. Band XIV. Tabulae Rudolphinae.*

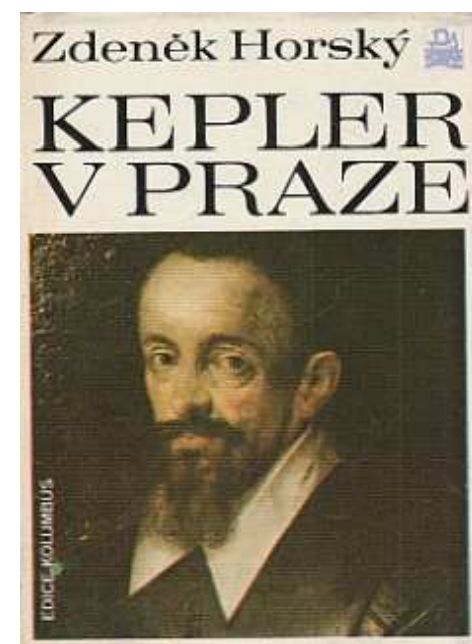
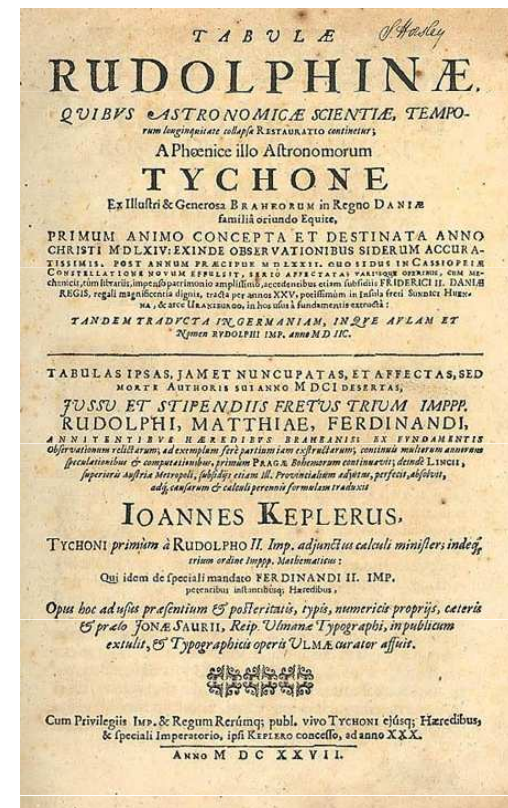
C. H. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München MCMLXIX.

•* * „*auctor damnatus, hoc opus tamen admittitur*“ ...

autor je odsouzen, ale toto dílo se připouští“,

•* * *Rudolfské tabulky* - jezuitská knihovna UP Olomouc

~ r. 1650, Z. Horský: *Kepler v Praze*. Mladá fronta, Praha 1980.



Paradoxy Keplerova postupu

- *k formulacím prvních dvou zákonů dospěl na základě nepřesných, místy i mylných předpokladů*
- zákona ploch vycházel z chybného předpokladu - kruhové dráhy Marsu
- aplikoval zákona vzdáleností, který neplatil obecně
- v modelech drah hledal vztahy pro úhly kolem imaginárního bodu - *ekvantu*, nemajícího fyzikální podklad
- *Slunce v jednom z ohnisek elipsy není explicitně zmiňováno v NA, autor psal o punctum eccentricum - excentrickém bodě*
- podpora matematického modelu dráhy výkladem interakce Slunce - planeta *nepravdivou fyzikální magnetickou hypotézou*
- Kepler se domníval, že Slunce uvádí do pohybu planety, magnetická hypotéza předpokládala pohánění planet podél drah nehmotnými paprsky vysílanými Sluncem a rotujícími v rovině

závěr chybných kroků → správný zákon ploch i eliptický zákon

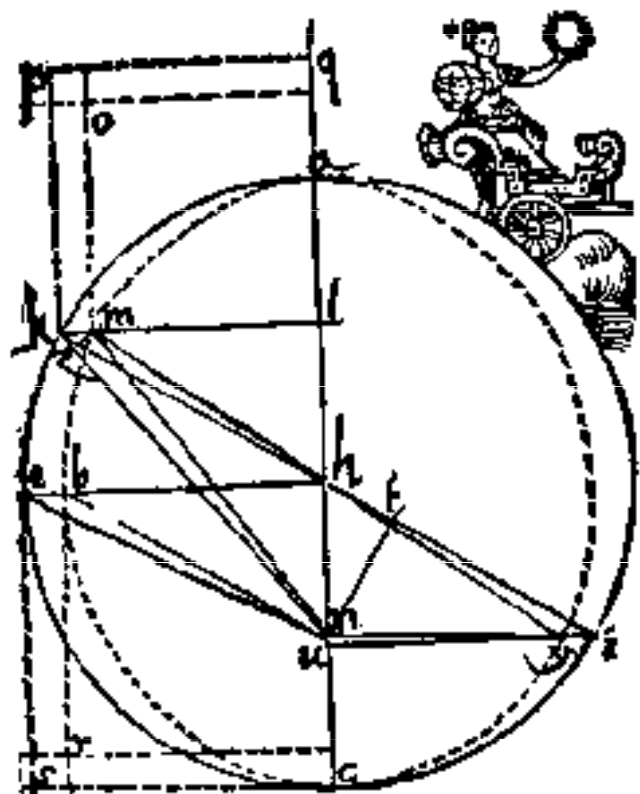
Nepřesnosti Keplerova postupu

- byly nezbytnou součástí aproximativních postupů
- nedostatečná úroveň matematických znalostí počátkem 17. století, bez použití metod matematické analýzy nelze studovat složitý pohyb Marsu kolem Slunce
- přibližný výpočet změny obsahu eliptického sektoru, ohraničeného dvěma průvodiči a obloukem elipsy
- *geometrický eliptický sektor* vyjadřoval fyzikální veličinu - *plošnou rychlostí*, *astronomický problém* → *přesun z geometrického na fyzikální*

Význam Keplerových zákonů

souhlas přesných pozorování s teorií

objev učiněn syntetickou geometrií,
podpořen nesprávnou magnetickou
hypotézou*



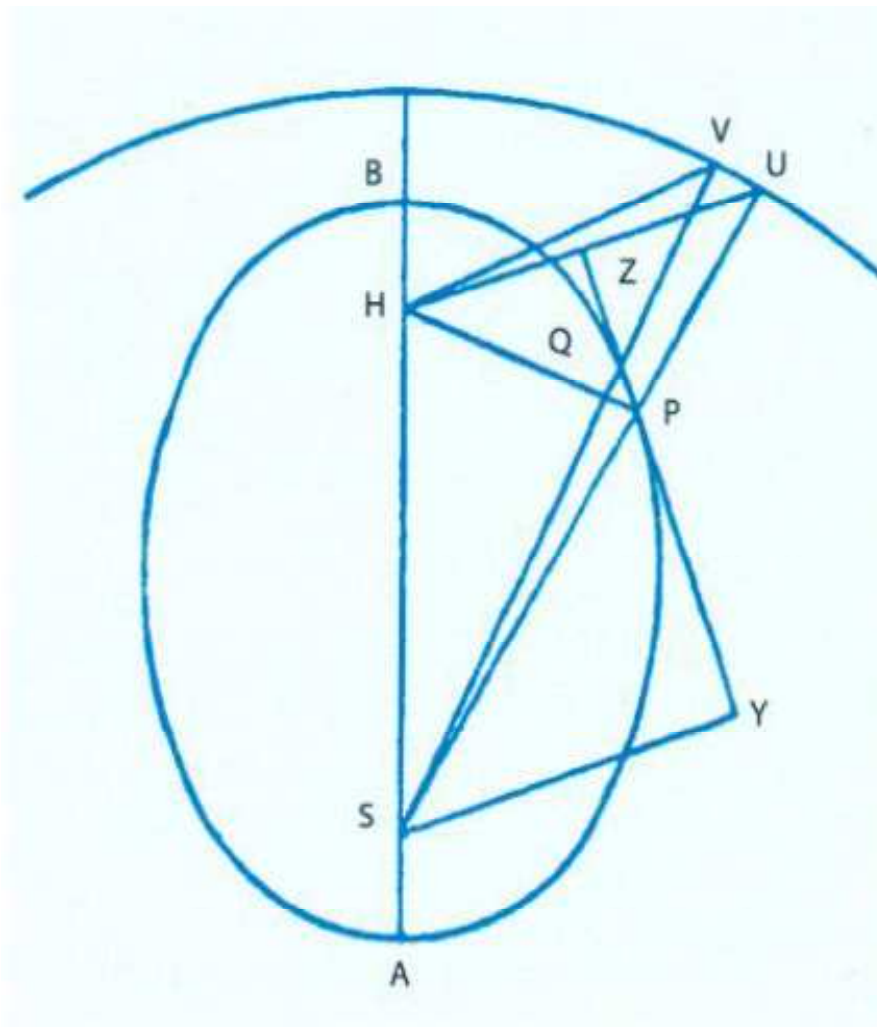
*Keplerovy zákony vyjadřovány slovně na
podkladě matematických odvození*

*spojovací most z geometrie do astronomie,
z kinematiky k dynamice, k zákonu
všeobecné gravitace*

**odvození K. z.: I. Newton, W. R. Hamilton,
J. C. Maxwell, R. P. Feynman*

*V. Štefl: Keplerovy zákony v historii a v soudobých učebnicích. Čes. čas. fyz. **70** (2020), s. 190.

Důkaz zákona ploch



Obr. 3 Maxwellův důkaz zákona ploch.

obr. 3: „Nechť APQB je eliptická dráha, necht' S bude Slunce nacházející se v jednom ohnisku, H je druhé ohnisko. Prodloužíme přímku SP do bodu U tak, aby SU bylo rovno velké ose AB. Dále spojíme body úsečkou HU, která bude úměrná a kolmá k rychlosti planety v P. Bod Z leží uprostřed úsečky HU, spojíme ho s P, přímka ZP bude tečnou k elipse v bodě P, necht' SY je kolmice spuštěná na tečnu z bodu S.

Jestliže v je rychlost planety v bodě P a h je dvojnásobná plocha opsaná za časovou jednotku, potom $h = v \cdot SY$. Vedle toho, pokud b je polovina malé osy elipsy, potom $SY \cdot HZ = b^2$. Nyní $HU = 2 HZ$, tudíž $v = \frac{1}{2} h/b^2 HU$. Tak tedy je úsečka HU vždy úměrná rychlosti a kolmá k jejímu směru. Avšak úsečka SU je vždy rovna AB. Tudíž kružnice se středem v S a poloměrem AB je hodografem planety, přičemž bod H je počátkem hodografu. Odpovídajícími body dráhy a hodografu jsou ty, které leží na jedné přímce procházející bodem S. Tak P odpovídá bodu U, Q bodu V.

Rychlost udílená tělesu za čas v v průběhu jeho přemístění z P do Q je zachycena geometrickou růzností vektorů HU a HV, tj. křivkou UV, tato rychlost je kolmá k odpovídajícímu oblouku kružnice, a proto, jak jsme dokázali, směřuje k S.

Jestliže PQ je oblouk opsaný v průběhu velmi malého času, pak UV zachycuje změnu rychlosti získanou za tento čas; protože UV je oblouk kružnice, jejíž střed je bod S, pak oblouk UV bude mírou úhlového přemístění planet vzhledem k S v průběhu tohoto času. Tudíž zrychlení je úměrné úhlové rychlosti, ale ta je podle § 129 nepřímo úměrná kvadrátu vzdálenosti SP. Tedy zrychlení planety směřuje ke Slunci a mění se nepřímo úměrně vzdálenosti od Slunce.

Takový je zákon, podle kterého se mění přitažlivost Slunce působící na planetu, jestliže se planeta pohybuje po své dráze a mění svoji vzdálenost od Slunce.“

Přijetí Keplerových zákonů v 17. století

přijetí Keplerových zákonů nebylo jednoznačné, uznání platnosti -

Willebrord Snell, Jeremiah Horrocks, Robert Hooke, Isaac Newton

ignorance K. zákonů - Blaise Pascal, Francis Bacon, Galileo Galilei, René Descartes

Ismaël Boulliau (1605-1694),

Filolaova astronomie 1645

vlastní teorie pohybu planet, vztah pro pokles gravitační síly nepřímo úměrně se čtvercem vzdálenosti,

určil periodu o Ceti -Miry - 333 dnů

objasnění dynamické podstaty Keplerových zákonů, Newton - Principia 1687



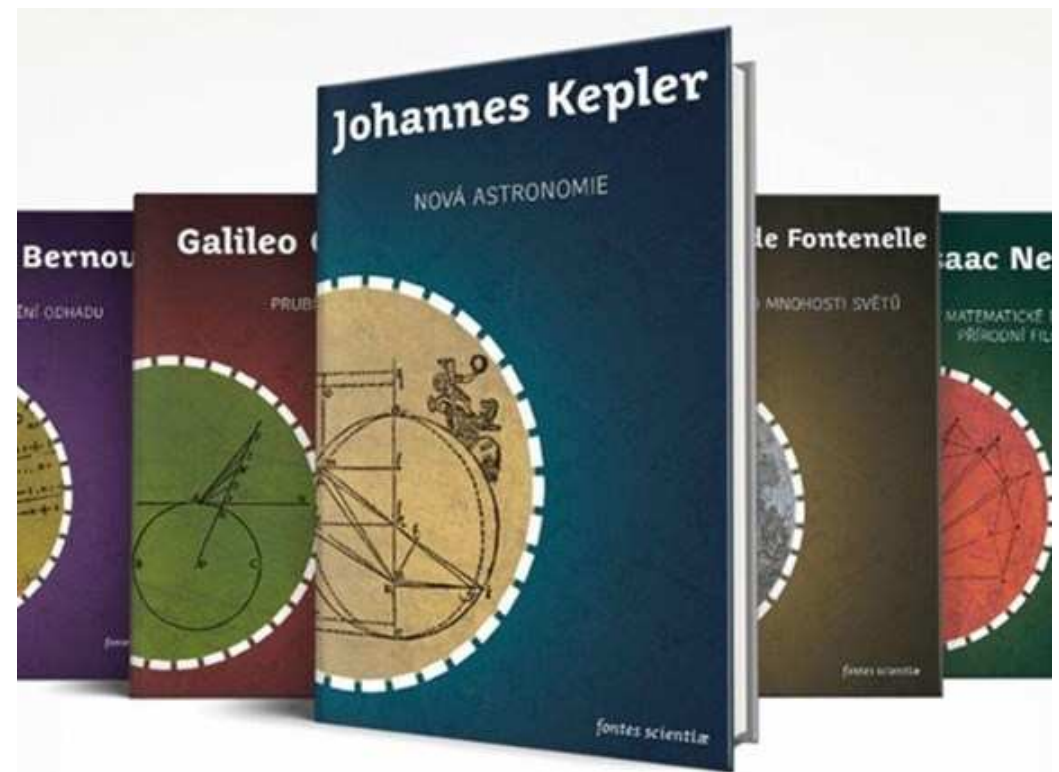
*V. Štefl: Keplerovy zákony v 17. století. Čes. čas. fyz. 71 (2021).

Prameny novověké vědy

- ***Výbor z Nové astronomie Keplera***
- ***Výbor z Principií Newtona***
- ***Překlad Prubíře Galilea a Váhy Grassiho***
- ***Překlad Úvah o mnohosti světů Fontenella***
- ***Překlad Umění předpokládat Jacoba Bernoulliho***

výbor, překlad s průběžnými poznámkami + rozsáhlé úvodní komentáře - filozofické, astronomické, fyzikální...

fontes scientiæ - prameny vědy



pět knih v nakladatelství Togga, Praha 2020

Nová astronomie

Johannes Kepler

Nová astronomie

(výbor z díla)

Z latiny přeložila:
Katarina Petrovičová

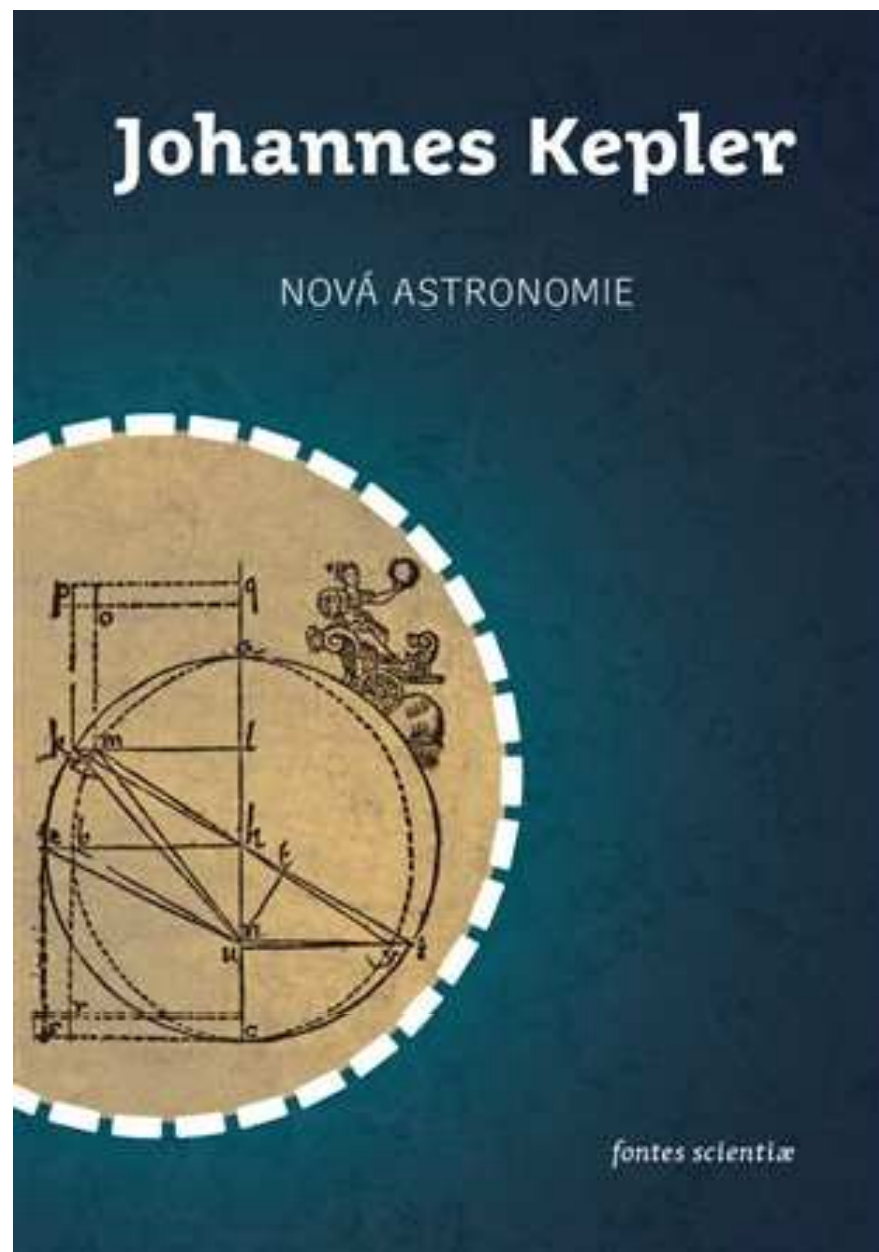
Odborná spolupráce a komentáře:
Vladimír Štefl a Daniel Špelda

Odborní recenzenti:

PhDr. Alena Hadravová, CSc., DSc.

doc. RNDr. Petr Hadrava, DrSc.

Togga, Praha 2020, 270 str.



Nová astronomie

ukázka výpočtů Keplera

matematické modely dráhy Marsu

