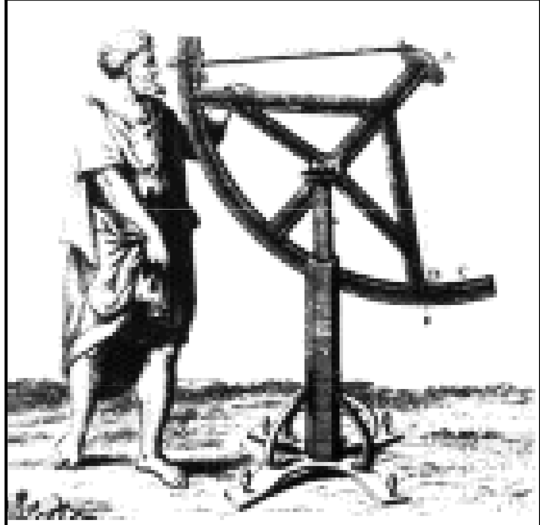
# Astrohistorie V.

# Kosmická mechanika astronomická jednotka, pohyb Měsíce

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

# Určování vzdálenosti Země - Slunce



Picard´s Winkelquadrant

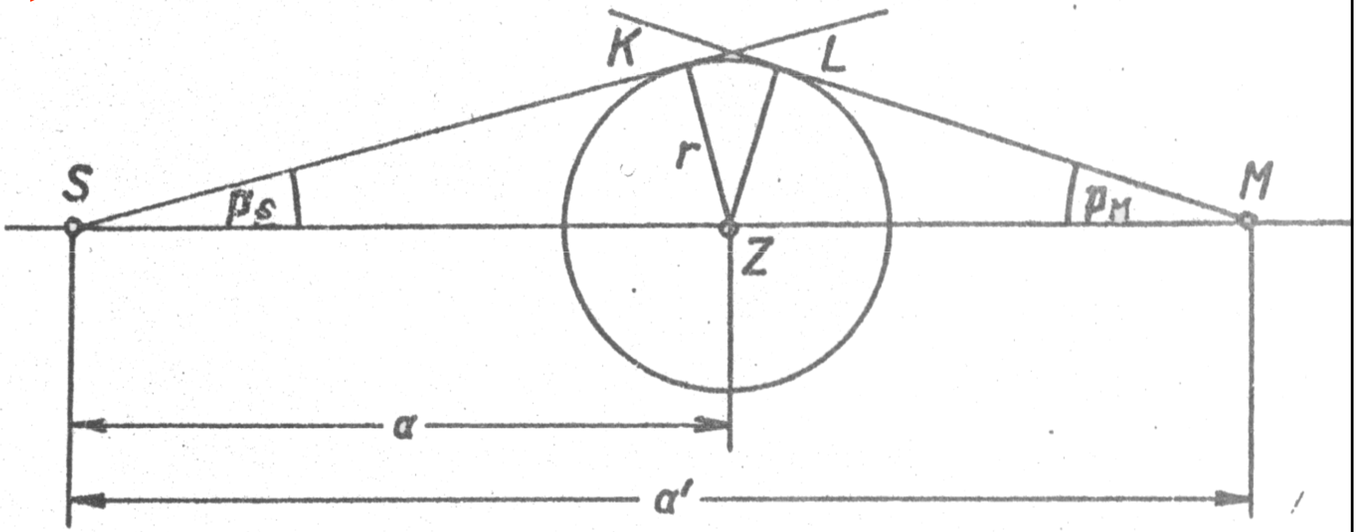
**Giovanni Domenico Cassini 1625 - 1712**
**Jean Richer 1630 - 1696**

**sluneční paralaxa**

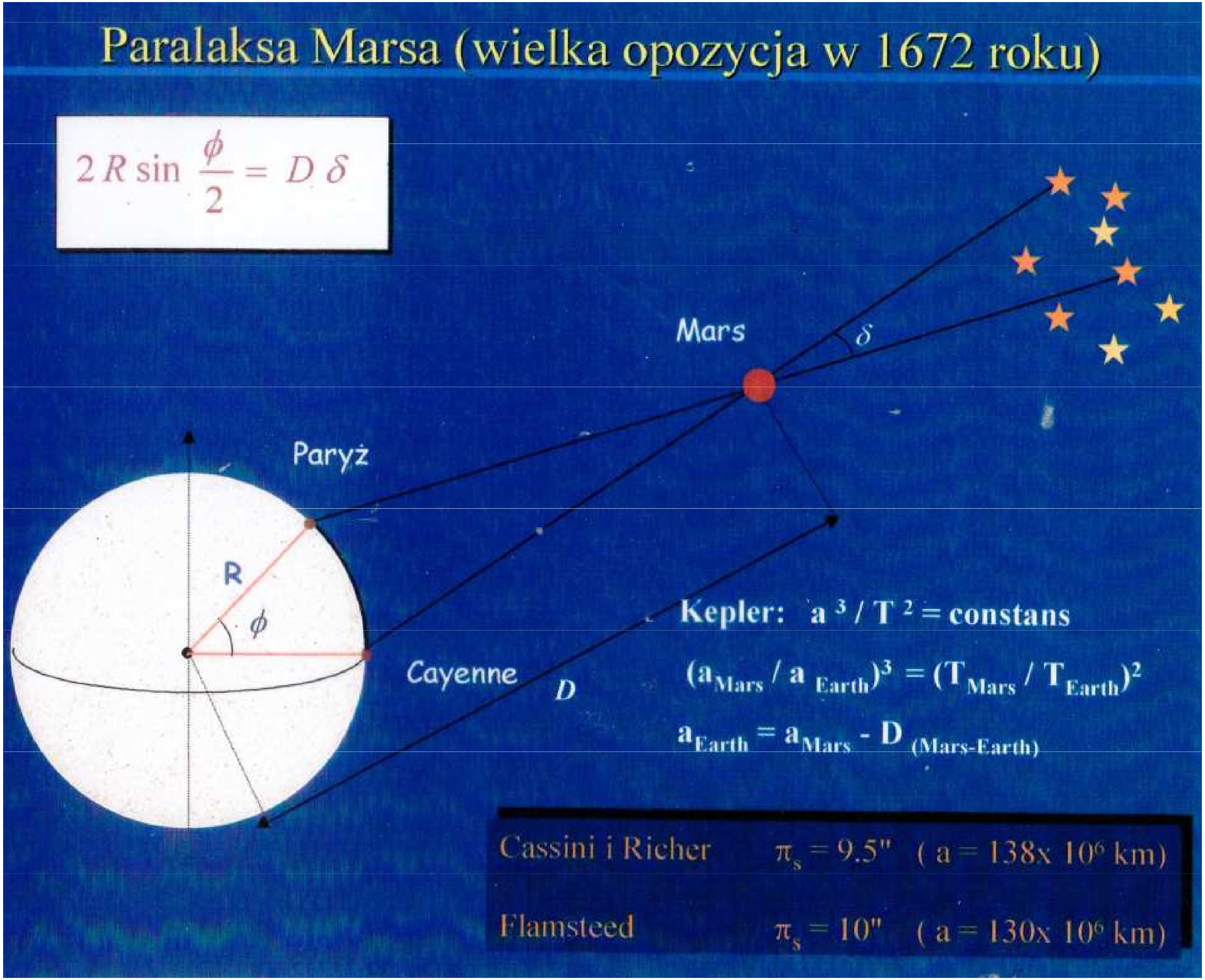
**září - 1672**

**stanovení au –**
**138,5 mil. km!**

$p_M$ 25“…0,38 au
$p_S$ 10“… 1 au
$p_M$ 2,5krát větší $p_S$

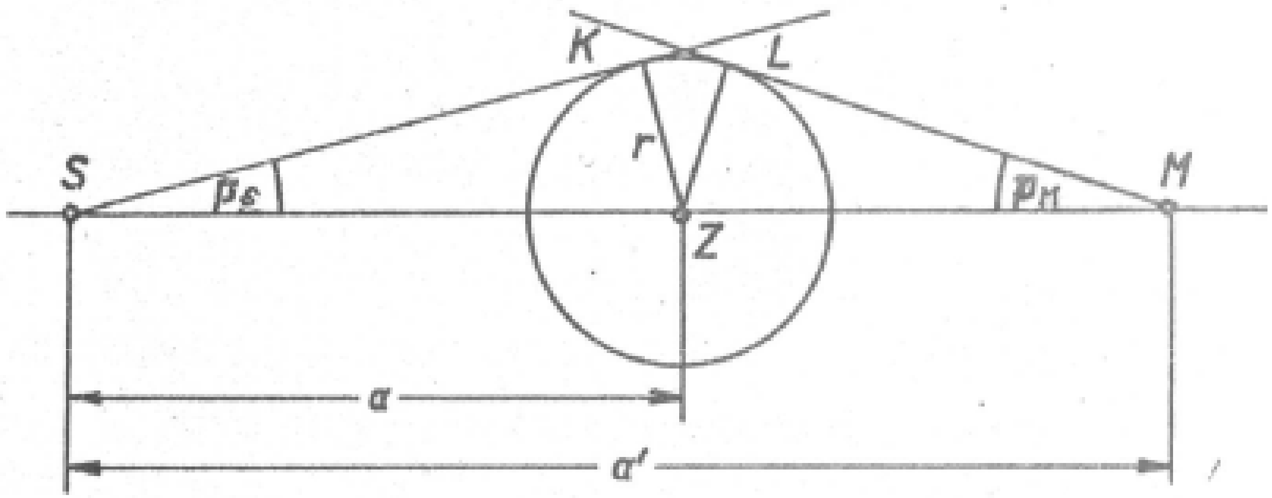


# Určování vzdálenosti Země - Slunce



# Určování vzdálenosti Země - Slunce

Proměření délky poledníku a následné upřesnění zemského poloměru francouzským astronomem a matematikem **Jeanem Picardem (1620 – 1682)** v roce 1671 umožnilo využít v září 1672 velkou opozici Marsu ke stanovení vzdálenosti Země – Slunce. Ze dvou míst na Zemi, z Cayenne ve Francouzské Guayaně francouzský matematik a astronom **Jean Richer (1630 – 1696)** a z Paříže francouzský astronom italského původu **Giovanni Domenico Cassini (1625 – 1712)** astrometricky proměřili polohu Marsu na hvězdném pozadí. Úhlová odchylka mezi zornými přímkami k Marsu z obou míst činila 19″ (viz obr. 12).




**Obr. 12**: Určení hodnoty astronomické jednotky pomocí opozice Marsu

V pravoúhlých trojúhelnících platí vztahy $\sin p_S = \frac{r}{a}$ a $\sin p_M = \frac{r}{a'-a}$. Porovnáním a úpravou obdržíme $\sin p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) \sin p_M$. Paralaxy Slunce a Marsu jsou velmi malé, jejich siny můžeme nahradit přímo úhly v radiánech $p_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right) p_M$. Při znalosti relativních hodnot $a'$ a $a$ pomocí III. Keplerova zákona byla z naměřených hodnot propočítaného úhlu $p_M$ stanovena sluneční paralaxa na 9,5″ a odtud vypočtena hodnota astronomické jednotky na zhruba $1,38 \cdot 10^{11}$ m. Skutečná hodnota astronomické jednotky je $1,496 \cdot 10^{11}$ m.

# Určování vzdálenosti Země - Slunce

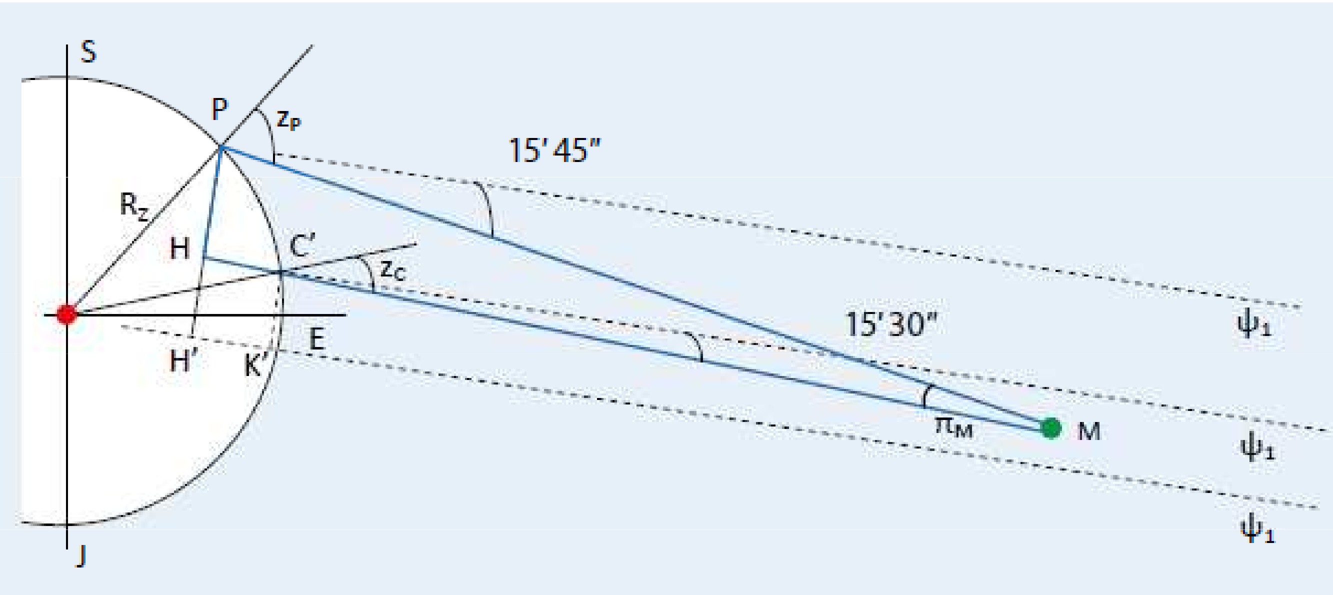
č. 4 Čs. čas. fyz. 66 (2016) 231

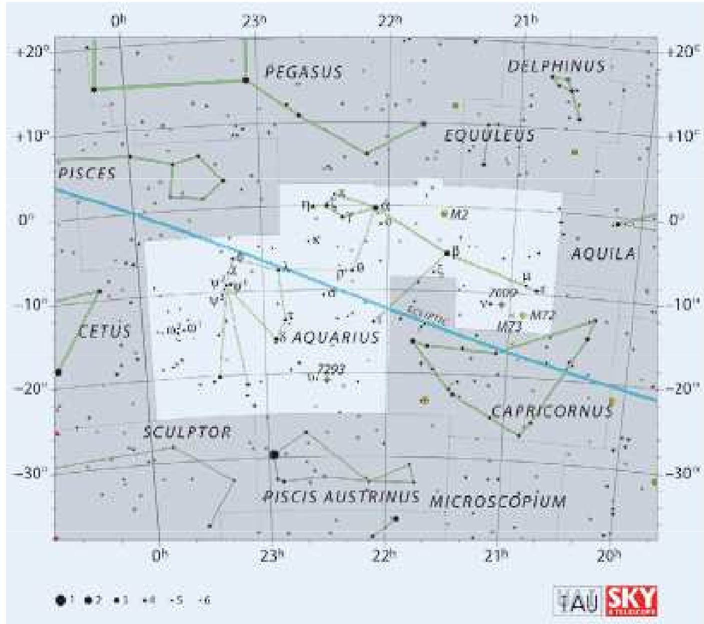
## Kdy byla poprvé určena vzdálenost Země – Slunce?

**Vladimír Štefl**

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity, Kotlářská 2, 611 37 Brno; stefl@physics.muni.cz

# Určování vzdálenosti Země - Slunce




**Obr. 6** Schéma souběžného pozorování Marsu z Paříže a Cayenne podle Toulmonda.

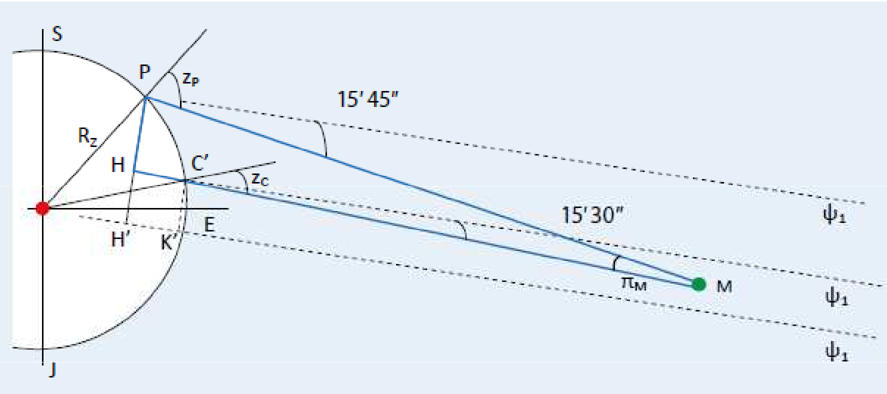
Po dosazení do $PH = R_Z \Delta \sin z = r_{ZM} \pi_M$ obdržel skutečnou paralaxu Marsu

$$\varpi_M = \frac{\pi_M}{\Delta \sin z} = \frac{15''}{0{,}5904} = 25{,}4''.$$

Úhlový průměr kotoučku Marsu byl 24″, denní pohyb planety podle [14] zhruba 16′. Každou hodinu se Mars posunul po obloze o 40″, přibližně dvojnásobek hodnoty paralaktického posuvu. Proto byla nezbytně nutná synchronizace kyvadlových hodin, v Cayenne se vzhledem k pařížským zpožďovaly o 2 minuty 28 sekund za jeden den.

# Určování vzdálenosti Země - Slunce

Princip Cassiniho poledníkové metody zpracování měření popsal Toulmonde v [13], vycházel z obr. 6. Astronomové při pozorování určili úhlové rozdíly – zenitové vzdálenosti mezi Marsem ($M$) a hvězdou $\psi^1$ ze souhvězdí Vodnáře, které činily v Paříži ($P$) 15′45″ a v místě $C'$ Guinejského zálivu ležícím na stejné zeměpisné délce jako Paříž a šířce jako Cayenne 15′30″. Deklinace Marsu k danému datu byla stejná, obdobně jako jeho kulminační výška. Rozdíl zenitových vzdáleností $\sphericalangle PMC'$ byl průběžnou paralaxou Marsu $\pi_M$ = 15″. Je to úhel, pod kterým by byla pozorována z Marsu úsečka $PH = PH' - C'K'$. Její vyjádření je $PH = R_Z \sin z_p - R_Z \sin z_C = R_Z \Delta \sin z$, kde $z_p$, $z_C$ jsou zenitové vzdálenosti Marsu na poledníku $P - C'$, $z_p \approx 60°$ a $z_C \approx 16°$.




**Obr. 6** Schéma souběžného pozorování Marsu z Paříže a Cayenne podle Toulmonda.

Vzdálenost $r_{ZM}$ Marsu od Země Cassini nalezl ze vztahu

$$\varpi_M = \frac{R_Z}{r_{ZM}}.$$

*V. Štefl: Kdy byla poprvé určena vzdálenost Země – Slunce? Čes. čas. fyz. **66** (2016), s. 231.

# Přechod Venuše přes sluneční disk

## EDMOND HALLEY'S FAMOUS ADMONITION of 1716

**PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS VOL. XXIX (1716) A new Method of determining the Parallax of the Sun, or his Distance from the Earth; by Dr. Halley, Sec. R. S. N0 348, p.454. Translated from the Latin.**

---

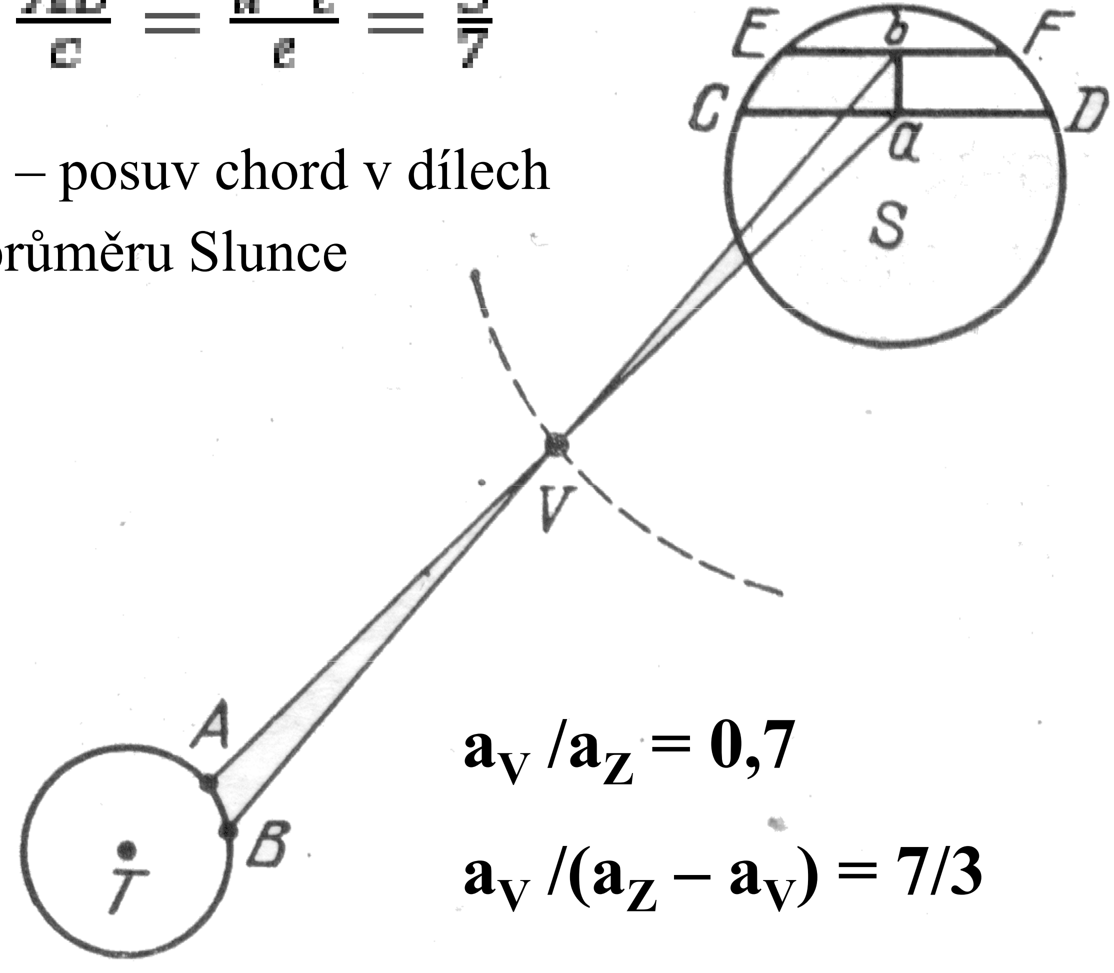
It is well known that this distance of the sun from the earth, is supposed different by different astronomers. Ptolemy and his followers, as also Coper-nicus and Tycho Brahe, have computed it at 1200 semi-diameters of the earth, and Kepler at almost 3500; Riccioli doubles this last distance, and Hevelius makes it only half as much. But at length it was found, on observing by the telescope, Venus and Mercury on the sun's disk, divested of their borrowed light, that the apparent diameters of the planets were much less than hitherto they had been supposed to be; and in particular, that Venus's semi-diameter, seen from the sun, only subtends the fourth part of a minute, or 15 seconds; and that Mercury's sem-diameter, at his mean distance from the sun, is seen under an angle of 10 seconds only, and Saturn's semi-diameter under the same angle; and that the semi-diameter of Jupiter, the largest of all the planets, subtends no more than the third part of a minute at the sun. Whence, by analogy, some modern astronomers conclude that the earth's semi-diameter, seen from the sun, subtends a mean angle, between the greater of Jupiter and the less of Saturn and Mercury, and equal to that of Venus, viz. one of 15 seconds; and consequently, that the distance of the sun from the earth is almost 14,000 semi-diameters of the latter. Another consideration has made these authors enlarge this distance a little more: for since the moon's diameter is rather more than a quarter of the earth's diameter, if the sun's parallax be supposed 15 seconds, the body of the moon would be larger than that of Mercury, viz. a secondary planet larger than a primary one, which seems repugnant to the regular proportion and symmetry

# Halleyova metoda stanovení sluneční paralaxy

**Edmond Halley 1656 - 1742**

$$\frac{AB}{c} = \frac{d-e}{e} = \frac{3}{7}$$

c – posuv chord v dílech průměru Slunce




**vzdálenost ZS…d**
**vzdálenost VS…e  posuv chord v dílech slunečního průměru,  při znalosti úhlových rozměrů Slunce nalezneme d**

$$a_V / a_Z = 0{,}7$$

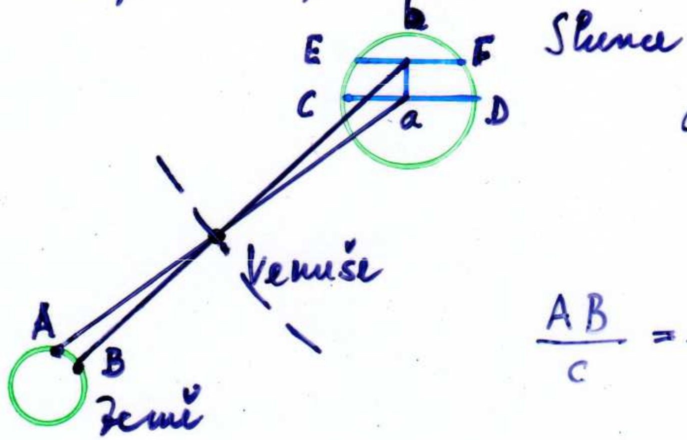
$$a_V / (a_Z - a_V) = 7/3$$

# Určování vzdálenosti Země - Slunce

Edmund Halley (1656 – 1742)

navrhl k určení sl. paralaxy přechod Venuše přes disk Slunce k datu 26. 5. 1761 respektive 3. 6. 176

co nejpřesnější stanovení okamžiků dotyků disků Slunce a planety; rozdíl dává časovou délku ta až 7 hodin, jestliže Venuše prochází přes střed disku.




c… posuv chor… vzdálených pří…

ZS… d

VS… e

$$\frac{AB}{c} = \frac{d-e}{e} = \frac{3}{7}$$

A, B … různé zeměpisné šířky, pro pozorovatele v bodě A Venuše projde po chordě CD, pro pozorovatele v bodě B po EF. $\sphericalangle aVb = \sphericalangle AVB$, při známé vzdálenosti AB lze určit vzdálenosti ZV a ZS

Venuše vhodnější než Merkur!

# Přechod Venuše přes sluneční disk



## Bogini po przejściach

**Jednym z ciekawszych zjawisk astronomicznych w 2004 roku było czerwcowe przejście Wenus przed tarczą Słońca. Nasz artykuł przedstawia astronomiczne aspekty zjawiska i jego znaczenie historyczne, bowiem pozwoliło ono wyznaczyć absolutną odległość Ziemia–Słońce, czyli jednostkę astronomiczną (AU).**

VLADIMÍR ŠTEFL, BRNO
JULIUSZ DOMAŃSKI, TORUŃ

Przejście Wenus przed tarczą Słońca jest dość rzadkim zjawiskiem (tabela 1), na przykład w ubiegłym wieku nie wystąpiło ani razu!

TABELA 1

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 XII 1631 r. | +0,96 | 8 XII 2125 r. | −0,76 |
| 4 XII 1639 r. | −0,54 | 11 VI 2243 r. | −0,73 |
| 6 VI 1761 r. | −0,60 | 9 VI 2255 r. | +0,52 |
| 3 VI 1769 r. | +0,64 | 13 XII 2360 r. | +0,64 |
| 9 XII 1874 r. | +0,85 | 10 XII 2364 r. | −0,86 |
| 6 XII 1882 r. | −0,65 | 12 VI 2490 r. | −0,78 |
| 8 VI 2004 r. | −0,66 | 10 VI 2498 r. | +0,47 |
| 6 VI 2012 r. | +0,59 | 16 XII 2603 r. | +0,53 |
| 11 XII 2117 r. | +0,74 | 13 XII 2611 r. | −0,96 |

Liczby w drugiej i czwartej kolumnie podają najmniejszą odległość między trasą Wenus a centrum Słońca w ułamkach promienia jego tarczy (+ przejście na północnej, – na południowej stronie tarczy). Analizując tabelkę, można zauważyć interwały wynoszące 8, 105,5, 8, 121,5 lat. Rzadkość zjawiska wynika z faktu, że płaszczyzna orbity Wenus jest nachylona do płaszczyzny ekliptyki pod kątem 3,39° i zjawisko może wystąpić tylko wtedy, gdy Wenus w dolnej koniunkcji znajduje się w pobliżu węzła orbity. A ponieważ węzeł przemieszcza się powoli względem punktu równonocy, obserwujemy zauważoną okresowość zjawiska. Ponadto zjawisko nie jest widoczne z całej powierzchni Ziemi.

Jako pierwszy przejście Wenus przed tarczą Słońca przepowiedział na dzień 7 grudnia 1631 r. Johannes Kepler (1571–1630). Jak widać, nie dane mu było sprawdzenie przeprowadzonych obliczeń.

Względne odległości w Układzie Słonecznym znane były od dawna. Wyznaczał je również Mikołaj Kopernik, oczywiście w oparciu o swój model Układu Słonecznego – ramka 1. W tabeli 2 przedstawiamy wyniki uzyskane przez Kopernika w porównaniu z pomiarami współczesnymi.

TABELA 2

| Planeta | Kopernik | Dane współczesne |
|---|---|---|
| Merkury | 0,3959 | 0,3871 |
| Wenus | 0,7193 | 0,7233 |
| Ziemia | 1 | 1 |
| Mars | 1,5198 | 1,5238 |
| Jowisz | 5,5292 | 5,2028 |
| Saturn | 9,3213 | 9,5389 |

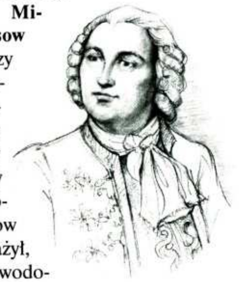




dróg przejścia. Ponad stu astronomów w wielu miejscach obserwowało zjawisko, m.in. w Indiach, Południowej Afryce, Wyspie Św. Heleny i na Syberii. Podstawowym zadaniem astronomów było możliwie dokładne uchwycenie momentów dotyku – wewnętrznych i zewnętrznych kontaktów dysków Słońca i Wenus. Dało to możliwość wyznaczenia czasu przejścia Wenus na tle tarczy słonecznej. Czas ten może wynosić nawet 7 godzin, jeśli Wenus przechodzi blisko średnicy Słońca.

W oparciu o obserwacje z 1761 r. paralaksę Słońca określono jako zawartą w przedziale 8″–10″, natomiast w 1769 r. zawężono do 8″–9″. Późniejsze dokładniejsze opracowanie wyników przez J. Enckego prowadziło do wyniku $\pi = 8{,}57''$ i 1 AU = 153,5 mln km.

W Rosji obserwacje zorganizował **Michał Łomonosow** (rys. obok). Przy pierwszym kontakcie zauważył, że ciemny krążek planety jest otoczony świetlną aureolą. Łomonosow słusznie zauważył, że jest on spowodowany istnieniem atmosfery Wenus, refrakcją w jej górnych warstwach. Trzydzieści lat później istnienie atmosfery Wenus potwierdził Wiliam Herschel.



Przejście Wenus na tle tarczy słonecznej ma też duże znaczenia dla nauczania w szkołach. Wykształcenie odpowiedniego wyobrażenia o odległościach w Układzie Słonecznym (i nie tylko) i sposobach ich wyznaczania jest przecież jednym z głównych celów nauczania fizyki z astronomią.

Pokażmy jedną z metod przedstawienia tego uczniom. Za czasów Halleya było już znane III prawo Keplera $\frac{a^3}{T^2} = \text{const}$, z którego, znając okresy obiegu Wenus $T_W = 225$ dni i Ziemi $T_Z = 365$ dni, znajdziemy $\frac{a_W}{a_Z} = 0{,}7$. Mamy wówczas $\frac{a_W}{a_Z - a_W} = \frac{7}{3}$.

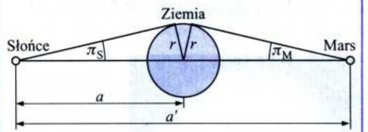
**Ramka 2**

Powtórz obliczenia Cassiniego i wyznacz paralaksę Słońca.

*Rozwiązanie:*
Zgodnie z rysunkiem 3:

$\sin\pi_S = \frac{r}{a}$ oraz $\sin\pi_M = \frac{r}{a' - a}$,

skąd $\sin\pi_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right)\sin\pi_M$.

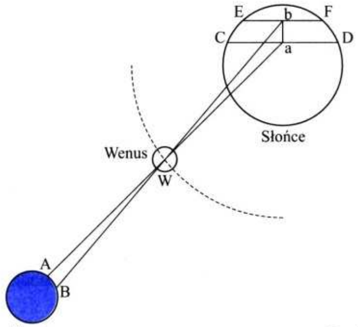



*Rys. 3*

Ponieważ paralaksy Słońca i Marsa są bardzo małe, możemy ich sinusy zastąpić wartościami kątów w mierze łukowej, zatem

$$\pi_S = \left(\frac{a'}{a} - 1\right)\pi_M.$$

Względne odległości planet były znane, więc pomiary Cassiniego i Picarda sprowadzały się do wyznaczenia paralaksy Marsa. Otrzymano $\pi_M = 6{,}25''$ i $\pi_S = 9{,}5''$, skąd odległość Ziemia–Słońce $D = 138$ mln km.




*Rys. 4*

# Přechod Venuše přes sluneční disk

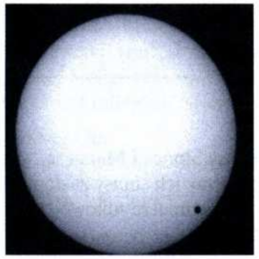


Weźmy dwie miejscowości A i B na Ziemi odległe o 3000 km (rys. 4). Na tarczy Słońca zobaczymy Wenus (widoki z obu miast) na liniach CD i EF, odległych od siebie o

$$3000 \cdot \frac{7}{3} \approx 7000 \text{ km.}$$

Oczywiście $\angle AWB = \angle aWb$. Oszacujmy wielkość tego kąta. Przy odległości Ziemia–Słońce równej ok. 150 mln km:

$$\angle aWb = \frac{7000}{150000000} = 0{,}000047 \approx 10''.$$



Rys. 5. Fot. Tomasz Mrozek http://www.astro.uni.wroc.pl/vt-2004.html

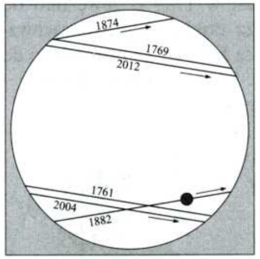
Jest to bardzo mały kąt (równy w przybliżeniu 1/6 średnicy kątowej Wenus), trudny do zmierzenia ale mierzalny. A znajomość tego kąta, jak widać z rysunku, pozwala na obliczenie odległości Ziemia–Wenus i Wenus–Słońce a tym samym odległości Ziemia–Słońce. Ponieważ przy pomiarach tak małych kątów popełniamy dość znaczny błąd, w praktyce postępuje się nieco inaczej. Wartość tego kąta wylicza się z czasów przejścia Wenus przed tarczą Słońca (metoda Halleya) lub czasów tego samego kontaktu (metoda Delisle'a). W obu przypadkach czasy muszą być zmierzone z dwóch (przynajmniej) punktów na Ziemi.

Dziś mamy też znacznie dokładniejsze metody wyznaczania odległości w Układzie Słonecznym (metody radarowe i laserowe). Dały one odległość Ziemia–Słońce równą 1 AU = 149 597 870,691 km.

Zdjęcie Wenus na tle tarczy Słońca zrobione 8 czerwca 2004 r. przedstawia rysunek 5.

Rysunek 6 pokazuje ostatnie przejścia Wenus na tle tarczy Słońca.

Dla tych, którym dopisała pogoda obserwacje były, mamy nadzieję, niezapomnianym przeżyciem. A jeśli je przegapiliśmy (lub nie dopisała pogoda) mamy jeszcze ostatnią szansę na wykonanie obserwacji w 2012 r. Niestety tylko obserwacji Wenus na tle tarczy Słońca, bowiem z terenu Polski możliwe będzie obserwowanie jedynie końcówki zjawiska (a więc niemożliwe będzie wyznaczenie czasu przejścia a tym samym samodzielne




Rys. 6

wyznaczenie odległości Ziemia–Słońce). Pełne przejście będą mogły obserwować nasze praprawnuki w 2247 r.! ❑

Portrety rysowała Paulina Sroczyńska

LITERATURA

- [1] T. Jarzębowski, *Po 122 latach Wenus ponownie na tarczy Słońca*, „Urania–Postępy Astronomii" nr 2/2004.
- [2] J. Domański, V. Štefl, *Astronomia w dziełach Juliusza Verne'a*, „Urania–Postępy Astronomii" nr 3/2003.
- [3] E. Halley, *A New Method of Determining the Parallax of the Sun, or his Distance from the Earth*, „Philosophical Transactions" vol. XXIX, 1716.
- [4] J. Bouška, V. Vanýsek, *Zatmění a zákryty nebeských těles*, NČAV, Praha 1963.
- [5] http://www.vt-2004.org/
- [6] http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/transit/venus0412.html
- [7] http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm



na disku Slunce polohy a, b vzdálené 3 000 x 7/3 = 7 000 km

$\sphericalangle$ AVB = $\sphericalangle$ aVb

velikost hledaného úhlu?

$\sphericalangle$ aVb = 7 000/108 000 000 = 0,000 07 rad = 14“ , tedy ¼ velikosti kotoučku Venuše na disku Slunce, který má při úhlovém průměru Venuše 12 000/45 000 000 = 0,000 27 rad = 56“

měření obtížné, ale realizovatelné

# První určení konečné hodnoty rychlosti světla

# O. Ch. Römer 1644 - 1710

Dánský astronom **Christensen Ole Römer (1644 – 1710)** koncem šedesátých roků sedmnáctého století prováděl dlouhodobá pozorování zákrytů v jeho tehdejší terminologii *prvního měsíce Jupitera* Io. Zjistil zpožďování nástupů zatmění měsíce při vzdalování Země od Jupitera. K zpřesnění údajů se v roce 1671 vypravil Römer na Hven, kde osm měsíců studoval zákryty měsíce Io. Během 2/3 roku získal údaje o více než 100 zákrytech. Připomínáme, že oběžná doba měsíce Io je zhruba 42 hodin. Römer objevil, že časový interval mezi jednotlivými zákryty je proměnný, závisící na poloze Země na oběžné dráze kolem Slunce. Byl kratší, jestliže se Země přibližovala k Jupiteru a delší při vzdalování. Na základě analýzy výsledků Römer po návratu do Paříže předpověděl další zákryt měsíce Io na 9. listopadu 1676 v 5 hod 35 minut 45 sekund večer. Pozorovaný jev však proběhl o 10 minut později oproti předpovědi. Výklad zpoždění Römer podal v publikaci *Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer* česky *Vysvětlení týkající se objevené rychlosti světla podle Römera*.

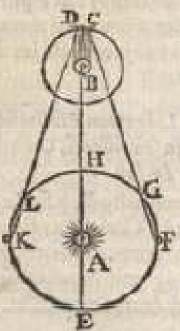
# První určení konečné hodnoty rychlosti světla

"Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Roemer de l'Académie des sciences", *Journal des Sçavans* du lundi 7 décembre 1676, pp. 276-279.



*Demonstration touchant le mouvement de la lumiere trouvé par M. Römer de l'Academie Royale des Sciences.*

IL y a long-temps que les Philosophes sont en peine de decider par quelque experience, si l'action de la lumiere se porte dans un instant à quelque distance que ce soit, ou si elle demande du temps. Mr. Römer de l'Academie Royale des Sciences s'est avisé d'un moyen tiré des observations du premier satellite de Jupiter, par lequel il démontre que pour une distance d'environ 3000 lieuës, telle qu'est à peu prés la grandeur du diametre de la terre, la lumiere n'a pas besoin d'une seconde de temps.




Soit A le Soleil, B Jupiter, C le premier Satellite qui entre dans l'ombre de Jupiter pour en sortir en D, & soit EFGHKL la Terre placée à diverses distances de Jupiter.

Or supposé que la terre estant en L vers la seconde Quadrature de Jupiter, ait veu le premier Satellite, lors de son émersion ou sortie de l'ombre en D; & qu'en suite environ 42. heures & demie aprés, sçavoir aprés une revolution de ce Satellite, la terre se trouvant



en K, le voye de retour en D: Il est manifeste que si la lumiere demande du temps pour traverser l'intervalle LK, le Satellite sera veu plus tard de retour en D, qu'il n'auroit esté si la terre estoit demeurée en K, de sorte que la revolution de ce Satellite, ainsi observée par les Emersions, sera retardée d'autant de temps que la lumiere en aura employé à passer de L en K, & qu'au contraire dans l'autre Quadrature FG, où la terre en s'approchant, va au devant de la lumiere, les revolutions des Immersions paroistront autant accourcies, que celles des Emersions avoient paru alongées. Et parce qu'en 42 heures & demy, que le Satellite employe à peu prés à faire chaque revolution, la distance entre la Terre & Jupiter dans l'un & l'autre Quadrature varie tout au moins de 210 diametres de la Terre, il s'ensuit que si pour la valeur de chaque diametre de la Terre, il faloit une seconde de temps, la lumiere employeroit $3\frac{1}{2}$ min. pour chacun des intervalles GF, KL, ce qui causeroit une difference de prés d'un demy quart d'heure entre deux revolutions du premier Satellite, dont l'une auroit esté observée en FG, & l'autre en KL, au lieu qu'on n'y remarque aucune difference sensible.

Il ne s'ensuit pas pourtant que la lumiere ne demande aucun temps: car aprés avoir examiné la chose de plus prés, il a trouvé que ce qui n'étoit pas sensible en deux revolutions, devenoit tres considerable à l'égard





de plusieurs prises ensemble, & que par exemple 40 revolutions observées du costé F, estoient sensiblement plus courtes, que 40 autres observées de l'autre côté en quelque endroit du Zodiaque que Jupiter se soit rencontré; & ce à raison de 22 pour tout l'intervalle HE, qui est le double de celuy qu'il y a d'icy au soleil.

La necessité de cette nouvelle Equation du retardement de la lumiere, est établie par toutes les observations qui ont esté faites à l'Academie Royale, & à l'Observatoire depuis 8 ans, & nouvellement elle a esté confirmée par l'Emersion du premier Satellite observée à Paris le 9 Novembre dernier à 5 h. 35'. 45". du soir, 10 minutes plus tard qu'on ne l'eût deû attendre, en la déduisant de celles qui avoient esté observées au mois d'Aoust, lors que la terre estoit beaucoup plus proché de Jupiter; ce que Mr. Römer avoit predit à l'Academie dés le commencement de Septembre.

Mais pour oster tout lieu de douter que cette inégalité soit causée par le retardement de la lumiere, il demontre qu'elle ne peut venir d'aucune excentricité, ou autre cause de celles qu'on apporte ordinairement, pour expliquer les irregularitez de la Lune & des autres Planetes: bien que neanmoins il se soit apperceu que le premier Satellite de Jupiter estoit excentrique, & que dailleurs ses revolutions estoient avancées ou retardées à mesure



sure que Jupiter s'approchoit ou s'éloignoit du soleil, & même que les revolutions du premier Mobile estoient inégales; sans toutesfois que ces trois dernieres causes d'inégalité empêchent que la premiere ne soit manifeste.

*Pharmacopée Royale Galenique & Chymique par Moyse Charas Apoticaire Artiste du Roy en son Jardin Royal des Plantes. In 4.* A Paris chez l'Autheur, ruë des Boucheries, Faux-bourg S. Germain, aux Viperes d'or.

L'Abondance & la bonté des remedes dont cet auteur a rempli son livre peut rendre aux étrangers avec usure ce que nous avions emprunté de leurs ouvrages, n'en ayant point eu jusqu'à present en France sur cette matiere d'une aussi grande étenduë que celuy-cy. Il comprend l'une & l'autre Pharmacie dont l'union est si necessaire pour le choix, la preparation, l'usage & la mixtion des medicamens tant suivant le sentiment des anciens, ce que la Pharmacie Galenique enseigne, que suivant ce que les Modernes nous ont appris par leurs nouvelles découvertes dans la Chymie.

Comme l'une & l'autre de ces Pharmacies reconnoit les vegetaux, les animaux, & les mineraux pour la matiere sur laquelle elle doit fonder ses operations, & dont chacune prepare des remedes propres pour le sou-

# První určení konečné hodnoty rychlosti světla

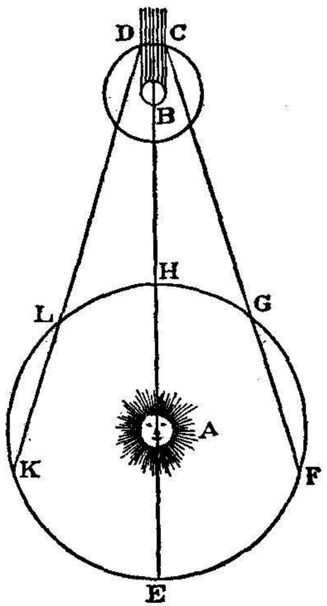



Fig. 70.

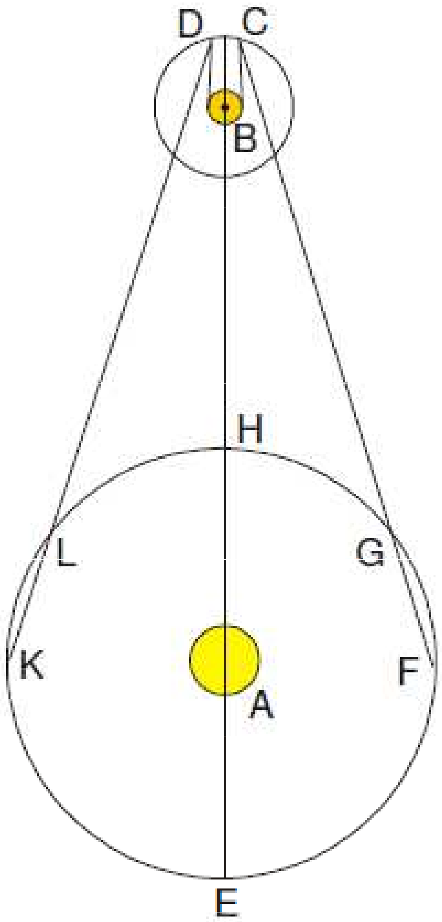
## *Römerův text*

Text uvádí: *Je to již dávno, co se filozofové odhodlali provést několik pokusů, zda světlo dorazí do určité vzdálenosti okamžitě, či zda k tomu potřebuje čas. Pan Römer z Královské akademie přišel na způsob využití pozorování prvního měsíce Jupitera, jímž dokazuje, že k překonání vzdálenosti asi 3 000 mil, což je asi velikost průměru Země, světlo nepotřebuje více než sekundu.*

*A jako Slunce, B jako Jupiter, C jako stín prvního měsíce Jupitera, který vstupuje do jeho stínu, aby ho opustil v bodě D a EFGHKL jako Země v různé vzdálenosti od Jupitera. Tedy předpokládejme, že Země se nachází v bodě L proti druhé kvadratuře Jupitera, pak je vidět měsíc během vynořování ze stínu Jupitera v bodě D.*

*Po asi 42 a půl hodinách po jednom oběhu tohoto měsíce víme, že Země se nachází v bodě K se stálým výhledem na bod D. To ukazuje, že jestliže světlo potřebuje čas k překonání vzdálenosti*

# První určení konečné hodnoty rychlosti světla Römer




Pohled na obrázek je ze severního pólu sluneční soustavy, proto je směr pohybu Země a Io proti směru hodinových ručiček. Zákryty, přesněji vstupy či výstupy, Io ze stínu Jupitera nastávají periodicky. Během období, kdy se Země k Jupiteru přibližuje, jsou pozorovatelné pouze vstupy. Výstupy Io ze stínu jsou zakryty kotoučem Jupitera. V případě, že se Země od Jupitera vzdaluje, jsou pozorovatelné pouze výstupy[4].

Když se Země pohybuje směrem k opozici (bod H), vstupy nastávají s předstihem, než je oběžná doba Io, směrem ke konjunkci (bod E) se výstupy zpožďují. Správné vysvětlení je, že světlo buď Zemi dohání, nebo Země světlu předchází.

To je zřejmé u bodů L a K. Když v bodě L naměříme přesný čas výstupu Io a to samé provedeme v bodě K, kam Země za nějaký čas dorazí, měli bychom z rozdílu těchto časů získat hodnotu, která je násobkem synodické periody Io. Zjistíme ale, že získaný rozdíl je o něco delší. Přebytek by měl být roven času, který světlo potřebuje, aby urazilo vzdálenost mezi body L a K. Pro určení odchylky je tedy nezbytné znát přesnou synodickou periodu měsíce.

# První určení konečné hodnoty rychlosti světla
# Römer

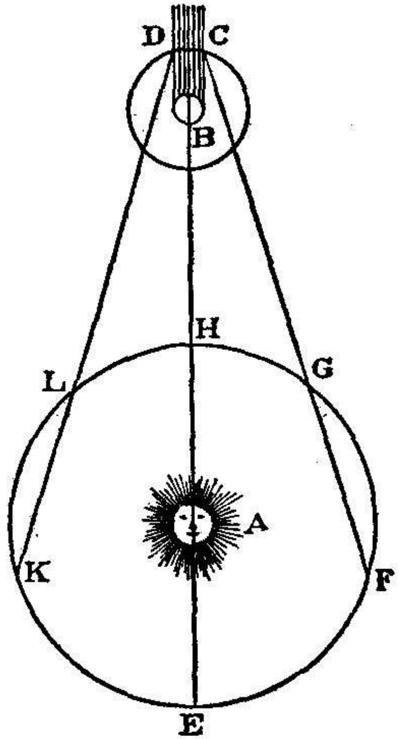



FIG. 70.

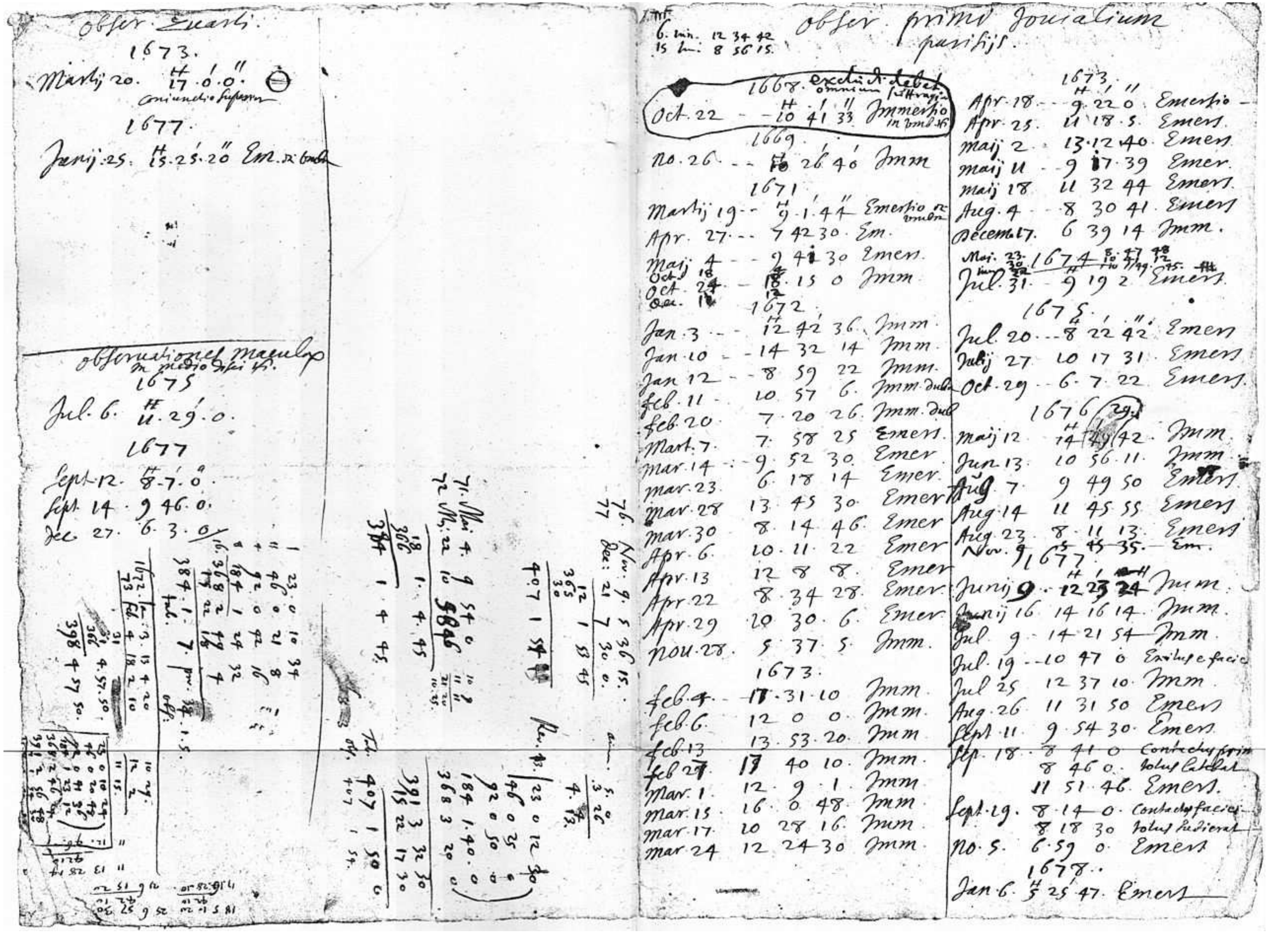
Z časových údajů Römera byla později stanovena hodnota rychlosti světla
215 000 km.s$^{-1}$
diskuse nepřesností …

Správný výklad lze podat následovně:

V poloze K při vzdalování Země od Jupitera je doba $T'$ mezi dvěma po sobě následujícími zatměními měsíce Io větší než skutečná oběžná doba $T_0$, $T' = T_0 + \Delta t$, kde $\Delta t$ je doba, kterou potřebuje světlo na uražení dráhy proběhnuté Zemí při jejím oběhu za dobu $T_0$. Platí $\Delta t = T_0 \frac{v}{c}$ a tedy $T' = T_0 + \frac{v}{c} T_0$.

V poloze F se Země přibližuje k Jupiteru, doba mezi dvěma zatměními $T''$ je menší než skutečná doba $T_0$, obdržíme $T'' = T_0 - \frac{v}{c} T_0$. Z rovnic pro $T'$ a $T''$ po úpravě dostaneme $c = \frac{T' + T''}{T' - T''} v$. Při znalosti doby mezi zatměními $T'$ a $T''$ a z rychlosti pohybu Země kolem Slunce $v$ lze stanovit rychlost světla $c$.

# Römerovy záznamy pozorování



# Předchůdci Newtona

**Johannes Kepler -** ***Nová astronomie 1609, Harmonia světa 1619***
síla pohybující planetami musí vycházet ze Slunce, podstata magnetická, nepřímo úměrná na vzdálenosti

**Evangelista Torricelli 1608 - 1647**
planety se odklání od přímočarého pohybu silou, směřující ke středu Slunce r. 1644

**Ismael Boulliau 1605 - 1694**, r. 1645, $F \sim {}^{1}/_{r^2}$

**Giovanni Alfonso Borelli 1608 - 1679**
kromě síly přitažlivosti, která závisí na vzdálenosti, na každou planetu působí ještě i odstředivá síla, jejíž velikost závisí na rychlosti pohybu planet, Obě tyto síly jsou v rovnováze, což určuje eliptickou dráhu planety

**Christian Huygens** ***Kyvadlové hodiny r. 1673…***

# Isaac Newton 1643 - 1727

***životopis***

narozen 25. prosince 1642 podle *juliánského kalendáře*, tedy 4.ledna 1643 podle *gregoriánského kalendáře*

1665 bakalář

1665-66, 25 letý - rozklad bílého světla a jeho složení

od r. 1669 lucasovská profesura v Cambridge pro matematiku a fyziku, nesměl se zabývat církevními aktivitami, později po odchodu psal teologické a alchymistické spisy

r. 1696 opustil učitelské místo v Cambridge, přešel do Londýna

od r. 1700 správcem mincovny, r. 1703 prezident Královské společnosti

r. 1705 povýšen do šlechtického stavu

# Newtonovy spisy

***O pohybu 1684***

***Teorie světla a barev 1675***

***Matematické principy přírodní filozofie 1687***

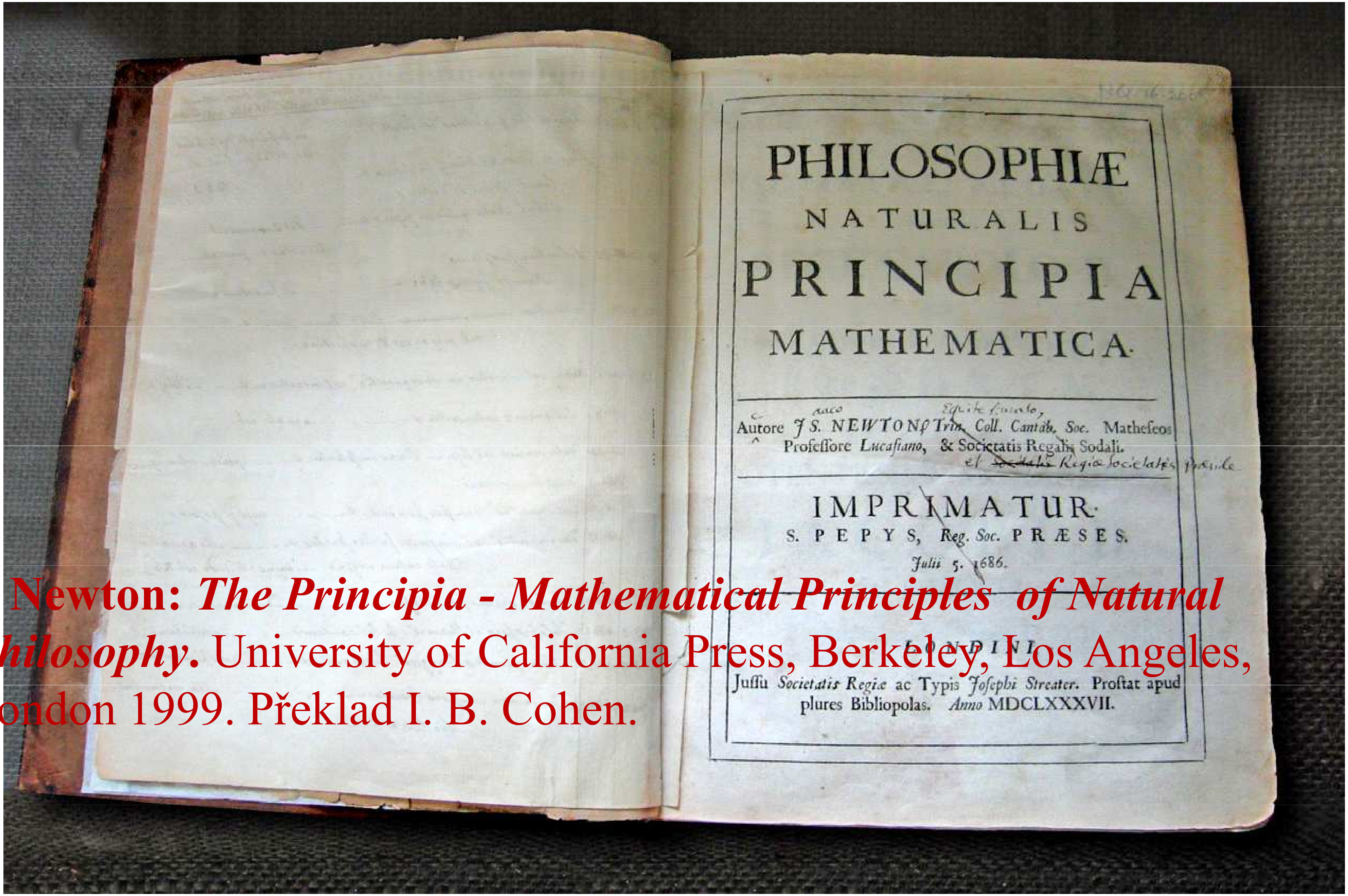
***Optika 1704***

***O analýze užívající rovnic s nekonečně mnoha členy 1711***

***Metoda fluxí a nekonečných řad 1736***

***pohybové zákony, gravitační zákon, rozklad světla, diferenciální a integrální počet***

# Matematické principy přírodní filozofie 1687




**I. Newton: *The Principia - Mathematical Principles of Natural Philosophy*.** University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London 1999. Překlad I. B. Cohen.

# Matematické principy přírodní filozofie 1687, 1713, 1726

tři knihy

**I. kniha - O pohybu těles**

*dynamika pohybu hmotného bodu, tuhých těles, pohybu těles v poli centrálních sil*

Kapitoly – O určování eliptických, parabolických, hyperbolických drah při daném ohnisku kuželoseček,
O přitažlivost kulových těles (důkaz slupkového teorému)

**II. kniha - O pohybu těles**

*hydrodynamika, hydrostatika, vlnění, zákony pohybu těles v určitém prostředí*

kritika Descartovy teorie vírů

# Matematické principy přírodní filozofie

# Principia

## I. kniha, Pohybové zákony

I. *Každé těleso setrvává ve svém stavu klidu nebo rovnoměrného přímočarého pohybu, dokud není vtištěnými silami donuceno tento svůj stav změnit.*

II. *Změna pohybu je úměrná hybné vtištěné síle a nastává podél přímky, v níž ona síla působí*.

III. *Proti každé akci působí stejná reakce; jinak: vzájemná působení dvou těles jsou vždy stejně velká a míří na opačné strany.*

# Principia - gravitační zákon

**III. kniha - O světové soustavě**

V jevech Newton uvádí Keplerovy zákony, jejich aplikaci na pohyb Jupiteru, Saturnu a jejich měsíců.

**Ve větě IV. zkoumá pohyb Měsíce** kolem barycentra soustavy Země-Měsíc a dokazuje, že tíha na povrchu Země a pohyb Měsíce jsou podmíněny stejnou silou.

Na základě studia pohybu měsíců kolem Jupiteru a Saturnu vyvodil závěry:

1. Přitažlivost existuje na všech planetách
2. Přitažlivost směřuje k libovolné planetě, je nepřímo úměrná čtverci vzdálenosti zkoumaných bodů od jejího středu
3. Všechny planety se vzájemně přitahují

„***Přitažlivost existuje všeobecně u všech těles úměrně hmotám každého z nich.***“

# Principia - gravitační zákon

## III. kniha - O světové soustavě

IV. věta

**pohyb Měsíce**

Měsíc kolem Země, dostředivé zrychlení

$$a = \frac{v^2}{r}$$

p ... oběžná doba, dráha $2\pi r$,

pak $v = \frac{2\pi r}{p}$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{4\pi^2 r}{p^2} = 0{,}00272 \text{ ms}^{-2}$$

kde jsme položili $p = 27{,}3$ dne

$r = 60 R_{\oplus}$

zrychlení ve vzdálenosti Měsíce

$$a' = \frac{g}{r'^2} = 0{,}00272 \text{ ms}^{-2}$$

$r'$ ... v relativních jednotkách

# Principia - gravitační zákon

**zřejmě znal již r. 1665, proč dvacetileté zdržení?**

1. Neznalost důkazu, že gravitační pole Země je stejné jako gravitační pole částice o hmotnosti rovné hmotnosti Země nacházející se v jejím středu (středově souměrné rozložení hmotnosti)
2. Neznalost přesných vzdáleností ve Sluneční soustavě a rozměrů Země - stanovení sluneční paralaxy r. 1672, její různé hodnoty ve třech vydáních Principií…
3. Nechuť Newtona publikovat

Dále Newton určil pomocí upřesněného III. Keplerova zákona relativní hmotnosti planet, např. Jupiteru … 1/1067 $M_S$

# Jupiterovy měsíce - pozorování

*Satellitum tempora periodica.*

1d. 18h. 28' $\frac{3}{5}$. 3d. 13h. 17' $\frac{9}{10}$. 7d. 3h. 59' $\frac{3}{5}$. 16d. 18h. 5' $\frac{1}{5}$.

*Distantiæ Satellitum à centro Jovis.*

| *Ex Observationibus* | 1. | 2 | 3 | 4 | |
|---|---|---|---|---|---|
| Cassini | 5. | 8. | 13. | 23. | |
| Borelli | 5 $\frac{2}{3}$. | 8 $\frac{2}{3}$. | 14. | 24 $\frac{2}{3}$. | |
| Tounlei *per Micromet-* | 5,51. | 8,78. | 13,47. | 24,72. | Semidiam. |
| Flamstedii *per Microm.* | 5,31. | 8,85. | 13,98. | 24,23. | Jovis. |
| Flamst. *per Eclips. Satel.* | 5,578. | 8,876. | 14,159. | 24,903. | |
| *Ex temporibus periodicis.* | 5,578. | 8,878. | 14,168. | 24,968. | |

Hypoth. VI. *Planetas quinque primarios Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum Orbibus suis Solem cingere.*

# Upřesnění III. Keplerova zákona

III. Keplerův zákon v přesném znění

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{P_1^2}{P_2^2} \cdot \frac{\mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2}{\mathcal{M}_3 + \mathcal{M}_4}$$

$\mathcal{M} \ldots \mathcal{M}_\odot$
$a \ldots$ A.U
$P \ldots$ roky

Určení hmotnosti Jupitera pomocí Kallista

$$\frac{a_1^3}{P_1^2} = \mathcal{M}_S \overset{\gg}{+} \mathcal{M}_Z$$

$$\frac{a_2^3}{P_2^2} = \mathcal{M}_J \overset{\gg}{+} \mathcal{M}_K$$

$$\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 \doteq \mathcal{M}_J$$

Pro Kallisto:

$$\frac{a_2}{a_1} = 0{,}012585 \qquad \frac{P_1}{P_2} = 21{,}886$$

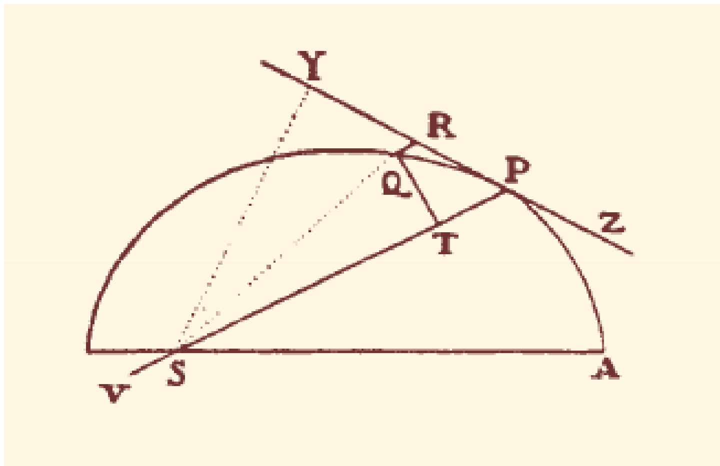
$$\mathcal{M}_J = 0{,}00095476\ \mathcal{M}_S$$

$$\frac{1}{1047}\,\mathcal{M}_S$$

# *Principia* problém dvou těles

Těleso $P$ (Newton takto označoval rovněž i bod) obíhalo kolem středu $S$, opisovalo křivku $APQ$, které se dotýkala v bodě $P$ tečna $ZPR$. Zavedl kolmici k průvodiči $SP$ vyznačenou $QT$. Na těleso $P$ působila síla směřující podél přímky $SP$, závisela pouze na vzdálenosti od $S$. Pohybující se těleso $P$ by v její nepřítomnosti pokračovalo přímočarým pohybem z $P$ do $R$. Tudíž v bodě $R$ by se nacházelo tehdy, jestliže by na něj nepůsobila žádná síla. Z bodu $Q$ blízkého k $P$ vedl přímku $QR // SP$, která protínala tečnu v $R$. Čím více se v limitním přiblížení $P \rightarrow Q$, tím lépe byl předpoklad $QR // SP$ naplňován. Vzdálenost obíhajícího tělesa od tečny ve směru k $S$ v průběhu časového intervalu byla $QR$. Její velikostí poměřoval Newton velikost působící síly, odchylka $QR$ byla úměrná síle směřující k $S$ a čtverci času, nezbytnému k pohybu od $P$ do $Q$. Čas byl úměrný ploše $\Delta a$ (vymezené body $SQP$), kterou vyjádřil prostřednictvím základny $SP$ a výšky $QT$. V prvním až pátém důsledku šestého tvrzení Newton postupně odvodil vztah pro centrální sílu, která byla nepřímo úměrná $(SP^2 x\, QT^2)/(QR)$, jestliže v limitní úvaze se bod $P$ přiblížil ke $Q$. Pro sílu obdržel $F \sim (QR)/(SP^2 x\, QT^2)$, (síla ~ vzdálenost/čtverec času),

V. Štefl: Zákony pohybu planet od Keplera po Newtona.
Čes. čas. fyz. **71** (2021), s. 378.




**Obr. 10** Geometrický obrázek pro odvození závislosti centrální síly na vzdálenosti.

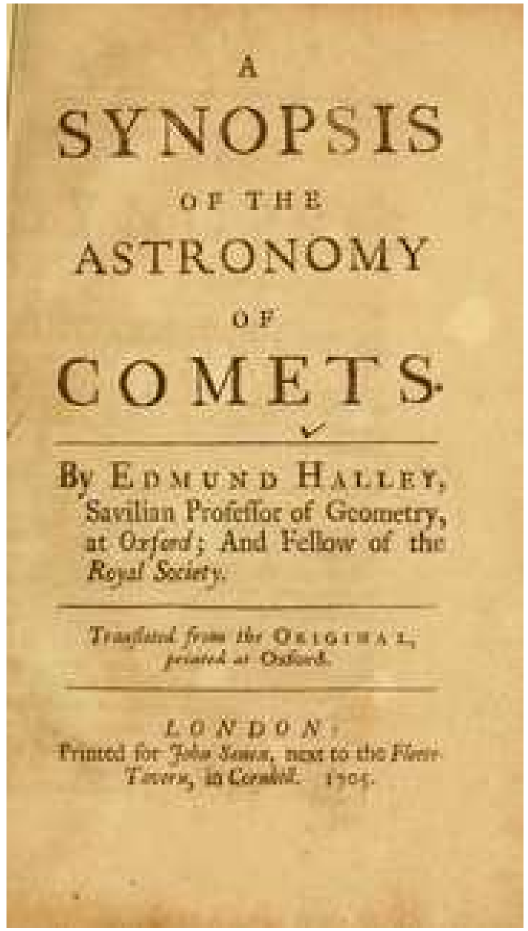
# Určení dráhy komety - problém dvou těles

Newton rozpracoval metodu určování parametrů dráhy komety na základě tří pozorování. Řešení je vedeno **grafickými konstrukcemi,** tři pozorování určují směry na kometu ve třech polohách Země. Sestrojil projekci těchto směrů na rovinu ekliptiky, zvolil polohu komety ve středním směru a zkoumal v projekci na ekliptiku **rádius vektor komety** v druhém pozorování a tětivu mezi první a třetí polohou komety. Aproximativně a nesprávně předpokládal, že průsečík rádiusu vektoru a tětivy se pohybuje po tětivě konst. rychlostí, což neodpovídá skutečnosti. Výklad v Principiích je veden prostřednictvím **euklidovské syntetické geometrie,** což je velmi obtížné až nesrozumitelné.

***Diferenciální počet a integrální počet v Principiích není použit.***

# Určení dráhy komety - problém dvou těles

gravitační zákon použit na řešení problému dvou těles, pohybu po kuželosečkové dráze. Newton stanovil původně chybně parabolickou dráhu komety, což neodpovídalo skutečnosti, dráha je eliptická




**Edmund Halley 1656 - 1742**
astronom, přítel a sponzor Newtona, použil jeho metodu na výpočet drah 24 komet, předpověděl návrat periodické komety z let 1531, 1607, 1682 - podobné dráhy, spis **1705**, předpověděl její návrat 1758 - 1759

**Charles Messier 1730 - 1817** francouzský lovec komet, v lednu 1759 ji pozoroval, **Messierův katalog**

# Pohyb Měsíce - Principia

č. 2 ❮ Čs. čas. fyz. 59 (2009) ❯ 89

## Historie výkladu pohybu Měsíce od Hipparcha k Newtonovi

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta MU, Kotlářská 2, 611 37 Brno

č. 1 ■ Čs. čas. fyz. 61 (2011) ■ 39

## Historie výkladu statické teorie slapů na Zemi

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky, Přírodovědecká fakulta MU, Kotlářská 2, 611 37 Brno

# Mikuláš Koperník 1473 - 1543

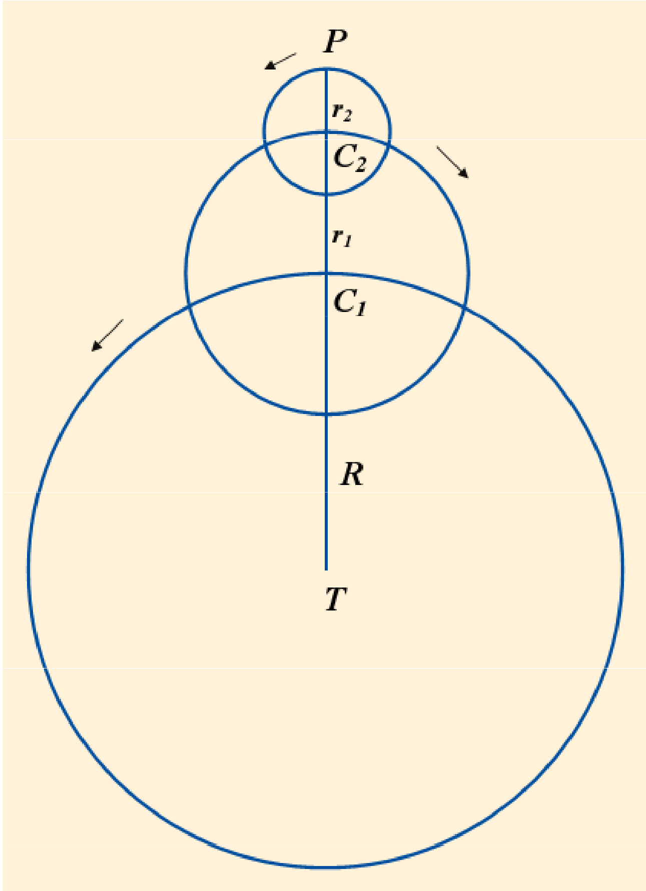
* **nový model pohybu,** vycházející z myšlenek

**Ibn - al - Šátira 1304 - 1376**

**poměr poloměrů epicyklů**
**1 097 : 237 = 4,63 : 1**

střed malého epicyklu obíhá po kružnici prvního epicyklu s 2krát větší úhlovou rychlostí

**změna poměru vzdáleností v apogeu a perigeu 4 : 3**



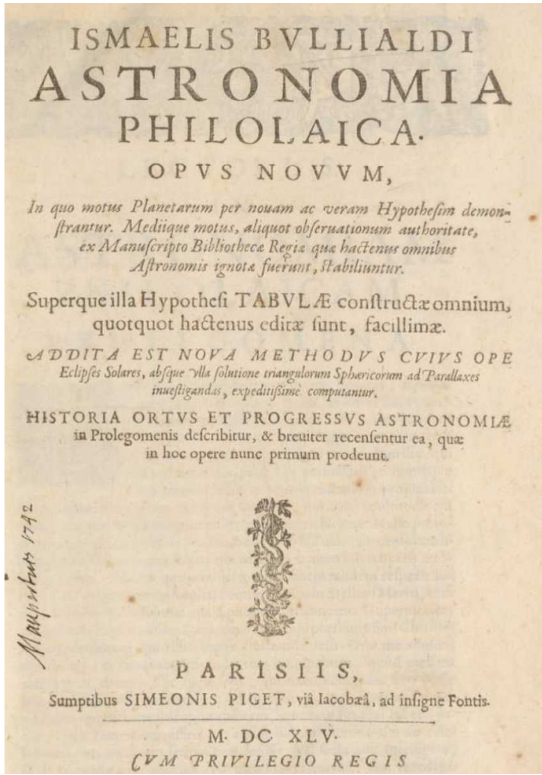

* **Nicolai Copernici Torinensis De Revolutionibus Orbium coelestium Libri sex**
**Mikuláše Koperníka Toruňského šest knih o obězích nebeských sfér**

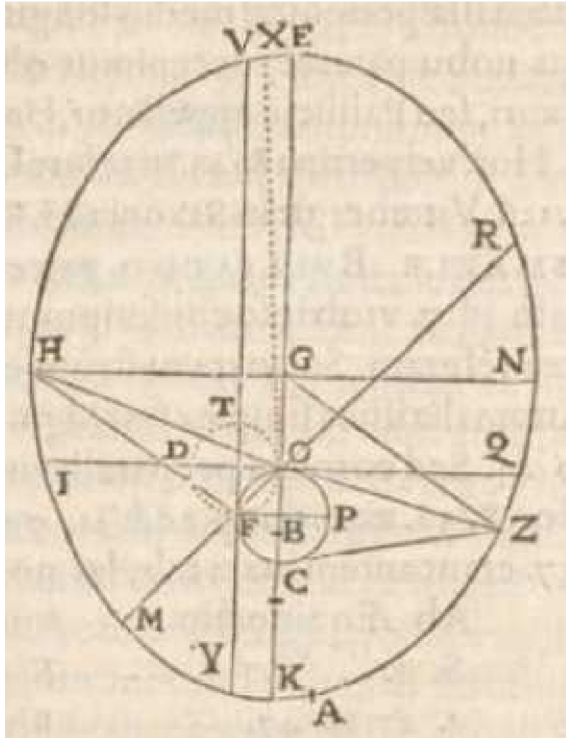
# Mikuláš Koperník Oběhy - evekce Měsíce

Druhý epicykl k výklad evekce, viz **Oběhy** kniha čtvrtá, kapitola osmá a devátá.
Osmá kapitola: ***O druhé nerovnosti Měsíce a vztahu prvního epicyklu k druhému*** prezentována evekce prostřednictvím rozdílu mezi střední a pozorovanou polohou Měsíce v blízkosti jeho kvadratury, smysl zavedení evekce - nepravidelnosti v rychlosti pohybu Měsíce kolem středu prvního epicyklu především v blízkosti apogea, kdy rychlost jeho anomálie narůstá. Koperník - pochopení nerovnoměrného pohybu Měsíce po prvním epicyklu.

Deváté kapitola: ***O poslední nerovnosti, při které se Měsíc pohybuje zdánlivě nerovnoměrně od horní apsidy epicyklu*** „*největší rozdíl nastává, když se zakřivuje* (myšleno Měsíc) *do srpu nebo hrbu, anebo když je v polovičním úplňku*." Zdůvodnění konstrukce druhého epicyklu, výpočet z trigonometrických úvah - poměr velikostí deferentu a prvního a druhého epicyklu. Teorii i numericky, v Obězích tabulky poloh Měsíce.

# Ismael Boulliau 1605 - 1694



ISMAELIS BVLLIALDI
ASTRONOMIA
PHILOLAICA.
OPVS NOVVM,
*In quo motus Planetarum per nouam ac veram Hypothesim demonstrantur. Mediique motus, aliquot obseruationum authoritate, ex Manuscripto Bibliothecæ Regiæ quæ hactenus omnibus Astronomis ignota fuerunt, stabiliuntur.*
Superque illa Hypothesi TABVLÆ constructæ omnium, quotquot hactenus editæ sunt, facillimæ.
*ADDITA EST NOVA METHODVS CVIVS OPE Eclipses Solares, absque vlla solutione triangulorum Sphæricorum ad Parallaxes inuestigandas, expeditissimè computantur.*
HISTORIA ORTVS ET PROGRESSVS ASTRONOMIÆ in Prolegomenis describitur, & breuiter recensentur ea, quæ in hoc opere nunc primum prodeunt.
PARISIIS,
Sumptibus SIMEONIS PIGET, viâ Iacobæâ, ad insigne Fontis.
M. DC XLV.
*CVM PRIVILEGIO REGIS.*





kniha III., výklad nerovností Měsíce, např. s. 172 : *evection*, *evekce*,
z latinského eveho - navyšovat, zvětšovat, *termín* - Ismael Bouillau *

I. Bouillau: *Astronomia Philolaica.* Sumptibus Simeonis Piget,
Paris 1645.

# Ismael Boulliau - Astronomia Philolaica

Quamuis Ptolemæus hanc variationem non introduxerit, neque peruiderit illius reuolutionem: ſenſit tamen ex obſeruationibus, περὶ τὰς μηνοειδεῖς, καὶ ἀμφικύρτους ἀποστάσεις, hoc eſt in punctis intermediis inter ſyzygias, & dichotomias, Lunæ motum aliquam inæqualitatem nouam pati. Adſumpſit, quam vocat ἐπικύκλου πρόσνευσιν, propter quam Apogæum Lunæ verum, à medio extra ſyzygias ſemper diuellitur. Quæ hypotheſis tamen Æquationem Epicycli, cuius reuolutio Periodica eſt, tantum immutat. Rectè ſanè animaduertit Ptolemæus motus diuerſitatem, ſed Periodum illius, atque principium perperam ſtatuit. Cùm enim ex Synodica Reuolutione diuerſitas illa ortum habeat, non debuerat Ptolemæus alligare cum motu Periodico. Hinc enim fit quandoque, vt maiorem æquationem adiectiuam faciat, cùm imminuere debet, & è contra. Illa enim Epicycli πρόσνευσις facit, vt, dum in superiori parte Eccentrici centrum Epicycli Lunæ verſatur

Hæc latitudinis inæqualitas, & orbitæ Lunaris libratio conſequi videtur Euectionem illam Lunæ dum à motu annuo transfertur, & per ſyzygias bis redit. Fit itaque hac lege, vt emota Lunæ Ellipſi, pars Borea in Boream magis attollatur, à ſyzygiis enim ad quadraturas angulus obliquitatis orbitæ Lunæ ſuper Zodiaco ſemper augetur, & ab illis ad ſyzy-

kniha III, str. 172, výklad nerovností Měsíce,

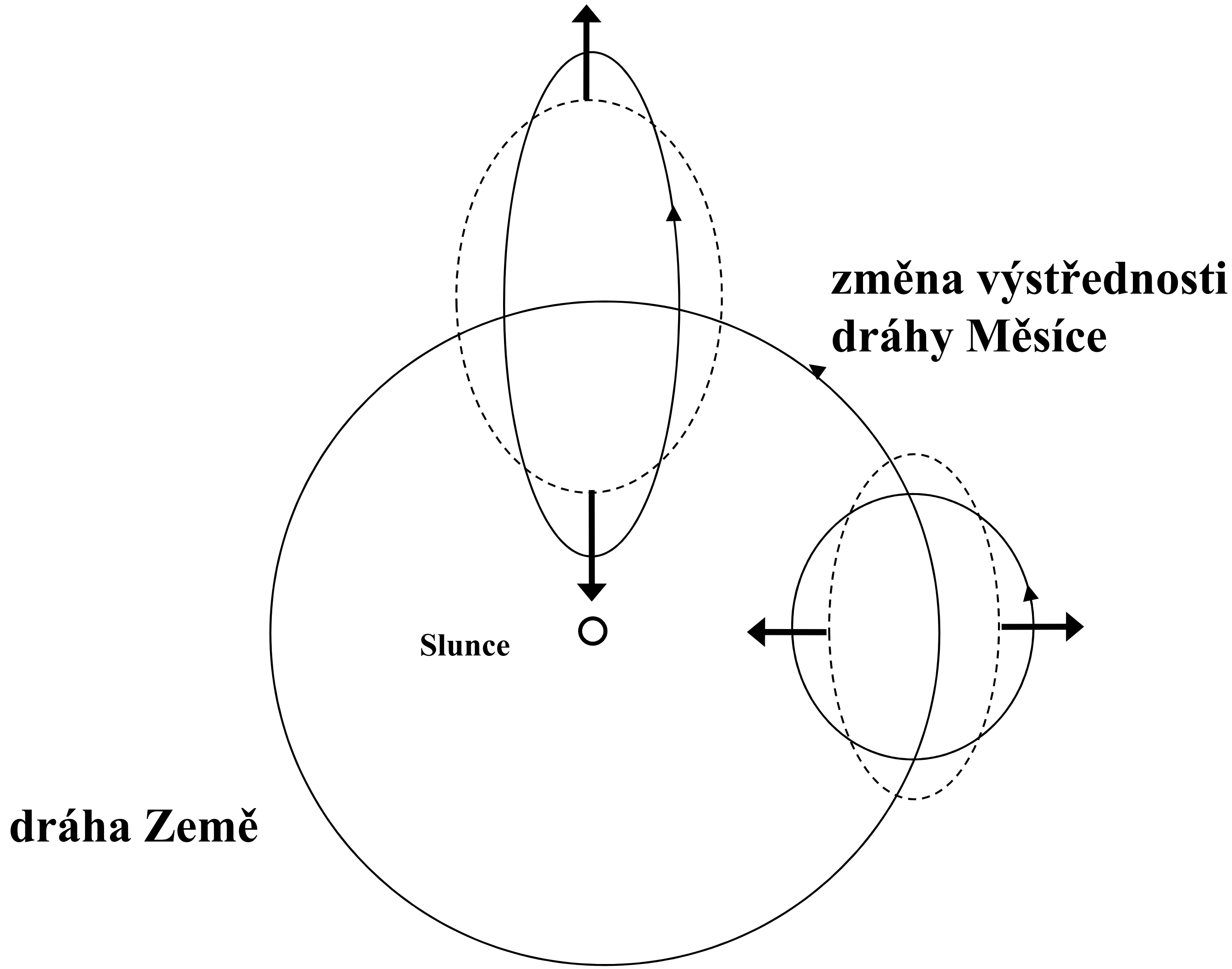
I. Bouillau: *Astronomia Philolaica.* Sumptibus Simeonis Piget, Paris 1645.

# Principia, kniha III. evekce Měsíce

**Rozdílné gravitační působení Slunce na Měsíc a Zemi, vyvolané odlišným postavením v prostoru → vznik evekce, poruchové působení Slunce závisí na jeho poloze, je proměnné se změnou vzdálenosti Slunce od Měsíce a Země.** Dosahuje maxima při průchodu Země perihéliem počátkem ledna a minima v aféliu zemské dráhy na začátku  července. Vzdálenost Měsíce od Země je malá ve srovnání se vzdáleností Slunce od Měsíce.

Měsíční pohyb složitý, dráha eliptická, střední sklon dráhové roviny mírně kolísá, velká poloosa elipsy se stáčí, současně uzlové přímka obíhá elipsu. Poruchové síly Slunce ovlivňují jak tvar elipsy (velikost hlavní poloosy a výstřednosti), tak i na její orientaci (polohu přímky apsid, spojnicí perigea a apogea). Míří-li přímka apsid ke Slunci, je jeho poruchovým působením stáčena ve směru pohybu Měsíce, výstřednost měsíční dráhy se zvětšuje. Při poloze přímky apsid směřující kolmo na směr ke Slunci se stáčí dráha Měsíce nazpět a výstřednost se zmenšuje. Popsaný zpětný pohyb je však menší než vpřed, tudíž přímka apsid postupuje průměrně ve směru pohybu. Úplnou otočku o $360^{o}$ vykoná za 8,8503 roku.

# Principia, kniha III. evekce Měsíce



# Principia, kniha III. evekce Měsíce

Newton * :

*Měsíc se v novu nachází v menší vzdálenosti od Slunce než Země. Proto Slunce přitahuje Měsíc větší silou než Zemi a vzdaluje tak Měsíc od ní. Při úplňku působí Slunce vzhledem k menší vzdálenosti Země než Měsíce větší silou a vzdaluje tak Zemi od Měsíce. V obou popsaných případech syzygií narůstá vzdálenost Měsíce od Země a tudíž i výstřednost jeho dráhy. Zvětšuje se eliptická nerovnost, její nárůst* ***způsobuje evekci****. Naopak přitažlivé působení Měsíce a Země dosahuje maxima v kvadraturách, zmenšuje jeho vzdálenost od Země, výstřednost měsíční dráhy klesá. Zmenšování eliptické nerovnosti je tak rovněž projevem evekce.*

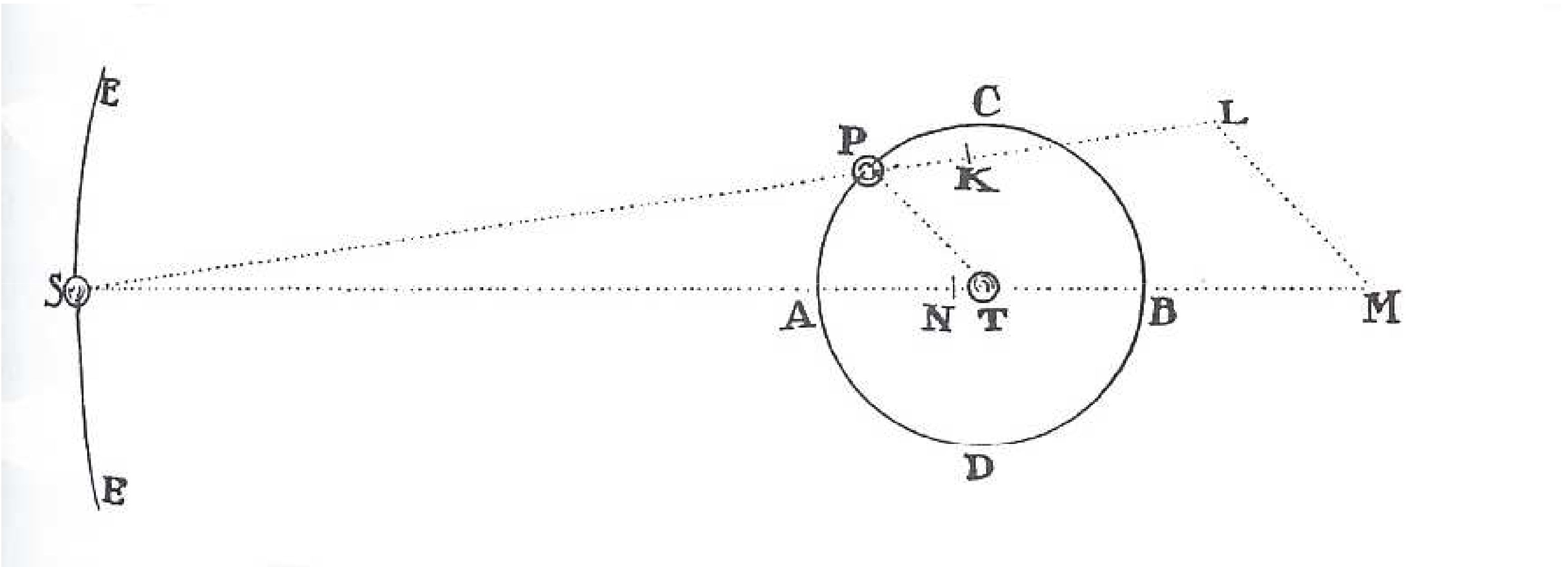

* Newton, I.: *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. Londini 1687.

* Cohen, I. B.: *The Principia - Mathematical Principles of Natural Philosophy*. University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London 1989.

# Principia, kniha I.

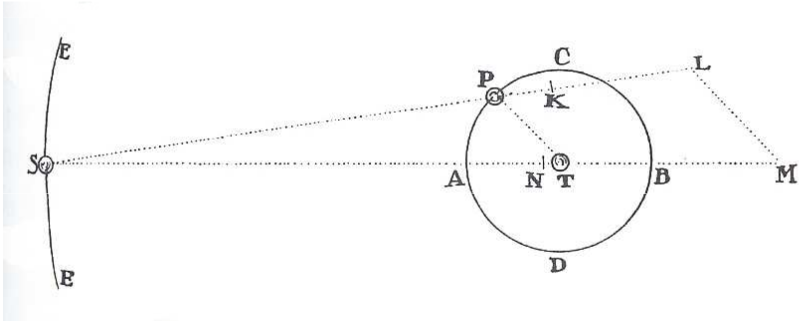
## Věta 66, poučka 26 – Newton rozeznává tři síly

Problém tří těles, působení sil na těleso **P (Měsíc):** „***První síla směřuje k bodu T (Zemi), jde o sílu vzájemné přitažlivosti Země a Měsíce.*** *Pod působením této jediné síly by Měsíc musel obíhat kolem Země po eliptické dráze, nehybné nebo pohybující se, jejíž ohnisko se nachází ve středu Země a spojnice Měsíc - Země opisuje plochy úměrné časům.*



# Principia, kniha I.

## Věta 66, poučka 26




***Druhá síla je přitažlivost LM, rovnoběžná s PT****. Skládá se s první silou, její působení nenarušuje zákon úměrnosti ploch a časů. Tato síla neklesá nepřímo úměrně se čtvercem vzdálenosti Měsíc - Země, proto po složení s předcházející silou je výslednicí síla, pro niž neplatí zákon nepřímé úměrnosti čtverci vzdálenosti tím více, čím větší je poměr druhé síly k první při stejných ostatních podmínkách. Protože síla pod působením které těleso opisuje eliptickou dráhu kolem ohniska T musí směřovat k tomu bodu a být nepřímo úměrná kvadrátu vzdálenosti PT k němu, složená síla ve stejné míře ubývá a nutí dráhu PAB se odklánět od eliptického tvaru s ohniskem v bodě T. Tato odchylka bude tím větší, čím větší je poměr druhé síly LM k první při stejných ostatních podmínkách.*

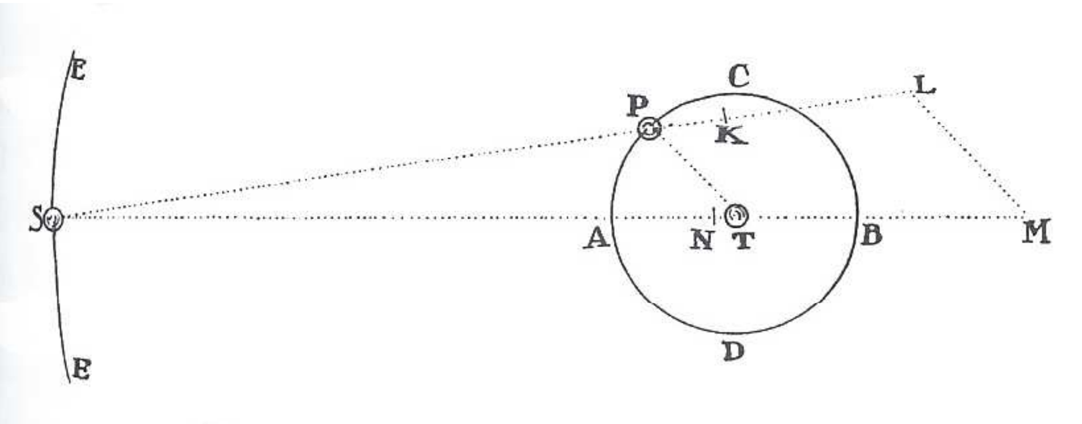
# Principia, kniha I.

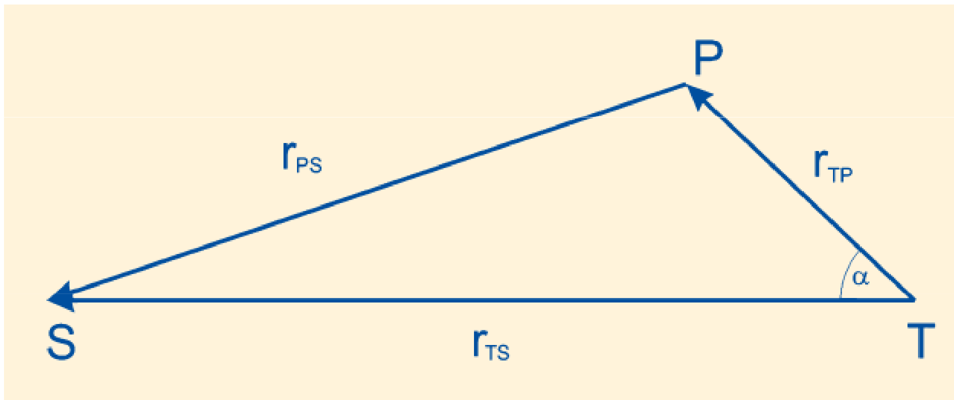
## Věta 66, poučka 26

*Dále na těleso P (Měsíc) působí **třetí síla** po přímce rovnoběžné s ST. Při skládání s předcházejícími působí stejně, ale již nesměřuje od P k T. Odklání se od tohoto směru tím více, čím je větší poměr této třetí síly k prvním dvěma při stejných ostatních podmínkách. Tudíž při pohybu tělesa P (Měsíce) spojnice PT již nebude opisovat plochy úměrné času a odchylka od této úměrnosti bude tím větší, čím je větší poměr třetí síly k prvním dvěma.“*

**vektory nebyly používány…**

$$\ddot{\vec{r}}_{TP} + \frac{G(M_T + M_P)}{r_{TP}^3}\vec{r}_{TP} = GM_S\left[\frac{\vec{r}_{TS} - \vec{r}_{TP}}{\left(r_{TS} - r_{TP}\right)^3} - \frac{\vec{r}_{TS}}{r_{TS}^3}\right],$$



# Shrnutí výkladu sil působících na Měsíc

- první popisovanou je **síla gravitační přitažlivosti mezi Zemí a Měsícem,** platí pro ni II. Keplerův zákon – plochy při pohybu opsané Měsícem jsou úměrné časům.
- druhá je **urychlující síla Slunce**, má dvě složky:

a) jedna je rovnoběžná se silou mezi Zemí a Měsícem.

b) další směřuje od Slunce k Zemi.

a) první neklesá nepřímo úměrně s čtvercem vzdálenosti, vnáší tak poruchy do pravidelného měsíčního pohybu kolem Země podmíněného první silou.

b) druhá složka síly v kombinaci s dvěma předcházejícími silami vyvolává odchylky od eliptického tvaru dráhy a II. Keplerova zákona.

**výpočet poměru sil Měsíce a Slunce, včetně explicitního uvedení závislosti poruchových sil $\sim 1/r^3$.**

# Principia, kniha III.

**Věta 25, úloha 6**

***Vypočítat sílu Slunce způsobující poruchy v pohybu Měsíce***

**Věta 36, problém 17**

***Nalézt sílu, kterou působí Slunce na pohyb moře***

**Věta 37, problém 18**

***Nalézt sílu, kterou působí Měsíc na pohyb moře***

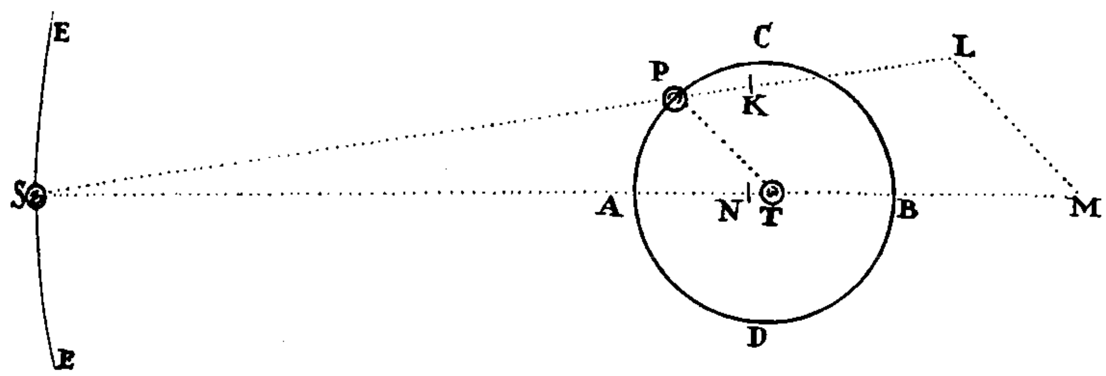
**Věta 37, důsledek 2**

***Protože síla Měsíce pohybující mořem je v poměru k tíhové síle jako 1: 2 871 400, je evidentní, že tato síla je mnohem menší té, kterou sledujeme v pokusech s kyvadlem nebo v pokusech statických či hydrostatických. Pouze v mořských přílivech se tato síla citelněji projevuje***

# Principia, kniha III.

## Věta 25, úloha 6

***Vypočítat sílu Slunce způsobující poruchy v pohybu Měsíce***




***S, T, P, CADB*** *dráha Měsíce, zvolíme na SP délku SK, rovnou ST, vezmeme SL tak, aby platilo*

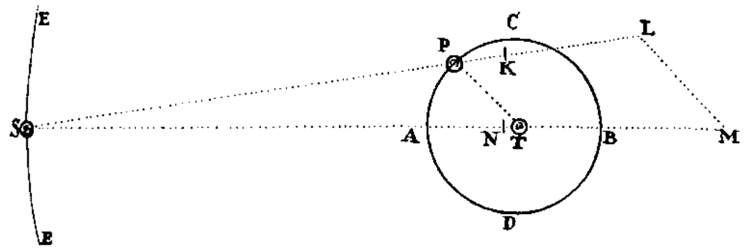
$$\frac{SL}{SK} = \frac{SK^2}{SP^2}$$

# Principia, kniha III.

*Povedeme LM rovnoběžně s PT; urychlující sílu přitažlivosti Země ke Slunci zachytíme délkou ST nebo SK, potom SL představuje urychlující sílu přitažlivosti Měsíce ke Slunci.*
*Tato síla se skládá ze dvou sil SM a LM, z kterých LM a část TM síly SM vyvolávají poruchy pohybu Měsíce, jak již bylo vyloženo ve* ***větě 66*** *a jejich* **důsledcích***. Jestliže uvažujeme, že Země a Měsíc obíhají kolem společného hmotného středu, pak i pohyb Země je rušen podobnými silami; součet sil vztahujících se k Měsíci je úměrný úsečkám TM a ML. Střední hodnota síly ML se nachází v dostředivé síle, pod jejímž působením by mohl* ***Měsíc obíhat na své dráze kolem Země nacházející se v klidu, v poměru rovném kvadrátu poměru časů oběhů Měsíce kolem Země a Země kolem Slunce***

# Principia, kniha III.

*tj. kvadrátů poměrů 27 dnů 7 hodin 43 minut k 365 dnům, 6 hodinám a 9 minutám, tj. v poměru jako 1 000 ku 178725 nebo 1 ku 178 29/40. V IV. úloze III. knihy bylo ukázáno, že jestliže by Země a Měsíc obíhaly kolem společného hmotného středu, pak střední vzdálenost mezi nimi by byla přibližně 60 ½ $R_Z$. Síla, pod jejímž působením by Měsíc mohl obíhat kolem Země nacházející se v klidu ve vzdálenosti PT, rovné 60 ½ $R_Z$ je k síle, pod jejímž působením by mohla obíhat za stejný čas ve vzdálenosti 60 $R_Z$ jako 60 ½ ku 60. Tudíž střední velikost síly ML je v poměru k tíhové síle na povrchu Země jako 1 . 60 ½ : 60 . 60 . 60 . 178 29/40 tj. jako 1 : 638 092,6. Na tomto základě a poměru úseček TM a ML nalezneme* ***sílu TM; což je podstata síly Slunce, vyvolávající poruchy Měsíce*****.**



# Principia, kniha III.

## Věta 25, úloha 6

***Vypočítat sílu Slunce způsobující poruchy v pohybu Měsíce***

**shrnutí:**

poměr gravitačního působení Slunce - Země ku Země - Měsíc,
m = 27,32/365,24

$$\frac{\dfrac{M_S}{r_{SZ}^2}}{\dfrac{M_Z}{r_{ZM}^2}} = m^2 \frac{r_{ZM}}{r_{SZ}} \qquad \frac{M_S r_{ZM}^3}{M_Z r_{SZ}^3} = m^2$$

**III. Keplerův zákon**

# Principia, kniha III.

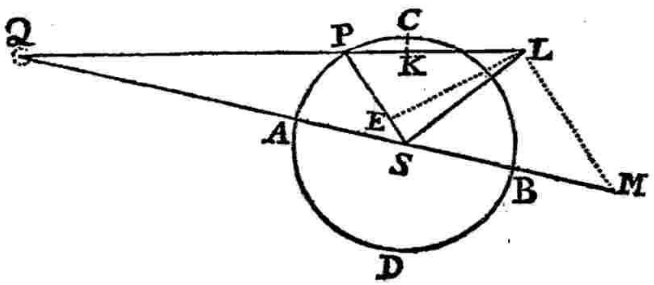
Poruchové působení Slunce na Měsíc zachyceno geometricky v Principiích v **knize III. větě 25, úloze 6**:

***Nalézt síly Slunce vyvolávající poruchy v pohybu Měsíce***

Jednotlivá vydání Principií se liší textem i obrázky, zvolil jsem vzhledem k srozumitelnosti první vydání *, ve kterém na konci textu zmiňované věty Newton připomíná ústřední myšlenku ...„*vires Solis quibus motus Lunæ perturbantur*“... - ...„*síly, kterými Slunce ruší pohyby Měsíce*“...

*Invenire vires Solis ad perturbandos motus Lunæ.*

Deſignet *Q* Solem, *S* Terram, *P* Lunam, *PADB* orbem Lunæ. In *QP* capiatur *QK* æqualis *QS*; ſitque *QL* ad *QK* in duplicata ratione *QK* ad *QP*, & ipſi *PS* agatur parallela *LM*; & ſi gravitas acceleratrix Terræ in Solem exponatur per diſtantiam *QS* vel *QK*, erit *QL* gravitas acceleratrix Lunæ in Solem. Ea componitur ex partibus *QM*, *LM*, quarum *LM* & ipſius *QM* pars *SM* perturbat motum Lunæ, ut in Libri primi Prop. LXVI. & ejus Corollariis expoſitum eſt.




*Newton, I:*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica.*Londini 1687.

# Teorie pohybu Měsíce

## I. Newton (1643 – 1727)

problém tří těles, výpočet poruchového působení Slunce, neobjasnil však střední pohyb perigea, jeho posuv, vypočítal hodnotu 2krát menší než pozorovanou

## A. C. Clairaut (1713 – 1765)

$$r\,d^2\varphi + 2\,dr\,d\varphi = F_k\,dt^2 \quad \text{složky} \perp \text{na rádius}$$

$$r\,d\varphi^2 - d^2r = F_r\,dt^2 \quad \text{složky ve směru rád.}$$

$$r = \frac{k}{1 + e\cos c\varphi};$$

pohyb perigea ... rotace elipsy $c = 1 - \frac{3}{4} m^2$

Clairaut: $m = 0{,}0748 \rightarrow 1 - c = 0{,}00420$

pozorování: $\underline{1 - c = 0{,}00845}$

nápad $F = G\frac{M_1 M_2}{r^2} + \alpha\frac{M_1 M_2}{r^n}$, $n > 2$, $\alpha$ .. velmi malé

podrobnější výpočet

$$c = 1 - \frac{3}{4} m^2 - \frac{225}{32} m^3 - \frac{4071}{128} m^4 - \ldots$$

dosazení $m = \frac{n'}{n} = \frac{\text{stř. den. pohyb S}}{\text{stř. den. pohyb M}} \simeq \frac{3}{40}$

$$\underline{1 - c = 0{,}007\,139}$$

# Mechanika Euler 1707 - 1783



## PROPOSITION 97.

### PROBLEM.

**795.** *With the sun at rest at S* (Fig. 74) *and with the earth T moving around it uniformly in the circle TD while the moon L is attracted to the earth T as to the sun S in the inverse square of the distances; with which put in place it is required to determine the motion of the moon, such as can be seen from the earth T.*

### SOLUTION.

The distance of the earth from the sun *ST* is put equal to $a$ and the force, and the force which attracts the earth to the sun is equal to $\frac{f}{a^2}$. The distance of the moon from the earth is equal to $y$ and the distance of the moon from the sun LS is equal to $z$. The force, by which the moon is attracted to the earth, is equal to $\frac{h}{y^2}$; and indeed the force, by which the moon is attracted to the sun along LS, is equal to $\frac{f}{z^2}$. [Paul Stackel's note : In the formulas $\frac{f}{a^2}$ and $\frac{f}{z^2}$, the letter $f$ does not have

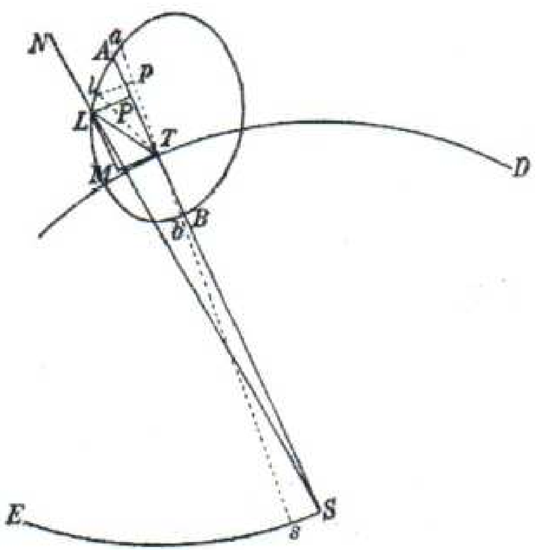


Fig. 74.

# Teorie pohybu Měsíce - Euler

***Teorie pohybu Měsíce 1753***

teoretické výsledky z mechaniky aplikoval na komplikovaný pohyb Měsíce (problém tří těles), výklad nerovností pohybu Měsíce, **analytická teorie** maximálně využívala **pozorovací údaje,** srovnávané s matematickými výpočty, započítání poruchových vlivů

***Nová teorie pohybu Měsíce 1772***

zdokonalená verze propočtů tří těles, tělesa - hmotné body, barycentrum soustavy Země - Měsíc se pohybuje kolem Slunce po eliptické dráze, metodologický význam

sestavení tabulek **poloh Měsíce, určování zeměpisné délky** na moři, cena 300 liber od britské vlády

# Teorie pohybu Měsíce - Euler

***Teorie pohybu Měsíce 1753***

***Euler neuznával okamžité působení gravitace***

to, česky *Teorie pohybu Měsíce odhalující všechny jeho nerovnosti s dodatkem*, z roku 1753 [7]. V předmluvě díla Euler charakterizoval svoje myšlenky o aplikaci gravitační teorie na pohyb Měsíce takto: „*Za posledních čtyřicet roků jsem se často pokoušel odvodit teorii pohybu Měsíce z gravitačních principů, ale setkal jsem se s tolika četnými obtížemi, že jsem musel svoji práci a další výzkumy přerušit. Problém jsem převedl k třem diferenciálním rovnicím druhého řádu, které nejen že nelze integrovat, ale i při použití přibližných metod, které musím používat, se dostávám k velkým obtížím. Nevidím tak, jak z jediné teorie gravitace lze učinit závěr, je-li vhodná pro něco užitečného…*“

# Teorie pohybu Měsíce
# Alexis Claude Clairaut 1713 - 1765

V nebeské mechanice ve studiu pohybu Měsíce v období po Newtonovi spojujeme další rozvoj analytických metod se spisem francouzského astronoma a matematika **Alexise Clauda Clairauta** (1713–1765), viz obr. 1, *De l´orbite de la Lune dans le systeme de M. Newton*, česky *O dráze Měsíce v Newtonově soustavě* [1], z roku 1743. Zavedl v něm dvě diferenciální rovnice v polárních souřadnicích pro rovinný pohyb Měsíce a na něj působící síly $rd^2\varphi + 2drd\varphi = F_k dt^2$ a $rd\varphi^2 - d^2r = F_r dt^2$, kde $F_k$ je součet složek sil působících kolmo na rádius vektor a $F_r$ je součet složek sil ve směru rádius vektoru, podrobnější věcný rozbor je v [2]. Důvtipným způsobem tak modeloval pohyb Měsíce prostřednictvím stáčející se elipsy s pohyblivým perigeem. Obdržel závislost mezi délkou Měsíce a časem. Dále vyjádřil eliptickou dráhu Měsíce v polárních souřadnicích $r = \frac{k}{1 + e\cos c\varphi}$, kde $\frac{k}{r}$ je převrácený rádius vektor, *k*, *e*, *c* jsou konstanty. Rychlost rotace elipsy (pohyb perigea) interpretoval pomocí výrazu $1 - c$. Odvodil, že $c = 1 - \frac{3}{4} m^2$, což odpovídalo již dříve Newtonem získanému obdobnému výrazu. Po dosazení za $m = \frac{n'}{n}$, kde $n'$ a $n$ jsou střední denní pohyby Slunce, respektive Měsíce, obdržel Clairaut $m = 0{,}074\,8$. Tedy $1 - c = 0{,}00420$, zatímco z pozorovacích údajů byla propočítána hodnota $1 - c = 0{,}00845$. Výklad výpočtů je například v [2, 3, 4] , číselné hodnoty uváděny podle [3]. Posuv perigea měsíční dráhy tak dával výsledek blížící se prvním Newtonovým výpočtům, neodpovídal však hodnotám získaným z astronomických pozorování, byl dvakrát menší.

Hledání výstižné interpretace pohybu měsíčního perigea se stalo prubířským kamenem nejen pro teorii pohybu Měsíce, ale i pro zákon všeobecné gravitace. Clairaut a další fyzici začali pochybovat o úplnosti Newtonova vyjádření tohoto zákona. V letech 1744–1749 dokonce uvažovali o úpravě přidáním druhého členu $F = G\frac{M_1 M_2}{r^2} + \alpha\frac{M_1 M_2}{r^n}$, kde $n > 2$, příkladně 3. Koeficient $\alpha$ byl v aplikacích volen velmi malý, proto při velkých vzdálenostech byl zanedbatelný, například u výkladu teorie pohybu planet.

# Teorie pohybu Měsíce

Dvě diferenciální rovnice v polárních souřadnicích pro rovinný pohyb Měsíce a na něj působící síly $rd^2\varphi + 2drd\varphi = F_k dt^2$ a $rd\varphi^2 - d^2 r = F_r dt^2$

kde $F_k$ je součet složek sil působících kolmo na rádius vektor a $F_r$ je součet složek sil ve směru rádius vektoru, modeloval pohyb Měsíce prostřednictvím stáčející se elipsy s pohyblivým perigeem. Obdržel závislost mezi délkou Měsíce a časem. Dále vyjádřil eliptickou dráhu Měsíce v polárních souřadnicích $r = \dfrac{k}{1 + e\cos c\varphi}$, kde $\frac{k}{r}$ je převrácený rádius vektor, *k, e, c* jsou konstanty. Rychlost rotace elipsy (pohyb perigea) interpretoval pomocí výrazu 1 - *c*. Odvodil, $c = 1 - \frac{3}{4} m^2$, což odpovídalo již dříve Newtonem získanému obdobnému výrazu. Po dosazení $m = \frac{n'}{n}$, kde *n* a $n'$ jsou střední denní pohyby Slunce, Měsíce, obdržel Clairaut *m = 0,0748*. Tedy *1 - c = 0,00420*, zatímco z pozorování byla propočítána hodnota *1 - c = 0,00845*. Posuv perigea měsíční dráhy tak dával výsledek blížící se prvním Newtonovým výpočtům, neodpovídal hodnotám z astronomických pozorování, byl 2krát menší.

# Teorie pohybu Měsíce

Hledání interpretace pohybu měsíčního perigea - prubířský kámen nejen pro teorii pohybu Měsíce ale i pro zákon všeobecné gravitace. Clairaut a další fyzici začali pochybovat o úplnosti Newtonova vyjádření tohoto zákona. V letech 1744 - 1749 někteří uvažovali o úpravě přidáním druhého členu

$$F = G\frac{M_1 M_2}{r^2} + \alpha\frac{M_1 M_2}{r^n}$$

kde $n > 2$, příkladně 3. Koeficient byl v aplikacích volen velmi malý, proto při velkých vzdálenostech byl zanedbatelný, například u výkladu teorie pohybu planet.

Zpřesnění → posuv perigea měsíční dráhy prostřednictvím mocninné řady s větší přesností $c = 1 - \frac{3}{4}m^2 - \frac{225}{32}m^3 - \frac{4071}{128}m^4 - \ldots$

. při dosazení za $m \cong \frac{1}{13{,}4} \cong \frac{3}{40}$ v rozvoji včetně kubického členu, získal 1 – c = 0,007139 → 0,008452 z pozorování.

* Clairaut, A. C. : „De l´orbite de la Lune dans le systeme de M. Newton“. Mém. Acad. Roy. Sci. Paris. 17, 1743. *

# Teorie pohybu Měsíce

Hodnota *m* je malá ve srovnání s jedničkou, každý další člen řady je tak mnohem menší než předcházející. Newton a d´Alambert výpočty pouze s prvním kvadratický člen, kubický a další zanedbávali. Započítáním kubického členu mocninné řady dosáhl Clairaut zmenšení rozdílu teoreticky propočítané a s pozorovacích údajů stanovené hodnoty přibližně 2krát. Konkrétně pro roční posuv měsíčního perigea obdržel výpočtem 34 $^{o}$ 22´, což bylo bližší k hodnotě 40 $^{o}$ 41´ než starší výpočet dávající hodnotu 20 $^{o}$ 12´. Matematicky vyjádřeno Clairaut objasnil pohyb měsíčního perigea na 85 % ve srovnání s původním prvním Newtonovým výkladem reprezentujícím 50 %. Při zahrnutí dalšího členu mocninného rozvoje → dobrý souhlas

Clairaut, A. C.: Théorie de la Lune déduite du seul principe de l'attraction réciproquement proportionelle (sic) aux quarrés des distances 1752 - Teorie Měsíce, odvozená z jednoho principu přitažlivosti, úměrnému převrácené hodnotě kvadrátu vzdálenosti.

# Joseph Louis Lagrange 1736 - 1813

zavedl pojem **poruchová funkce** $\boldsymbol{R}$

$$\boldsymbol{R = GM_S\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{xx' + yy' + zz}{r^3}\right)}$$

kde Δ je vzdálenost Měsíc – Slunce, ***r*** je vzdálenost Země – Slunce, ***x, y, z*** jsou geocentrické souřadnice Měsíce, ***x´, y´, z´*** jsou souřadnice Slunce.

hlavní část poruchové funkce $\boldsymbol{\frac{1}{\Delta}}$ - rozklad na mocninou řadu, obtížný

druhá část nepřímá část poruchové funkce je snadnějši pro výpočet

Lagrange zavedl pro výpočet délky Měsíce $\varphi$ lépe vyjádřitelný člen

$\varphi \sim t + sinat$

Lagrange, J. L.: L´ équation séculaire de la Lune. Mém. Acad. Sci. Paris 335 (1773).

# Pierre Simon Laplace 1749 - 1827

studoval pohyb Měsíce v letech 1783-1787, vyložil zpomalování respektive zrychlování středního pohybu, dlouhodobé **kolísání excentricity zemské dráhy,** při jejím zmenšování se zvětšuje střední vzdálenost Země od Slunce, mění se průměrná rychlost pohybu Měsíce, který jako detektor přijímá a zesiluje vliv gravitačních poruch rozvíjejících se ve Sluneční soustavě, Laplace nalezl nepřímé gravitační poruchové působení planet - vyvolávaly odchylky v pohybu Slunce od eliptické dráhy kolem středu hmotnosti Sluneční soustavy

Exposition du systéme du Monde 1796:
*...„zákon všeobecné gravitace je jedinou příčinou všech nerovností pohybu Měsíce“*

**Traité de Mécanique Celesté** 1799 - 1825

Teorie Měsíce III. díl, 1802