3. cvičení z MIN401 – Eulerova věta a kongruence

Příklad 1: [10.19, 10.20, 10.21]

(i) Určete $\varphi(72)$.

(ii) Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ platí $\varphi(4n+2) = \varphi(2n+1)$.

(iii) Určete všechna $n \in \mathbb{N}$ taková, že $\varphi(n)$ je liché.

(iv) Určete všechna $n \in \mathbb{N}$ taková, že $\varphi(n) = 30$.

(v) Určete všechna $n \in \mathbb{N}$ taková, že $\varphi(n) = \frac{n}{3}$.

Příklad 2: [10.24, 10.26, 10.28, 10.29]

(i) Určete poslední dvojčíslí čísla 7^{2013}.

(ii) Určete zbytek po dělení čísla $2^{50} + 3^{50} + 4^{50}$ číslem 17.

(iii) Určete poslední číslici čísla $7^{9^{7^{5^3}}}$.

(iv) Určete poslední číslici čísla $14^{14^{14}}$.

(v) Najděte zbytek po dělení čísla $2^{97^{99}}$ číslem 26

Příklad 3: Vyřešte následující kongruence:

(i) $5x \equiv 12 \pmod{23}$.

(ii) $33x \equiv 7 \pmod{143}$.

(iii) $210x \equiv 40 \pmod{212}$.

(iv) $325x \equiv 694 \pmod{471}$.

Příklad 4: Vyřešte následující soustavy kongruenci:

(i) $2x \equiv 3 \pmod 7$, $x \equiv 8 \pmod{15}$.

(ii) $x \equiv 3 \pmod{10}$, $x \equiv 8 \pmod{15}$, $x \equiv 5 \mod 84$.

(iii) $21x \equiv 27 \pmod{24}$, $26x \equiv 10 \pmod{25}$, $27x \equiv 30 \pmod{17}$.

Příklad 5: Najděte inverzní prvek k číslu 157 modulo 2475.

Příklad 6: [10.32, 10.33] Najděte primitivní kořeny modulo 8, 11, 20, 26, 41 a 41^2.