

Úloha č. 1: Měření hustoty válečku, měření laboratorních podmínek

jarní semestr 2025

Cílem úlohy je vyzkoušet si jednoduchá měření délky a hmotnosti, naučit se tato měření statisticky zpracovat a konečně seznámit se s měřením laboratorních podmínek ve Fyzikálním praktiku 1.

1 Měření délky

Měření délky patří k nejběžněji prováděným fyzikálním měřením. Některá základní měřidla délky jsou vyobrazena na obr. 1, s většinou z nich se seznámíte v některé z úloh Fyzikálního praktika 1. Pro měření délky těles menších rozměrů (cca do 50 cm) se často používá posuvné měřítko. Pro přesnější měření menších rozměrů, typicky několik cm, lze použít mikrometr (mikrometrický šroub); naopak větší délky lze měřit, i když s menší přesností, svinovacím metrem. Pro přesné měření malých *změn* délky se používá úchylkoměr (tzv. indikátorové hodinky, digitální indikátor). Časté měření větších rozměrů, vzdálenosti, obsahů ploch, úhlů apod. zjednodušuje laserový dálkoměr. Špatně přístupné rozměry lze na dálku změřit pomocí speciálního dalekohledu umístěného na stojanu s měřítkem, tzv. katetometru.¹

V současné době se lze setkat s analogovými a digitálními měřidly délky. Zatímco u analogového měřidla je nutné provést odečet vlastními silami, digitální měřidlo svoji hodnotu zobrazuje přímo na LCD displeji. Kromě zjednodušeného čtení měřidla je další výhodou přirozená možnost propojení digitálního čidla s počítačem.²

K měření rozměrů v této úloze využijete dvou přístrojů – posuvného měřítka a mikrometru.

1.1 Měření posuvkou

Důležitým parametrem analogového měřidla je velikost nejmenšího dílku, která u pravítek či příložných měřítek činí obvykle 1 mm. Při měření s tímto měřítkem však můžeme dosáhnout mnohem větší přesnosti než udávaných 1 mm. Zkušený pozorovatel dokáže na milimetrovém měřítku odhadovat desetiny, příp. i dvacetiny nejmenšího dílku [1].³ Dobře se odhadují zejména hodnoty kolem poloviny dílku, hodnoty blízko ryskám jsou z důvodu šířky rysek přeceňovány nebo podceňovány.

K pohodlnému a přesnému odečtu zlomků dílku stupnice se u posuvného měřítka (posuvky) používá pomocná stupnice, tzv. nonius nebo vernier, umístěná pod či nad stupnicí hlavní (viz obr. 2). Princip nonia je ten, že oko snadněji posoudí vzájemné vyrovnaní dvou rysek než odhad malé vzdálenosti. Nejmenší dílek nonia je úmyslně menší (např. 0,9 mm při 1/10 dělení, 0,95 mm při 1/20 dělení, obecně $\frac{n-1}{n}u$, kde u je velikost dílku hlavní stupnice a $n = 10, 20, 50$). Kryje-li se nula na noniu s celým dílkem stupnice hlavní (viz obr. 3), k dalšímu vyrovnaní rysek obou stupnic

¹Kromě uvedených přístrojů, které využijeme v laboratoři, existuje mnoho dalších měřidel specializovaných pro konkrétní účel – např. měřidla křivosti, tloušťky, výšky, hloubky, měřicí mikroskopy, ... V některých případech je vhodnější rozměr získat porovnáním s kalibrovanými měrkami.

²Ukázkovým příkladem může být již zmíněný přesný úchylkoměr, který v digitální verzi na displeji zobrazuje údaj na tisícinu mm a svoji hodnotu dokáže předávat do počítače pomocí sériové linky. S přístrojem se seznámíte v úloze č. 5 – *Měření modulu pružnosti pevných látek*. Naopak u analogové verze bylo kromě ručičky potřeba sledovat i počet celých otáček ručičky při větší změně délky.

³Je zřejmé, že nemá velký smysl se pokoušet o přesnější odečet v situacích, kdy kvalita přiložení či např. průhyb svinovacího metru mohou způsobovat větší chyby měření.

může dojít až na konci nonia, neboť čísla n a $n - 1$ jsou nesoudělná. Např. při dělení hlavní a pomocné stupnice po 1 mm a 0,9 mm shoda nastane až na desátém dílku nonia

$$10 \times 0,9 \text{ mm} = 9 \times 1 \text{ mm}.$$

Bude-li však nonius posunut slabě doprava, např. o 0,1 mm, k vyrovnaní stupnic dojde už na prvním dílku, neboť vzdálenosti rysek obou stupnic od nuly na noniu jsou

$$\begin{array}{llll} 0,9 \text{ mm}, & 1,9 \text{ mm}, & 2,9 \text{ mm}, & \dots \quad (\text{na hlavní stupnici}) \\ 0,9 \text{ mm}, & 1,8 \text{ mm}, & 2,7 \text{ mm}, & \dots \quad (\text{na noniu}). \end{array}$$

Výsledek měření s tímto posunem je tedy 1,1 mm. Pokud bude nula nonia posunuta o 0,3 mm, k vyrovnaní stupnic dojde na třetím dílku, neboť vzdálenosti rysek obou stupnic od nuly na noniu jsou

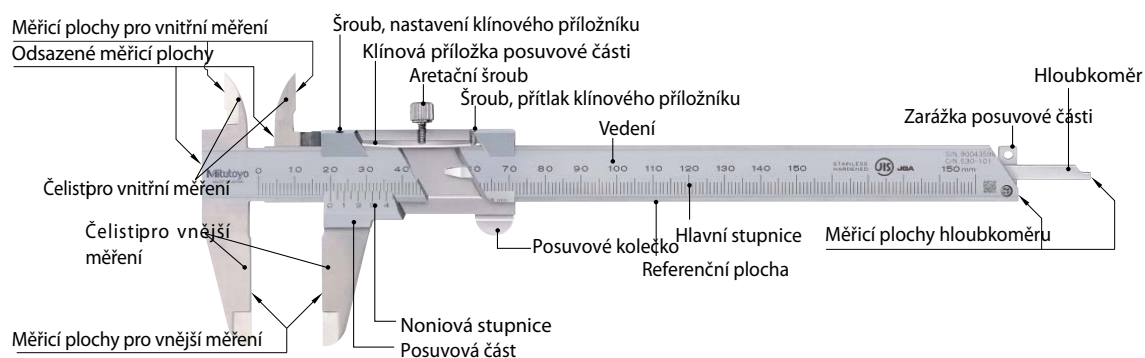
$$\begin{array}{llll} 0,7 \text{ mm}, & 1,7 \text{ mm}, & 2,7 \text{ mm}, & \dots \quad (\text{na hlavní stupnici}) \\ 0,9 \text{ mm}, & 1,8 \text{ mm}, & 2,7 \text{ mm}, & \dots \quad (\text{na noniu}). \end{array}$$

Je-li posunutí obecně rovno x , potom při vyrovnaní na m -tém dílku nonia u hlavní stupnice velikosti u jsou stejné dlouhé úseky

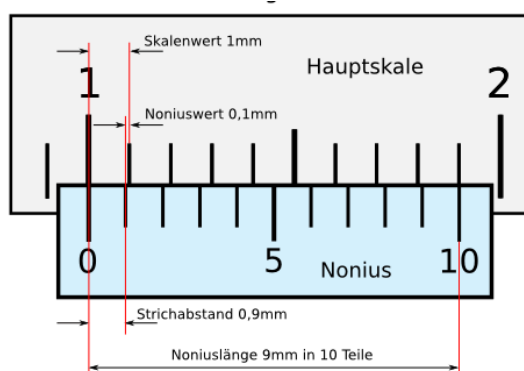
$$m \cdot u - x = m \cdot \frac{n-1}{n} u.$$



Obrázek 1: Měřidla délky: a) posuvné měřítko, b) mikrometr, c) úchylkoměr, d) laserový dálkoměr, e) koncové měřky, f) katetometr.



Obrázek 2: Analogové posuvné měřítko s 1/20 noniem. V elektronické verzi si lze obrázek prohlédnout při větším zvětšení.



Obrázek 3: 1/10 nonius. Velikost dílku hlavní stupnice 1 mm, nonia 0,9 mm. Stupnice se vyrovnají na 9. dílku stupnice hlavní a 10. dílku nonia.

Po úpravě

$$x = \frac{m}{n}u.$$

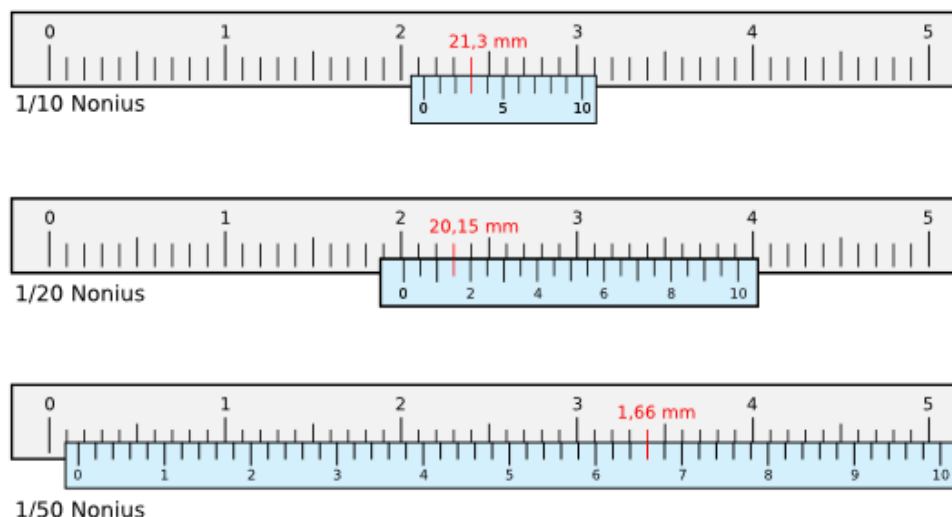
Pro 1/20 nonius ($n = 20$, $u = 1$ mm) a při vyrovnání na třetím dílku ($m = 3$) je posunutí tedy $x = 0,15$ mm.

Způsob měření s posuvkou je takový, že nejprve zjistíme, jaký celý počet dílků na stupnici hlavní nám ukazuje nula na noniu. Na obr. 4 b) je to 20 mm. (Je vhodné údaj odečítat v milimetrech, nepřipravíme se tak o některá místa.) K vyrovnání dochází na třetím dílku 1/20 nonia, děleném po 0,05 mm, výsledek měření je tedy 20,15 mm.

Nejistotu měření typu B při měření analogovým posuvným měřítkem stanovíme z rozlišitelnosti, tj. z nejmenšího dílku udávaného noniem ($b = 0,05$ mm nebo 0,02 mm), přitom předpokládáme rovnoměrné rozdělení

$$u_B = \frac{b}{2\sqrt{3}}. \quad (1)$$

U měřidel splňujících normu DIN 862 je do 10 cm měřené délky dovolená chyba rovna 0,05 mm (měřítka 1/10 a 1/20) a 0,02 mm (měřítka 1/50), tedy prakticky rovna rozlišitelnosti, což je přibližně ve shodě s (1). Naproti tomu při měření delších rozměrů je chyba dovolená normou větší, výše stanovený údaj může být spíše dolním odhadem. U digitálních měřítka je často dovolená



Obrázek 4: Měřítka s noniem umožňujícím čtení na a) 0,1 mm, b) 0,05 mm a c) 0,02 mm. Zkontrolujte si, jestli správně odečtete údaj na stupnici!



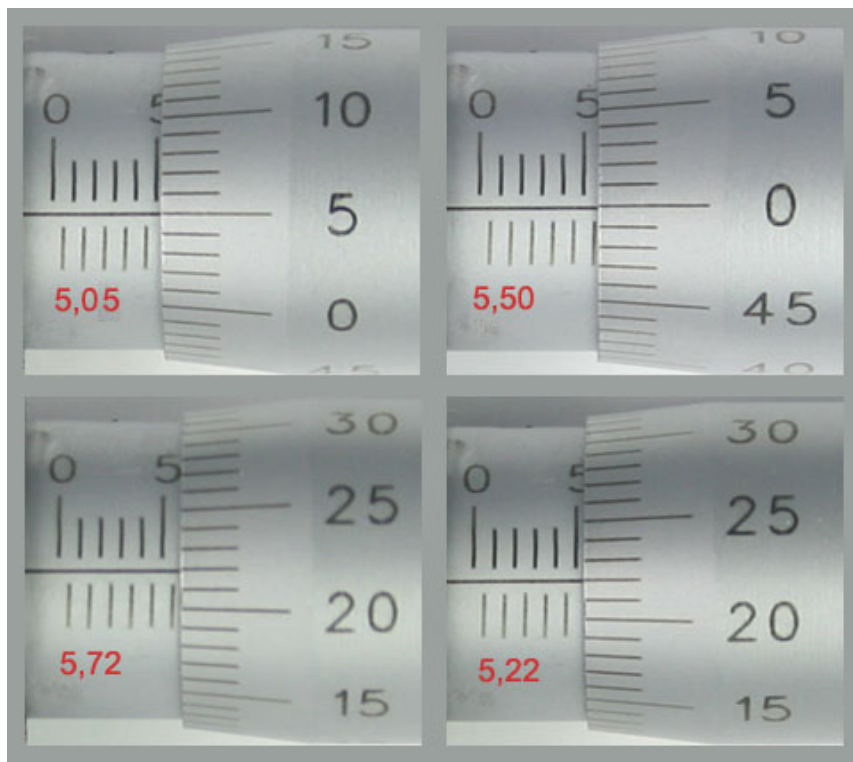
Obrázek 5: Mikrometr s analogovými stupnicemi a digitálním displejem. V elektronické verzi si lze obrázek prohlédnout při větším zvětšení.

chyba větší než rozlišitelnost (nejnižší zobrazený řád na displeji). Při pohledu na displej je proto potřeba se ubránit falešné představě o dokonalém měření.

Předpokladem pro dosažení uvedené přesnosti je dobrý stav měřidla a kvalifikovanost obsluhy. Před samotným měřením proto zkontrolujeme, zda jsou čelisti měřidla rovnoběžné, čisté a nejeví průsvit. Při měření se pokoušíme co nejvíce srovnat osu měřítka s měřeným rozměrem. Nezařucitelnost shodnosti osy měřítka a měřeného rozměru, požadované tzv. Abbeho principem, je podstatným zdrojem chyby měření zejména větších rozměrů.

1.2 Měření mikrometrem

Přesnějšího měření délky lze dosáhnout s přístrojem zvaným mikrometr (viz obr. 5). Tento přístroj je vybaven stupnicí pouzdra, dovolující odečítat údaj na poloviny mm, a stupnicí na otočném bubínku, dělenou na 50 dílků odpovídajících 0,01 mm (10 μ m). Výsledek měření se získá jako součet hodnot čtených na obou stupnicích.



Obrázek 6: Čtení hodnoty analogového mikrometru.

Příklad. Na obrázku 6 je zobrazeno několik čtení hodnoty mikrometru. Např. u c) je počet celých milimetrů pět, vidíme však ještě polovinu dalšího milimetru. Stupnice pouzdra tedy udává 5,5 mm. Na otočném bubínku vidíme proti základní rysce 22 dílků, tj. 0,22 mm. Výsledek je tedy 5,72 mm. Ověřte si schopnost čtení na mikrometru na ostatních obrázcích! Typickou hrubou chybou při čtení hodnoty mikrometru je špatné posouzení toho, zda je dolní ryska udávající polovinu mm již vidět či nikoliv, viz obr. 6b). Odečtený údaj potom je o 0,5 mm menší nebo větší. Pro eliminaci této chyby je vhodné bubínek dootočit na hodnotu nula a ujistit se, že výsledek je ve shodě s očekáváním.

Nejistotu typu B měření mikrometrem můžeme stanovit z nejmenšího dílku stupnice rovného $10\ \mu\text{m}$, s předpokladem rovnoměrného rozdělení. U měřidel splňujících normu DIN 863 s rozsahem měřené délky 0–25 mm je dovolená chyba rovna $4\ \mu\text{m}$, čtený výsledek v celých dílcích by tedy měl být zaručen. Dosažitelnost této hodnoty je však podmíněna zachováváním čistoty při měření a jemnou prací s mikrometrem.

Obecné zásady při práci s mikrometrem [2]:

1. Pečlivě zkontrolujte typ, rozsah měření, přesnost a další specifikace výběru vhodného modelu pro danou aplikaci.
2. Před provedením měření ponechte mikrometr a měřený předmět při pokojové teplotě tak dlouho, dokud se jejich teploty nevyrovnají.
3. Při odečítání proti bubínku s dělením se na základní rysku dívejte přímo. Pokud jsou rysky stupnice pozorovány pod úhlem, správné zarovnání pozice rysek nelze odečíst v důsledku paralaxní chyby.
4. Měřicí plochu pevného doteku a vřetena otřete papírem nepouštějící vlákna a před měřením nastavte počáteční (nulový) bod. Případně si počáteční hodnotu poznamenejte.

5. Setřete veškerý prach, piliny a jiné nečistoty z obvodu a měřicí plochy včetně jako součást denní údržby. Kromě toho dostatečně otřete veškeré nečistoty a otisky prstů na každé části suchým hadříkem.
6. Používejte správnou konstantní sílu přístroje tak, aby měření byla prováděna správnou měřicí silou.
7. Při upevňování mikrometru do stojanu by stojan měl upínat mikrometr za střed rámu. Neupínejte jej příliš pevně.
8. Dávejte pozor, abyste přístroj neupustili nebo nenarazili mikrometrem na cokoli. Neotáčejte bubínkem mikrometru použitím nadměrné síly. Pokud se domníváte, že mikrometr může být poškozen v důsledku náhodného nesprávného zacházení, zajistěte, aby byla provedena kontrola jeho přesnosti před dalším použitím.
9. Po dlouhé době skladování nebo pokud není vidět ochranný olejový film, zlehka naneste na mikrometr antikorozi oleje pomocí hadříku v něm namočeného.
10. Poznámky ke skladování: Neskladujte mikrometr na přímém slunci. Skladujte mikrometr na dobře větraném místě s malou prašností a nízkou vlhkostí. Skladujte mikrometr v pouzdru nebo jiném obalu, který by neměl být uchováván na podlaze. Neskladujte mikrometr v upnutém stavu, vždy ponechte mezeru 0,1 až 1 mm mezi měřicími plochami.

2 Měření hmotnosti

V současnosti se v laboratorní praxi k měření hmotnosti dominantně používají digitální váhy. Digitální váhy patří k nejpresnějším přístrojům v praktiku.⁴ Jako takové, váhy požadují speciální podmínky při instalaci a provozu – umístění na stabilním vodorovném povrchu bez otřesů při měření, v prostředí bez průvanu, teplotních výkyvů, nadměrné vlhkosti, prašnosti a elmg. rušení (např. mobily). Čím přesnější váhy, tím složitější procedury je zapotřebí konat k zajištění udávané přesnosti měření. U vah nalezneme tři důležité údaje:

váživost Maximální hmotnost, kterou lze na vahách zvážit. Vyšší hmotnost může nevratně poškodit přístroj.

citlivost/rozlišení/přesnost d Nejnižší hodnota/řád zobrazený na displeji. Může být shodná s opakovatelností, ta ale může být i $2\times$ větší.

ověřovací/cejchovní dílek e Nejvyšší dovolený rozdíl mezi údajem vah a etalony hmotnosti použitými při ověření vah.

Z uvedeného plyne, že dílek d udává změny, kterou váhy ještě zaregistrují, případně náhodnou chybu. Dílek e může pokrývat i některé systematické chyby.

I při digitálním charakteru zařízení váhy stále fungují na principu srovnávání tíhy zkoumaného tělesa s tíhou závaží. Rozdíl je v tom, že srovnání obou hmot je nesoučasné a nepřímé, srovnání probíhá přes měření jiné veličiny. Výhodou je, že díky měření této veličiny postačuje srovnání s jediným kalibračním závažím. Používají se dva principy měření:

elektromagnetický Tíha je porovnávána s elektromagnetickou silou, která je zapotřebí k vyvážení (kompenzaci) vah. Z proudu tekoucího cívkou lze vyvodit hmotnost měřeného objektu.

tenzometrický Tíha měřeného objektu deformuje závěs držící misku vah. Tenzometr na něm umístěný převádí vzniklé mechanické napětí na měření odporu.

Výsledkem těchto měření je jednoduchý údaj o hmotnosti na displeji. Protože však stále měříme tíhu objektu, digitální váhy postihují stejné problémy jako rovnoramenné váhy:

⁴Kupř. analytické váhy Kern 770 mají váživost 220 g a rozlišení 0,1 mg. Citlivost tedy dosahuje $5 \cdot 10^{-7}$ rozsahu. Naproti tomu nejpresnější multimetry v praktiku Keysight U3402A jsou „jen“ 5,5-místné.

1. Nevodorovnost misky. Se šikmou miskou měříme v lepším případě jen normálovou složku tíhy. Odchýlení o 1° způsobí relativní systematickou chybu $\delta_r = 1,5 \cdot 10^{-4}$, což na 100 g představuje 15 mg ($150 \times$ násobek citlivosti analytických vah 0,1 mg). K nastavení vodorovné polohy slouží stavitelné nožky a vodováha na přístroji.
2. Vztlak vzduchu. Jak na zkoumaný objekt při vlastním měření, tak i na závaží při kalibraci vah působí aerostatická vztlaková síla. Protože kalibrační závaží jsou obvykle z nerez, digitální váhy poskytující správnou hodnotu neovlivněnou vztlakovou silou pouze při vážení objektů ze stejného materiálu (stejná hmotnost $\rightarrow$ stejný objem $\rightarrow$ stejný vztlak). Korekce na vztlak ζ , přičítaná k ukazované hodnotě Z ,

$$M = Z + \zeta,$$

je rovna

$$\zeta = \left(\frac{M}{\rho_M} - \frac{Z}{\rho_Z} \right) \rho,$$

kde ρ_Z , ρ_M a ρ je po řadě hustota kalibračního závaží, měřeného objektu a vzduchu. Přibližně

$$\zeta = Z \left(\frac{1}{\rho_M} - \frac{1}{\rho_Z} \right) \rho.$$

Např. pro vodní těleso je podíl $\zeta/Z \approx 1 \cdot 10^{-3}$. Při navážení 100 g vody tedy ve skutečnosti navážíme o 100 mg ($\approx 0,1$ ml) vody více. Efekt je velmi podstatný, vážíme-li výrazně řidší (nebo případně hustší) materiály, kupř. polystyren.

Z toho také plyne, že odlišnost hustoty vzduchu během kalibrace a při měření může způsobit odchylku i při měření nerez. V extrémních případech je proto nutné kalibraci periodicky opakovat, viz níže.

3. Hodnota tíhového zrychlení. Protože tíhové zrychlení je na různých místech Země různé, je zapotřebí, aby kalibrace ve výrobním závodě byla prováděna pro danou oblast, nebo lépe, aby byla provedena v místě měření. Analytické váhy (i ty naše) jsou proto vybaveny vnitřním kalibračním závažím. Stiskem jednoho tlačítka dojde k přesunu tohoto závaží do měřicího prostoru, k jeho zvažení a ke kalibraci vah. Tuto proceduru je vhodné provést, dojde-li např. k výrazné změně teploty.

Postup měření. Zkontrolujeme vyrovnanost vah. Po zapnutí vyčkáme na jejich ustálení. Váhy vytárujeme, případně zkalibrujeme. Porovnáme váživost s odhadem hmotnosti předmětu. Vážený předmět poté ručně a opatrně položíme do středu misky a počkáme na ustálení údaje. U analytických vah před měřením zavřeme skleněnou skříňku. Zapišeme si celý údaj na displeji, poznamenejeme si dílky e a d a zhodnotíme systematické vlivy. Po celém měření váhy vypneme do režimu standby.

Měření provádíme jen jedenkrát. Nejistota měření bude proto tvořena jen nejistotou typu B, kterou spočteme jako $u_B = e/3$.

Poznámka. Vzhledem k digitální povaze zařízení mají současné váhy často sériový digitální výstup, dovolující připojení počítače či tiskárny. Některé typy vah mají tzv. podvěsné vážení – možnost zvažení zavěšeného tělesa. Hodí se tím i na měření silového působení, které ovšem nesmí být proměnného charakteru. (Respektive, silové působení musí být kvazistatického charakteru, tedy v čase natolik pomalé, aby se váhy stihly zátěží přizpůsobovat.) S tímto využitím se seznámíte v úloze č. 3 – *Měření viskozity, hustoty a povrchového napětí kapalin*.

3 Měření laboratorních podmínek

3.1 Měření tlaku

K přesnému měření atmosférického tlaku v laboratoři byl v dřívější době používán rtuťový barometr na principu Torricelliho experimentu. Atmosférický tlak se stanovil měřením výšky rtuťového sloupce v uzavřené trubici ponořené do nádoby se rtutí. V souvislosti s omezováním použití rtuti je však nákup rtuťových barometrů problematický. Další nevýhodou je nutnost provádět řadu korekcí (např. na teplotní roztažnost) či komplikovanější automatizace měření. Pro měření atmosférického tlaku jsou dnes proto používána průmyslová čidla s kalibrovaným digitálním nebo analogovým výstupem.

Atmosférický tlak v laboratoři Fyzikálního praktika 1 je měřen pomocí přesného mikrokontrolerového barometru Vaisala PTB110. Barometr je vybaven křemíkovým senzorem pracujícím na kapacitním principu. Přístroj má analogový napěťový (0–5 V na rozsah 800–1060 hPa) a frekvenční výstup (Hz = hPa). V našem praktiku je frekvenční výstup barometru přiveden na čítač obsažený v mikrokontroleru Arduino Uno. Tento mikrokontroler, doplněný o ethernetové připojení a www server, generuje stránky na adrese <http://charon.physics.muni.cz>.

Garantovaná přesnost měření tlaku přístrojem PTB110 je $\pm 0,3$ hPa při $+20^\circ\text{C}$. Dlouhodobá stabilita je $\pm 0,1$ hPa/rok. Čidlo bylo zakoupeno na jaře 2017.

K přibližnému odhadu atmosférického tlaku v místě laboratoře lze využít blízké stanice Českého hydrometeorologického ústavu (ČMI). Naše nejbližší profesionální stanice je Brno-Tuřany, 241 m n. m. Při využívání dat ČMI je nutné brát v potaz, že standardně udávanou hodnotou je tlak vzduchu přepočtený na hladinu moře. Nejnovější verze stránek (r. 2017) zobrazuje rovněž skutečný tlak naměřený na stanici. Pro přesnější odhad je zapotřebí zvážit rozdílnou nadmořskou výšku laboratoře (nadmořská výška pracovní plochy stolů laboratoře je 249,8 m n. m.).

Poznámka. Atmosférický tlak naměřený v laboratoři může být slabě nižší než venku. Příčinou je nucené větrání laboratoře, které z místnosti více vzduchu odsává než přivádí. Přesvědčete se o tom!

3.2 Měření teploty a vlhkosti

K měření teploty a vlhkosti slouží v laboratoři Fyzikálního praktika 1 několik míst (ethernetové čidlo vlhkosti v místnosti A, rtuťový teploměr v místnosti B, barometrické čidlo). Na rozdíl od měření tlaku se naměřená teplota (příp. i vlhkost) může místa od místa lišit. Potřebujeme-li tedy přesný údaj o okolní teplotě (t_o), provedeme raději vlastní měření v blízkosti samotného experimentu. Měříme-li v experimentu současně i teplotu jiných objektů (t), je výhodné, použijeme-li stejného typu čidla, měřidla či dokonce rozdílového měření přímo teplotního rozdílu $t - t_o$. Tímto způsobem lze potlačit případné systematické odchylky měření teploty. Nejistota měření teploty digitálními čidly se může pohybovat okolo $\pm 0,5^\circ\text{C}$.

Úkoly

1. Stanovte hustotu aspoň jednoho válečku s otvorem.
 - (a) Proveďte měření rozměrů válečku. Každé měření opakujte 10×, hodnoty zapisujte do tabulky. Poznamenejte si použité měřidla, jejich nejmenší dílek, stanovte nejistotu typu B.
 - (b) Stanovte hmotnost válečku vážením na digitálních vahách. Před položením válečku na misku vah porovnejte svůj odhad hmotnosti s váživostí vah. Měření stačí provést 1×. Poznačte si celý údaj na displeji, typ přístroje, opakovatelnost d , ověřovací dílek e .
 - (c) Měření statisticky zpracujte. Určete kombinované nejistoty přímo měřených veličin, výslednou hustotu a její kombinovanou nejistotu. Výsledek porovnejte s tabulkami.

2. Změřte teplotu, atmosférický tlak a relativní vlhkost v laboratoři. Laboratorní podmínky budete měřit při každém dalším měření.

Reference

- [1] Brož, Jaromír. Základy fyzikálních měření. SPN, Praha, 1983.
- [2] Mitutoyo (2017) Metrologická příručka pro přesné měřicí přístroje. PRC 1389.