Jednoduchá válcová zobrazení

Matematická kartografie

Úvod

Používaná poměrně často.

Webové mapy.

Umožňují zobrazit Zemi na nekonečný pás.

Např. Mapy.cz nebo Google Maps.

Osnova

1. Základní vztahy a vzorce
2. Ekvidistantní zobrazení
3. Ekvivalentní zobrazení
4. Konformní zobrazení
5. Šikmá poloha válcového zobrazení

1

ZÁKLADNÍ VZTAHY A VZORCE

Základní vztahy a vzorce

$$x = f(U)$$
$$y = f(V)$$

Z elipsoidu či koule do roviny. Častěji koule – ve vzorcích U, V, R.

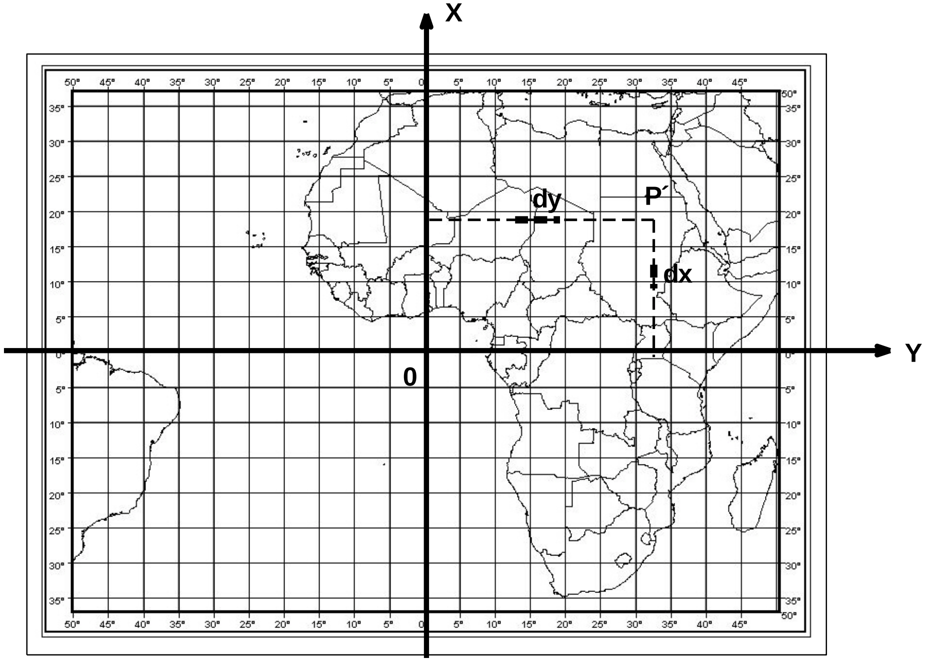
V případě použití elipsoidu?

V případě šikmého zobrazení?

Vzdálenost mezi obrazy poledníků je (při konstantním rozdílu V) konstantní.

$$y = nV$$

n – konstanta, upřesnění později

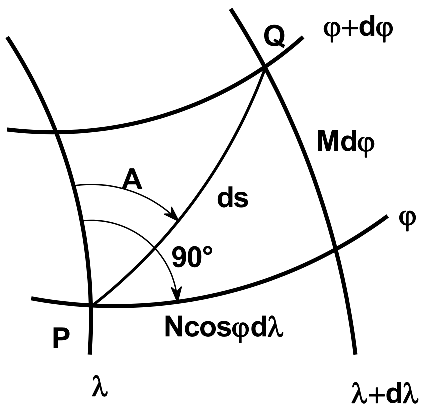


Vzorce dle zvyklostí matematické kartografie = x směřuje nahoru a y doprava. Počátek souřadnic bývá na rovníku a hlavní poledník se určuje tak, aby byl uprostřed mapového obrazu.

Základní vztahy a vzorce

- Podobně jako všechna jednoduchá zobrazení – úhel mezi rovnoběžkou a poledníkem je vždy 90°.
- Obrazy poledníků a rovnoběžek tvoří vzájemně ortogonální soustavu rovnoběžných přímek, ve kterých leží směry hlavních paprsků zkreslení.
- Platí to pro zeměpisnou síť (pólová poloha) nebo kartografické poledníky a rovnoběžky (příčná či obecná poloha).
- Obraz pólu: musel by být úsečka, nezobrazí se.

Základní vztahy a vzorce



$$m_p = \frac{dx}{RdU}$$

$$m_r = \frac{dy}{R\cos U dV}$$

dosazení

$$y = nV$$

$$m_r = \frac{n}{R\cos U}$$

$$m_{pl} = m_p m_r$$

$$\sin\frac{\Delta\omega}{2} = \frac{m_r - m_p}{m_r + m_p}$$

- **Rovnice zkreslení** jsou funkcemi U a x, V nemá vliv.
- Ekvideformáty budou přímky rovnoběžné s osou y (= rovnoběžka).
- Hlavní paprsky zkreslení leží v obrazu rovnoběžek a poledníků.

Základní vztahy a vzorce

$$x = f(U) \qquad y = nV$$

- **Rovnice zobrazovací** závisí na hodnotě konstanty n a tvaru funkce x=f(U).
- Pro n potřebujeme určit, zda se bude nezkreslovat rovník nebo nějaká jiná rovnoběžka.

U_0 se nezkresluje:

$$m_{r_0} = \frac{n}{R\cos U_0} = 1$$

z toho plyne:

pro rovník:

$$n = R$$

pro jinou rovnoběžku:

$$n = R\cos U_0$$

Je li nezkreslena jiná rovnoběžka než rovník, tak se změní obraz zeměpisné sítě. Jak?

Obraz se zúží. Proč?

Nezkreslená rovnoběžka je kratší než rovník a rovník se tak zkrátí.

2

EKVIDISTANTNÍ ZOBRAZENÍ

Ekvidistantní zobrazení

1. zobrazovací rovnici zjistíme z podmínky:

$$m_p = \frac{dx}{RdU} = 1 \qquad dx = RdU \qquad \int_0^x dx = R\int_0^U dU \qquad \boxed{x = RU}$$

2. zobrazovací rovnice platí pro všechny jednoduchá válcová zobrazení:

$$\boxed{y = nV}$$

Lze odvodit zobrazení ekvidistantní v rovnoběžkách?

- Jednoduché válcové zobrazení může být ekvidistantní pouze v polednících. Proč?
- Nelze pro rovnoběžky, každá je jinak dlouhá.
- Mohu jen vybrat rovnoběžku, která se nezkreslí.

Ekvidistantní zobrazení

$$y = nV$$

Pro 2. zobrazovací rovnici a pro rovnice zkreslení:

- n se určí podle nezkreslené rovnoběžky/rovnoběžek:
  - pro obecnou rovnoběžku – síť bude obdélníková
  - pro rovník (cos 90°) – síť bude čtvercová

$$n = R\cos U_0$$

$$n = R$$

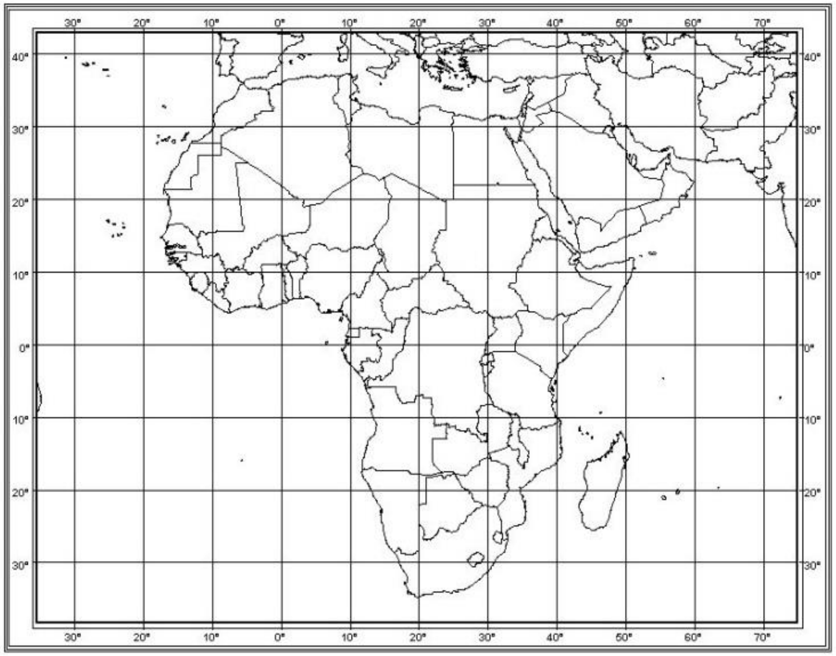
rovnice zkreslení:

$$m_p = 1$$

$$m_r = m_{pl} = \frac{n}{R\cos U}$$

$$\sin\frac{\Delta\omega}{2} = \frac{n - R\cos U}{n + R\cos U}$$

Ekvidistantní zobrazení



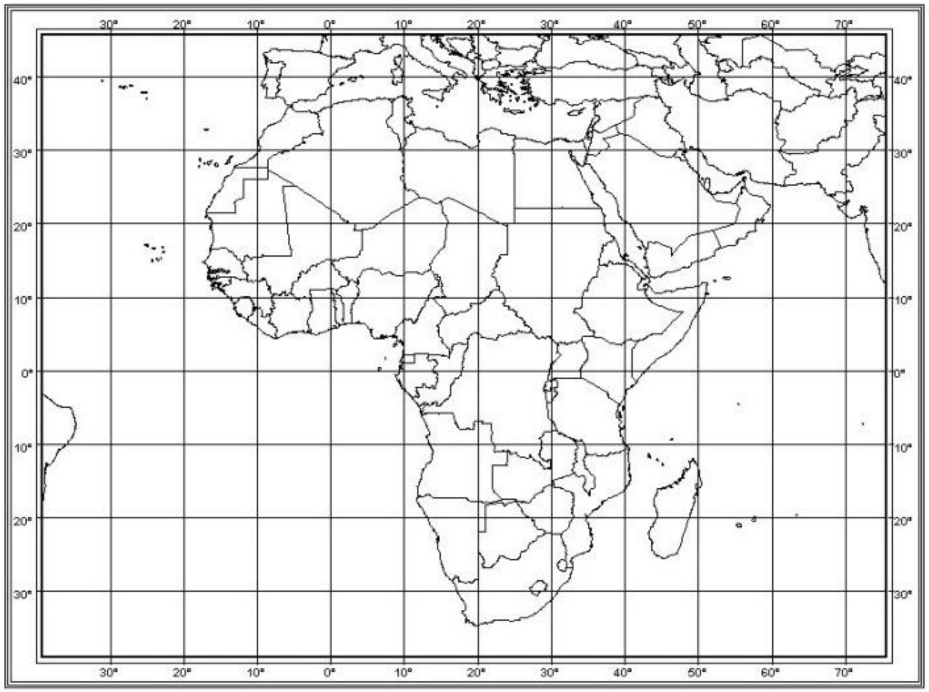
$$n = R$$

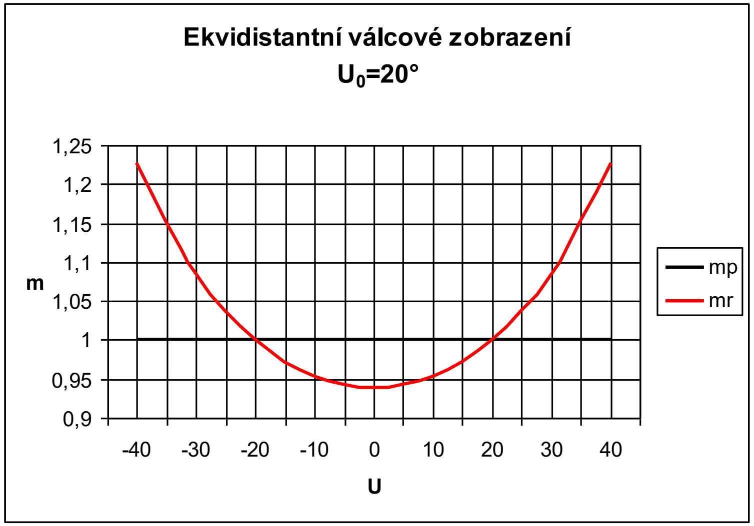
Nezkreslený rovník = čtvercová síť – čtvercová mapa

- Nazýváno též Plate Carrée nebo Marinovo

Vzájemná vzdálenost rovnoběžek se nemění.

Ekvidistantní zobrazení





$$n = R \cos U_0$$

Nezkreslená jiná rovnoběžka/rovnoběžky (např. U_0=+-20°) – obdélníková síť.

Vzájemná vzdálenost rovnoběžek se nemění.

3

EKVIVALENTNÍ ZOBRAZENÍ

Ekvivalentní zobrazení

1. zobrazovací rovnici zjistíme z podmínky:

$$m_{pl} = m_p m_r = 1 \qquad \frac{dx}{RdU}\frac{n}{R\cos U} = 1 \qquad \int_0^x dx = \frac{R^2}{n}\int_0^U \cos U dU \qquad \boxed{x = \frac{R^2}{n}\sin U}$$

2. zobrazovací rovnice platí pro všechny jednoduchá válcová zobrazení:

$$\boxed{y = nV}$$

rovnice zkreslení:

$$m_p = \frac{1}{m_r} = \frac{R\cos U}{n}$$

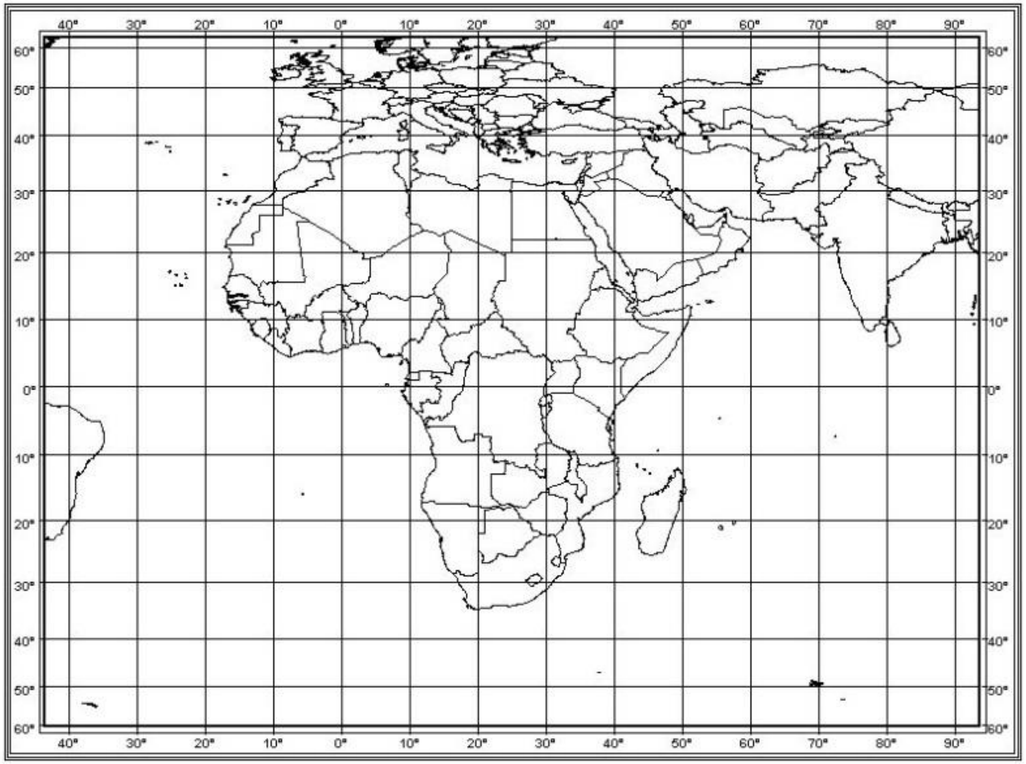
$$m_{pl} = 1$$

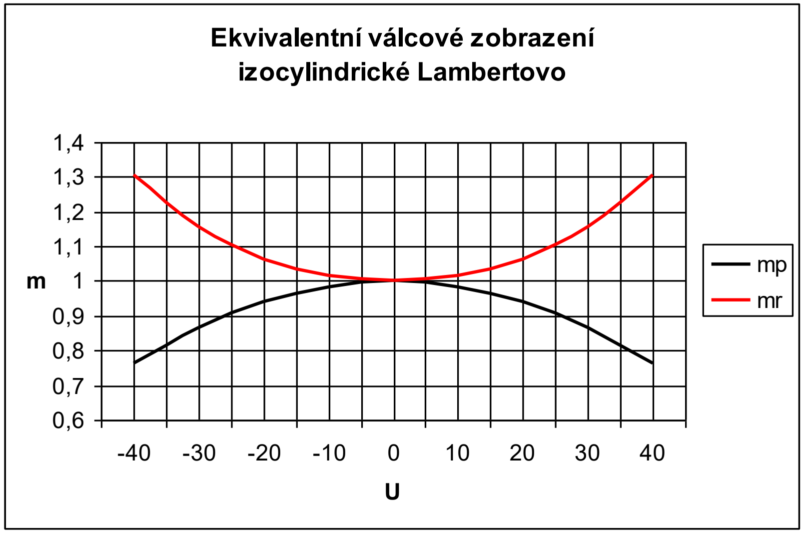
$$\sin\frac{\Delta\omega}{2} = \frac{n^2 - R^2\cos^2 U}{n^2 + R^2\cos^2 U}$$

Pro 2. zobrazovací rovnici a pro rovnice zkreslení:
n se určí podle nezkreslené rovnoběžky:

- pro obecnou rovnoběžku $n = R\cos U_0$
- pro rovník $n = R$

Ekvivalentní zobrazení

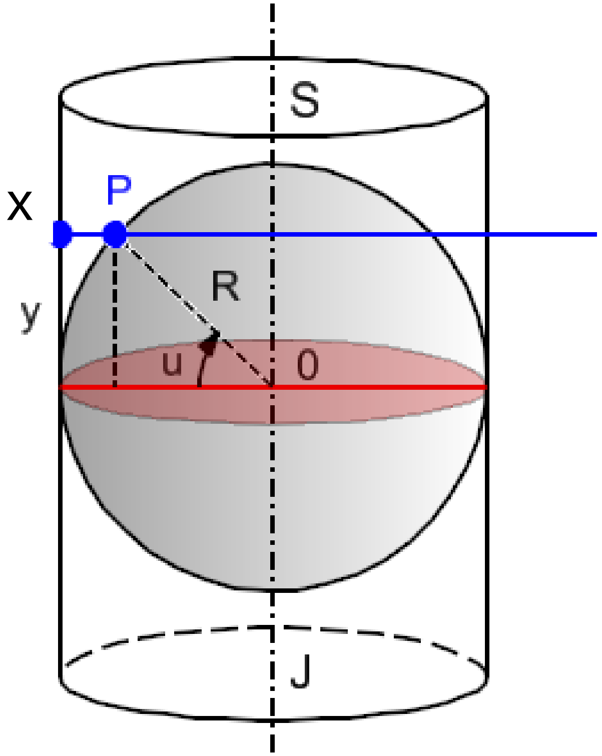




- Jakmile roste zkreslení v rovnoběžkách, tak klesá v polednících a naopak.
- Vlastností ekvivalentního válcového zobrazení je zmenšující se vzájemná vzdálenost rovnoběžek s rostoucí zeměpisnou šířkou. Proč?
- Zobrazení Lambertovo – s nezkresleným rovníkem.

Ekvivalentní zobrazení

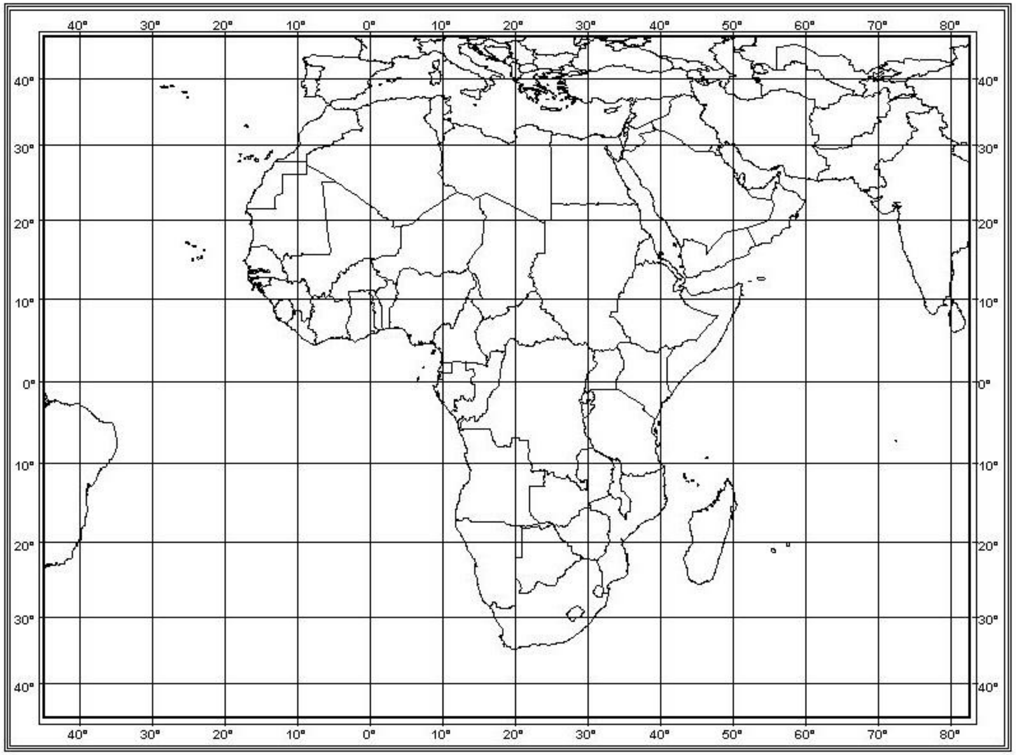
- Zobrazení Lambertovo – s nezkresleným rovníkem.
- Stejné zobrazení se dá odvodit i geometricky.
- Poté se nazývá Ortografická válcová projekce.
- Střed promítání v nekonečnu.
- O většině projekcí se budeme učit v rámci azimutálních zobrazení.

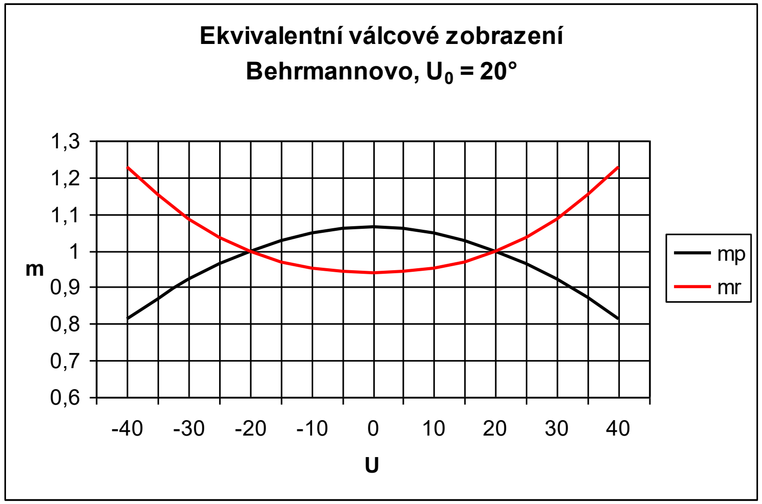


$$n = R$$

$$x = R \sin u$$
$$y = Rv$$

Ekvivalentní zobrazení





Zobrazení se dvěma nezkreslenými rovnoběžkami – Behrmannovo.

4

KONFORMNÍ ZOBRAZENÍ

Konformní zobrazení

Zachovává tvary a úhly, ale jen v diferenciálním okolí bodu.

1. zobrazovací rovnici zjistíme z podmínky:

$$m_p = m_r \qquad \frac{dx}{RdU} = \frac{n}{R\cos U} \qquad \int_0^x dx = n\int_0^U \frac{dU}{\cos U} \qquad x = nQ = n\ln tg\left(\frac{U}{2} + 45°\right)$$

2. zobrazovací rovnice platí pro všechny jednoduchá válcová zobrazení:

$$y = nV$$

Pro 2. zobrazovací rovnici a pro rovnice zkreslení:
n se určí podle nezkreslené rovnoběžky:

- pro obecnou rovnoběžku $n = R\cos U_0$
- pro rovník $n = R$

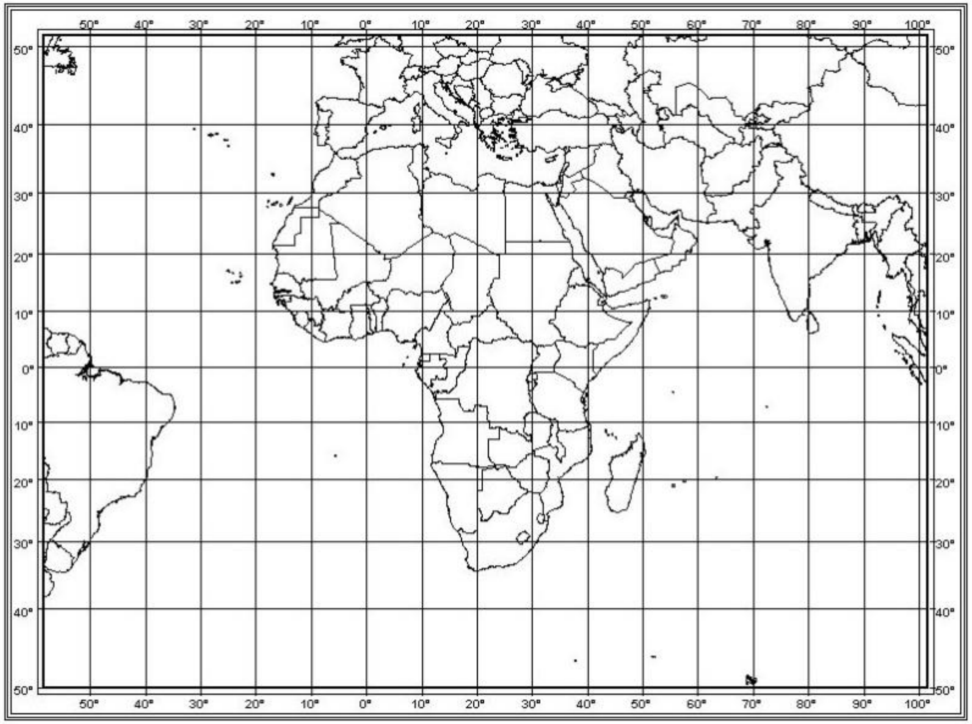
rovnice zkreslení:

$$m = \frac{n}{R\cos U}$$

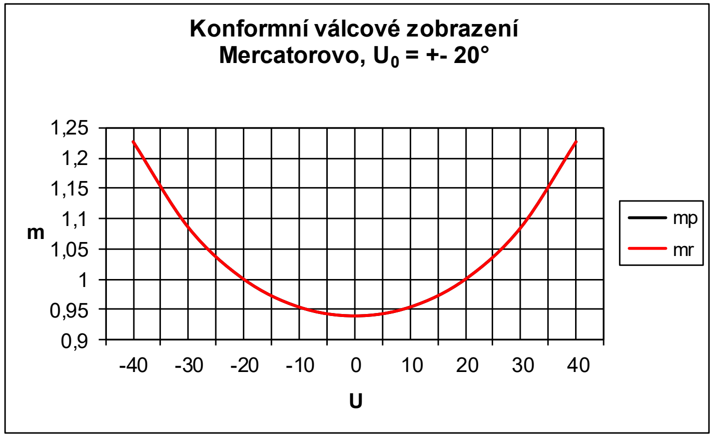
$$m_{pl} = m^2$$

$$\Delta\omega = 0$$

Konformní zobrazení

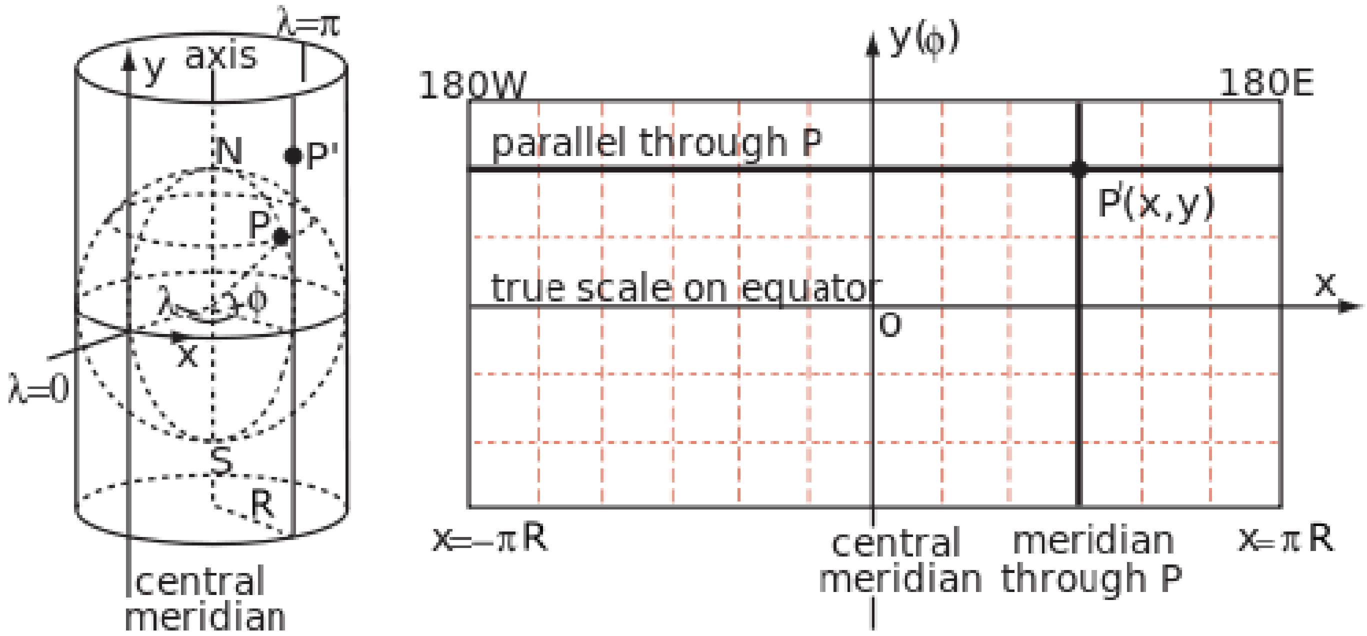


Zde 2 nezkreslené rovnoběžky.



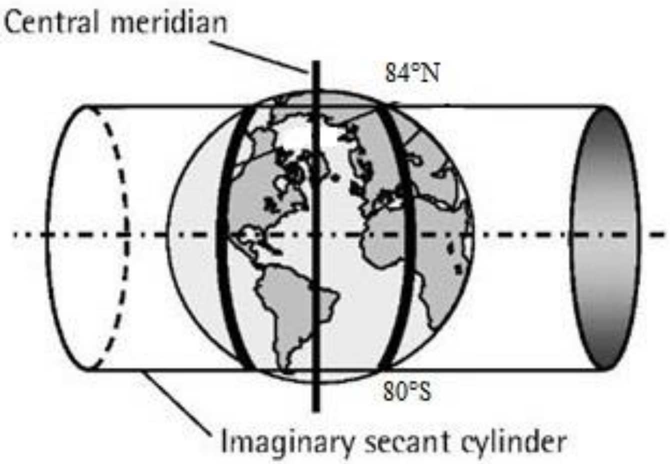
- Grafy m_p a m_r jsou shodné.
- Zvětšování vzdálenosti rovnoběžek směrem k oběma pólům.
- Nezobrazí se pól, protože tg 90° = nekonečno.
- Mercatorovo zobrazení (16. stol.) – doba námořních výprav.
- Loxodromy se zobrazují jako přímky.
- Existuje i ve verzi na elipsoidu – „Ellipsoid Mercator Projection“.

Konformní zobrazení



Universal Transverse Mercator

- Mercatorovo zobrazení není UTM! Ale je základem pro UTM.
- Také válcové, také konformní.
- Ale z elipsoidu.
- Transverse = „příčný“. Pootočeno do příčné polohy.
- Kartografický rovník je v poledníku, lze zvolit, který poledník bude nezkreslený.
- Zobrazení vyhovuje v místě okolo daného poledníku - a asi 10 stupňů na západ a na východ.
- Národní systémy jsou často založeny na tomto zobrazení.
- Liší se jen nastavením nezkresleného poledníku.
- Více o UTM později - v rámci Gaussova zobrazení.



Konformní válcové zobrazení ve webových službách

- Konformní válcové zobrazení v pólové poloze s nezkresleným rovníkem.
- Poledníky jsou vzdálené všechny stejně. Rovnoběžky se od sebe vzdalují čím dál více. Ale to až tak nevadí. Proto se používá ve webových službách - např. Google Maps, ESRI ArcGIS Online, Mapy.cz, OSM...
- Pozor, není to UTM! Je bližší klasickému Mercatorovu – ale z elipsoidu.
- Zpravidla z referenčního elipsoidu WGS84. Ale není to Ellipsoid Mercator!
- Pojmenování - Web Mercator, WGS 84 Web Mercator, WGS 1984 Web Mercator (Auxiliary Sphere), Pseudo-Mercator…
- EPSG 3857

zobrazovací rovnice:

$$x = a \ln tg\left(\frac{\varphi}{2} + 45°\right)$$

$$y = a\lambda$$

rovnice zkreslení:

$$m_\alpha = \frac{a}{a' \cos\varphi},$$

$$a' = \frac{MN}{N\cos^2\alpha + M\sin^2\alpha},$$

$$m_{pl} = m^2$$

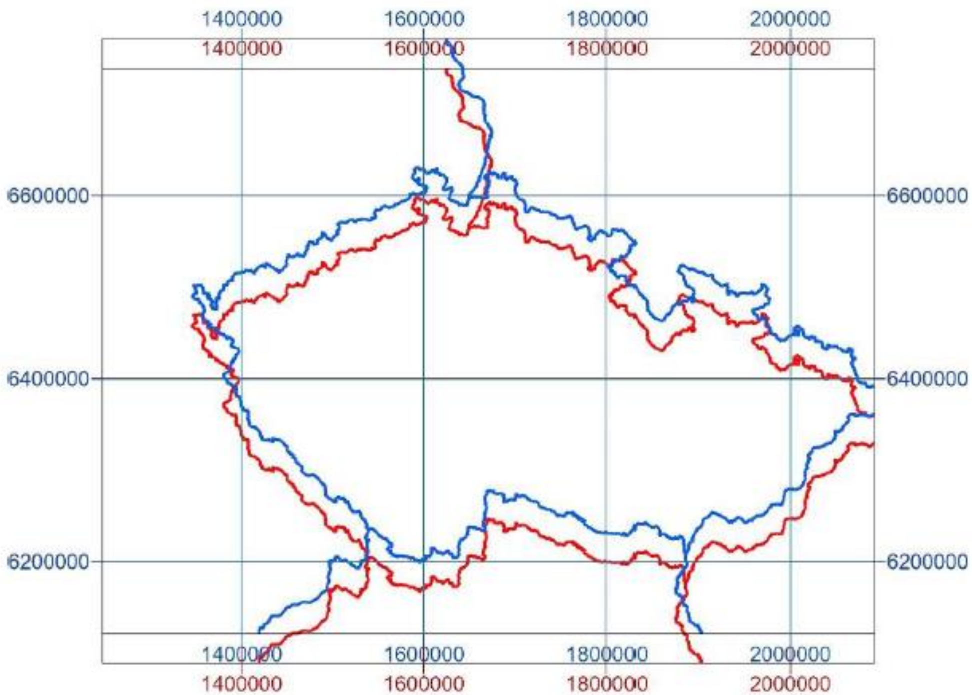
$$\Delta\omega = 0$$

a – velikost poloosy elipsoidu
α – zeměpisný azimut
M_α – délkové zkreslení ve směru α

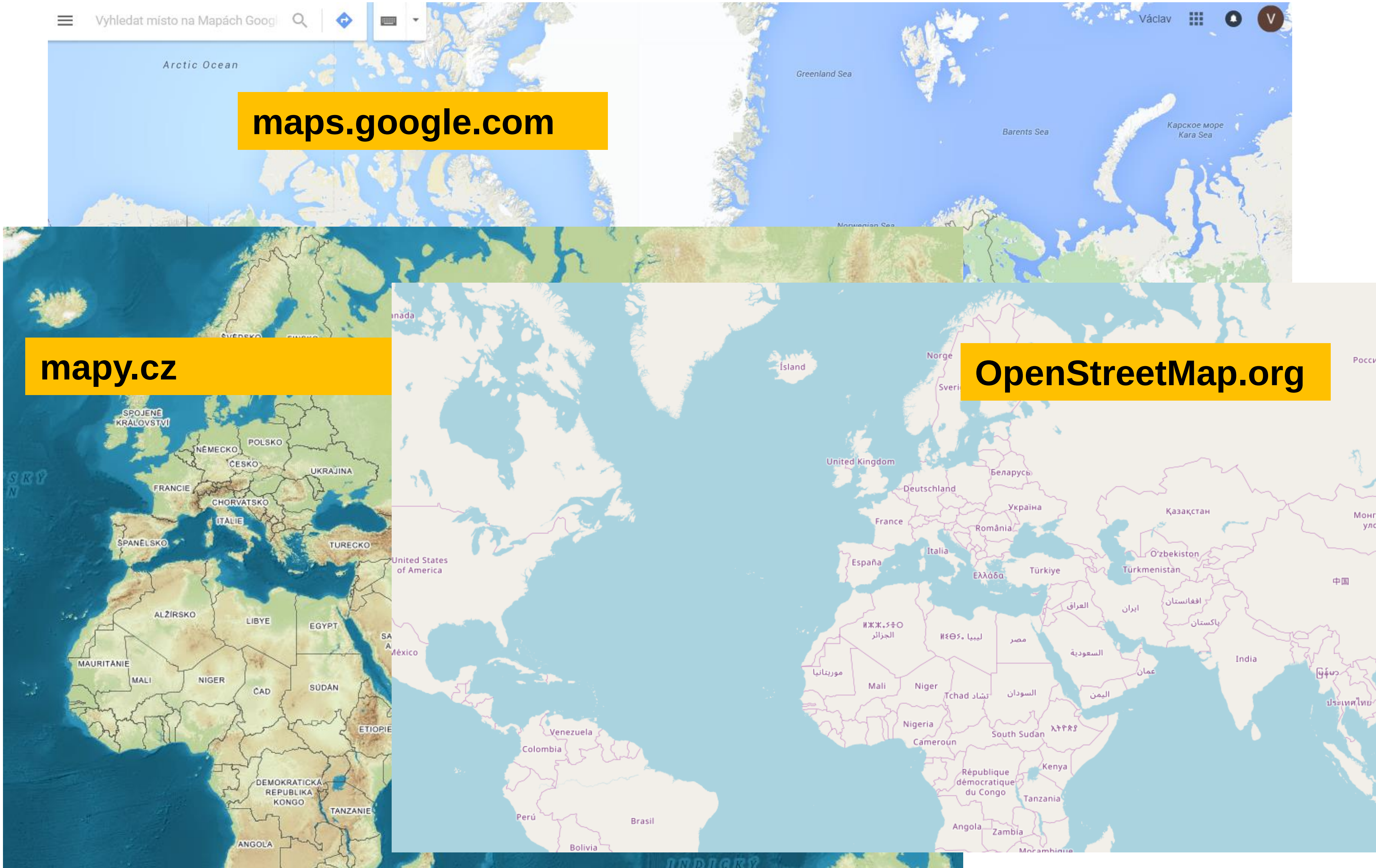
Konformní válcové zobrazení ve webových službách

Ellipsoid Mercator a Web Mercator

- Používají stejný referenční elipsoid WGS84.
- Přesto nejsou totožné.
- Ellipsoid Mercator červeně, Web Mercator modře.



Konformní válcové zobrazení ve webových službách



maps.google.com

mapy.cz

OpenStreetMap.org

5

ŠIKMÁ POLOHA VÁLCOVÉHO ZOBRAZENÍ

Šikmá poloha válcového zobrazení

- Používá se pro státní mapová díla.
- Švýcaři mají také vlastní šikmý systém, ale na válci, ne na kuželu (LV95 - Landesvermessung 1995)
- Kartografické poledníky a rovnoběžky jsou rovné, ale zeměpisné se zkroutí do křivek.
- Musí se určit kartografický pól – např. ze známých zeměpisných souřadnic dvou bodů ležících na kartografickém rovníku.