

Úloha č. 8: Měření teploty

jarní semestr 2025

1 Úvod

Teplota patří k nejdůležitějším charakteristikám termodynamických systémů. Je to proto, že řada vlastností i dějů, které v systémech probíhají, na teplotě více či méně závisí. Měření teploty je proto důležitý experimentální úkol, kterému se nevyhnou výzkumné a vývojové laboratoře ani průmyslová praxe.

Teplotní závislost mnoha jevů nás na jedné straně nutí v řadě případů teplotu měřit, na druhé straně nám dává možnost těchto teplotních závislostí využít jako metod k vlastnímu měření teploty. V rozmanitosti různých experimentálních metod teplota nesnese srovnání s žádnou jinou měřenou fyzikální veličinou.

K měření teploty se v minulosti hojně využívaly dilatační teploměry založené na principu teplotní roztažnosti látek. Podle skupenství látky obsažené v teploměru se rozlišují teploměry kapalinové (typicky rtuťové, nebo lihové), plynové a kovové (často používanou podskupinou jsou teploměry dvoukovové – bimetalické). V současnosti dominují teploměry elektrické, jež je snadné implementovat do automatizovaných systémů pro měření a řízení technologických procesů. Proto jsou odporové snímací prvky (polovodičové termistory a kovové snímače) v současné technické a průmyslové praxi zřejmě používané nejčastěji. Své opodstatnění mají také termoelektrické články a radiační teploměry.

2 Odporová čidla

Odpor je veličinou, která obecně vždy závisí na teplotě. V praktiku se soustředíme na kovové odporové senzory, zájemce o polovodičové termistory najde jejich popis v příloze B.

2.1 Kovové odporové senzory teploty

Odpor kovového vodiče s teplotou roste. Důvodem je rozptyl elektronů – nositelů proudu – na kmitech mříže, který je tím větší, čím je teplota vyšší. Pro malý rozsah teplot, přibližně v intervalu 100 °C, lze použít lineární závislost odporu na teplotě ve tvaru

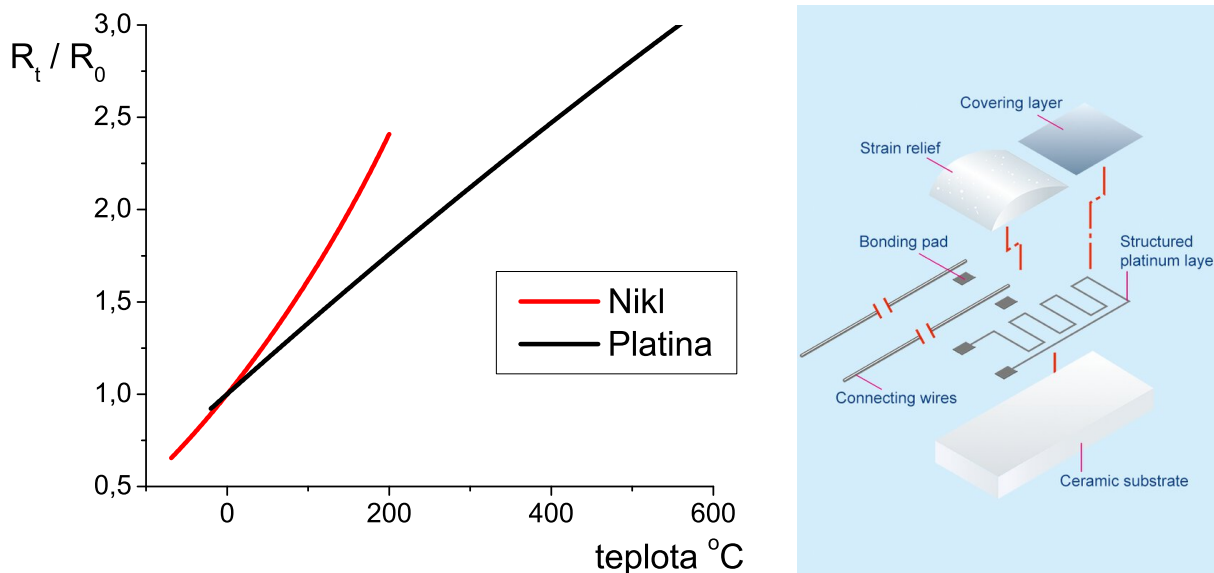
$$R = R_0(1 + \alpha\Delta t). \quad (1)$$

Teoreticky můžeme použít libovolný kov, v praxi se však používá jen několik málo materiálů, které nejlépe vyhovují zejména požadavkům stálosti. Nejužívanější materiály jsou uvedeny v příloze A, viz tabulka 2. Pro komerční použití čidel bylo zavedeno označení vyjadřující typ snímače a hodnotu jeho odporu při dané dohodnuté teplotě, typicky 0 °C. K nejpoužívanějším snímačům patří Pt100, Pt1000 a Ni1000, tj. snímače, které mají při teplotě 0 °C odpor 100 Ω, resp. 1000 Ω. Pro kovová odporová čidla se také používá obecné označení RTD (*resistance temperature detector*).

Zatímco ve starší, tzv. drátkové technologii vyšší základní odpor znamenal automaticky vyšší cenu snímače vzhledem k nutnosti použít větší množství drahého kovu, při moderní tenkovrstevné technologii již toto neplatí. Čidla Pt1000 mají ve srovnání s Pt100 vyšší citlivost, menší samoohřev

a nižší vliv odporu přívodních vodičů, jsou však méně stálé. Z historických důvodů je ale běžným standardem mezi kovovými odporovými snímači snímač Pt100.

Pro větší rozsah teplot již nelze použít lineární aproximaci teplotní závislosti odporu a závislost se aproximuje polynomm vyššího řádu. Pro platinové a niklové čidlo jsou koeficienty uvedeny v příloze A. Teplotní závislost odporových čidel Pt a Ni je na obr. 1.

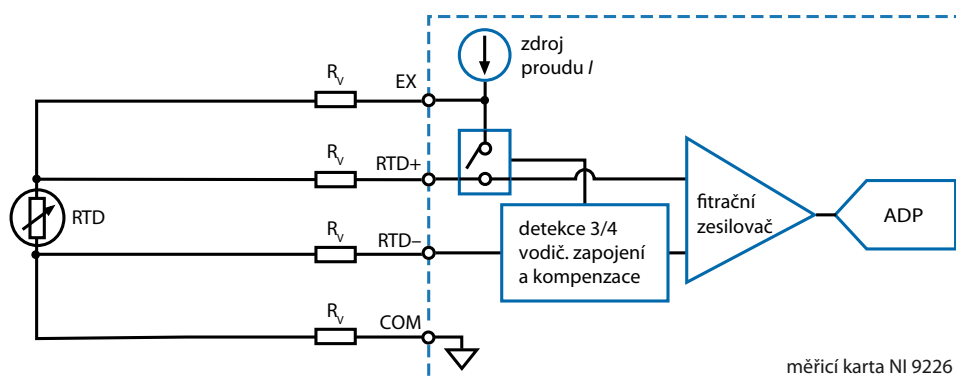


Obrázek 1: Teplotní závislost Pt a Ni odporových čidel (vlevo), konstrukce Pt čidla (vpravo)

Otázka:

Které z čidel Ni a Pt, s teplotními závislostmi na obrázku 1, vykazuje větší citlivost (ve smyslu derivace)? Které z čidel je lépe lineární?

2.2 Elektrické zapojení odporových čidel



Obrázek 2: Zapojení odporového čidla v měřicí kartě NI 9226 pro měření teploty pomocí odporových čidel. Inspirováno [2].

Elektrické zapojení odporových čidel vychází z Ohmovy metody měření odporu založené na současném určení napětí a proudu. Moderní měřidlo teploty NI 9226 (používáme ho v úloze 6) se zapojuje podle obrázku 2. Toto zařízení do čidla (označeného na obrázku RTD) pošle konstantní

elektrický proud (např. 0,1 mA) z interního proudového zdroje a měří na něm elektrické napětí. Z Ohmova zákona se potom stanoví odpor a ze znalosti druhu čidla i absolutní hodnota teploty.

Kvalitní čidla i měřidla používají tzv. čtyřvodičové zapojení. To řeší problém nenulového odporu přívodních vodičů R_V a jejich teplotní závislosti tak, že k samotnému rezistoru čidla jsou z každé strany hned dva přívody: jedna dvojice slouží pro napájení čidla proudem (tzv. excitaci, zdířky EX a COM), druhá dvojice (RTD+, RTD-) slouží pro připojení voltmetru (filtrační zesilovač a A/D převodník). Protože přes voltmetr teče díky jeho vysokému vstupnímu odporu velmi malý proud, napětí na přívodních vodičích o odporu R_V se v jeho větvi neprojeví.

V jednodušším třívodičovém zapojení, levnějším při potřebě dlouhých přívodních vodičů, není zapojena zdířka EX a čidlo je napájeno zdířkou RTD+. Ostatní vodiče jsou zachovány. V tomto případě napětí měřené voltmetrem zahrnuje kromě napětí na čidle i napětí $R_V I$ na přívodním vodiči mezi zdířkou RTD+ a čidlem. Měřidlo však toto napětí může stanovit z druhého měření napětí mezi zdířkami RTD- a COM a provést jeho odečet od první hodnoty. Je zřejmé, že tato kompenzace vyžaduje stejnou délku a typ přívodních vodičů.

Rutinní uživatel odporových čidel se jejich elektrickým zapojením netrápí. Ve standardním sortimentu výrobců jsou elektronické převodníky, které převádějí signál z čidla na tzv. normalizovaný proudový či napěťový výstup. To znamená, že teplota v daném měřicím rozsahu je lineárně zobrazena na určitý napěťový či proudový interval, např. 0 – 10 V, 4 – 20 mA, apod. Odporové čidlo ve spojení s elektronickým převodníkem představuje pohodlný, spolehlivý a přesný způsob měření teploty, který lze velmi jednoduše použít v automatizovaných systémech sběru dat a řízení technologických procesů.

2.3 Ohřev snímače měřicím proudem

Při měření odporu se nevyhneme nutnosti nechat protékat vlastním snímačem elektrický proud. Protože tento proud způsobuje ohřev snímače Jouleovým teplem, nelze ho příliš zvyšovat. Výkon elektrického proudu je dán vztahem

$$P = \frac{U^2}{R}, \quad (2)$$

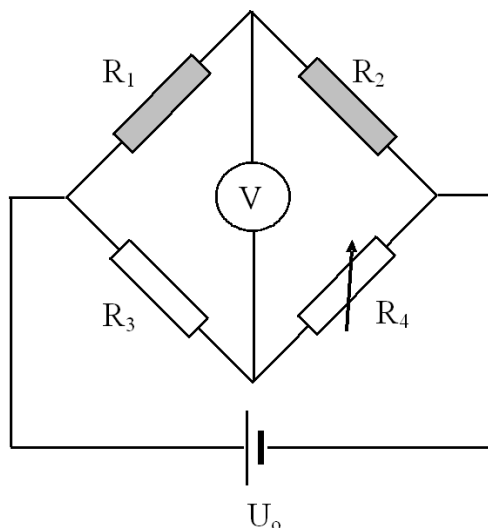
kde U je napětí na snímači a R jeho odpor. Z tohoto vztahu plyne výhoda snímačů s vyšším odporem (tedy např. Pt1000 proti Pt100), které při stejném napětí na snímači – typicky přímo měřená veličina – jsou zatíženy menším topným výkonem.

Například měřicí karty NI používají pro čidla Pt100 napájecí proud 1 mA, zatímco pro čidla Pt1000 proud 0,1 mA. Měřené napětí je pak vždy okolo 0,1 V, čímž se ztratí výhoda vyšší přesnosti měření napětí na čidle Pt1000 díky vyššímu teplotnímu zdvihu (citlivosti), ale tepelné zatížení čidla Pt1000 bude ve srovnání s čidlem Pt100 10× nižší.

2.4 Měření teploty s odporovými čidly v můstkovém zapojení – dvě čidla v můstku

Relativní změna odporu je malá a při měření malých teplotních rozdílů, kolem 0,1 °C a méně, nelze měřit odpor a jeho změnu přímo, například z Ohmova zákona. Je-li totiž teplotní odporový koeficient řádu 10^{-3} , pak se změnou teploty o 0,1 °C se velikost napětí na odporu (při použití stabilizovaného zdroje proudu) změní také v řádu 10^{-4} , což je již v úrovni chyby běžných elektrických měřicích přístrojů.¹ Mnohem výhodnější je použít metodu, ve které neměříme malou změnu na pozadí velké hodnoty, ale při níž měříme přímo změnu samotnou. Pro měření teplotního rozdílu lze použít dvou metod využívajících elektrická snímací čidla: dvojitý termoelektrický článek (viz oddíl 3) a odporová čidla zapojená do můstku.

¹Příkladem situace, kdy co nejpřesnější měření teplotní rozdílu je velmi důležité, je měření vstupní a výstupní teploty topného média při vytápění objektů, jež je nutné pro měření odebraného tepla a následnou kalkulaci topných nákladů. K tomu se používají tzv. „párované snímače teploty“, což je dvojice snímačů tvořící samostatně kalibrovaný a neoddělitelný pár, viz např. <http://www.sensit.cz/>



Obrázek 3: Wheatstoneův můstek se dvěma odporovými čidly R_1 a R_2

Wheatstoneův můstek se dvěma odporovými čidly zapojenými do můstku je na obrázku 3. Zatímco klasický postup měření spočívá v průběžném vyvažování můstku změnou odporu rezistoru R_4 , moderní přístup spočívá ve vyvození změny odporů čidel, a tedy i teplotního rozdílu, z napětí měřeného voltmetrem v úhlopříčce můstku. Před měřením se můstek nejprve vyváží při stejné teplotě obou čidel. (Ladíme odpor rezistoru R_4 tak, až voltmetr ukazuje nulové napětí. Při stejných čidlech bude $R_3 = R_4$). Při vlastním měření teplotního rozdílu už pouze monitorujeme napětí U . Tento postup lze dobře automatizovat, v praxi použítá měřicí karta dokonce můstkové měření na každém kanálu podporuje (umožňuje nejen měření napětí, ale poskytuje i zdroj pro napájení můstku).

Při malém rozladění můstku lze pro teplotní rozdíl Δt mezi oběma čidly odvodit vztah (viz příloha D)

$$\Delta t = \frac{4U}{U_o \alpha}, \quad (3)$$

kde U_o je napájecí napětí a α teplotní koeficient odporu. Tento vztah platí pouze při malém rozladění můstku.

3 Termoelektrické články

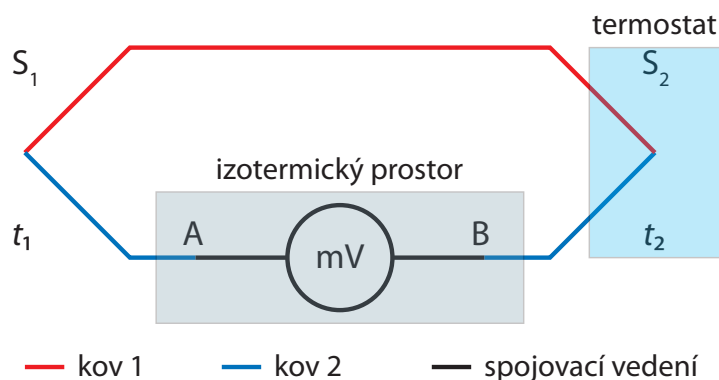
Pokud spojíme dva různé vodivé materiály (kovy nebo polovodiče) ve dvou místech podle obrázku 4 tak, že spoje S1 a S2 budou mít různé teploty t_1 a t_2 , vznikne mezi spoji tzv. termoelektrické napětí a uzavřeným obvodem začne protékat termoelektrický proud. Termoelektrický jev se také nazývá Seebeckův a souvisí s difúzí volných nositelů náboje z teplejších míst do chladnějších.

Teplotní charakteristika termoelektrického napětí je i v relativně velkém rozsahu přibližně lineární; lze ji tedy charakterizovat vztahem

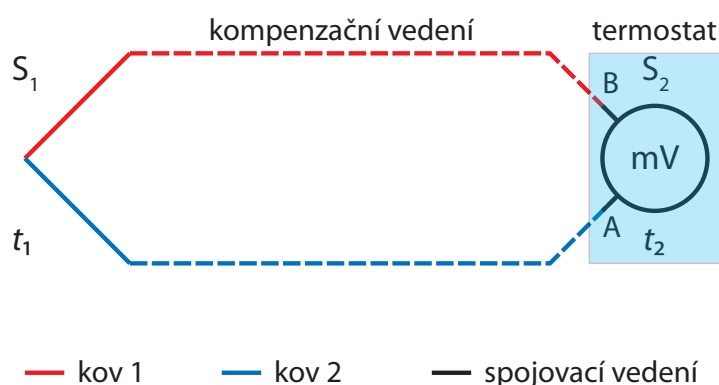
$$U = \beta (t_1 - t_2), \quad (4)$$

kde β je tzv. Seebeckův termoelektrický koeficient. Jeho hodnota závisí na materiálech použitých při výrobě termoelektrického článku (viz příloha A).

Termoelektrický článek se dvěma spoji lze použít pro přímé měření rozdílu teplot $t_1 - t_2$ dvou míst či objektů. Pro přesné měření teploty jen v jednom bodě je nutné teplotu druhého bodu měřit jiným způsobem anebo ho termostatizovat na referenční teplotě. Velmi dobrý termostat



Obrázek 4: Termoelektrický článek se dvěma spoji. V případě potřeby měření teploty jen v jednom bodě umístíme spoj S2 do termostatu o referenční teplotě t_2 .



Obrázek 5: Termoelektrický článek s jedním spojem. Kompenzační vedení je znázorněno čárkovaně.

jednoduše získáme pomocí směsi ledu a vody v Dewarově nádobě, která se bez jakékoliv aktivní termostatizace udržuje na teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Pokud měřidlo napětí umístíme přímo do bodu 2 (a zajistíme, aby i spoje A a B byly na stejné teplotě v termostatu), vznikne termoelektrický článek s jedním spojem, viz obr. 5. Takový termočlánek pak teplotu t_1 měří relativně vůči teplotě měřicího místa. Má-li sloužit rovněž k měření absolutní hodnoty teploty, je nutné jiným způsobem měřit teplotu měřidla (například termistorem). Tuto teplotu pak přístroj k teplotnímu rozdílu přičítá. Uvedený postup tzv. kompenzace studeného konce (CJC – *cold junction compensation*) je běžně používán např. v digitálních teploměrech s termočláňkovými sondami, které absolutní hodnotu teploty ukazují (viz obr. 6). Je zřejmé, že toto dvojité měření může vykazovat větší chybu měření absolutní hodnoty teploty než při použití odporových čidel. Použití termočláňků pro měření absolutní hodnot je obvykle motivováno jinými důvody (cenou, vysokými teplotami, kde už odporové teploměry nelze použít, rychlostí měření apod.)

Pokud do obvodu termoelektrického článku zapojíme vodiče z jiného materiálu (tzv. spojovací vedení), nedojde ke změně termoelektrického napětí, jsou-li všechny ostatní spoje na téže teplotě (viz například spoje A a B na obr. 4 a 5). To je důležitá vlastnost, díky které můžeme za předpokladu teplotní homogenity prostředí použít pro spojení termoelektrického článku s měřicím přístrojem libovolné vhodné vodiče (nejčastěji měděné). Pokud teplotní homogenitu zajistit nelze, musíme postupovat některým z následujících dvou způsobů:

1. Použít materiál termoelektrického článku pro celý obvod až ke svorkám měřicího přístroje (o kterém lze předpokládat, že má homogenní teplotu) anebo alespoň do míst, kde lze homogenitu teploty s požadovanou přesností zajistit (izotermický prostor na obrázku 4).

2. Použít tzv. prodlužovací (kompenzační) vedení z jiných kovů, viz obr. 5, které ovšem mají termoelektrický koeficient co nejbližší materiálům termoelektrického článku. Tento postup se volí, pokud je nutné pro vlastní termoelektrický článek použít drahé kovy (například z důvodů požadovaného teplotního rozsahu) a kompenzační vedení může být realizováno materiály levnějšími.



Obrázek 6: Digitální teploměr s teplotní termočlávkovou sondou typu K.

4 Infračervené teploměry

Každé těleso na teplotě vyšší než absolutní nula (tedy skutečně každé) vyzařuje elektromagnetické záření. Toto záření nazýváme tepelné, abychom jej odlišili od záření vzniklého jiným způsobem, například luminiscencí. Emise tepelného záření je ovlivněna zejména teplotou, ale také vlastnostmi povrchu tělesa. Ukazuje se, že nejvíce září to těleso, jež v dané oblasti vlnových délek nejvíce absorbuje. Ideálním zářičem je tedy těleso zcela pohlcující dopadající záření, tzv. dokonale černé těleso. Odchylku vyzařování konkrétního povrchu od vyzařování dokonale černého popisuje veličina zvaná emisivita ε , která je definovaná jako

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{I(\lambda, T)}{I_{\text{čt}}(\lambda, T)}, \quad (5)$$

kde $I(\lambda, T)$ je intenzita vyzařování daného povrchu o absolutní teplotě T na vlnové délce λ a $I_{\text{čt}}(\lambda, T)$ intenzita vyzařování dokonale černého tělesa o stejné teplotě a na stejné vlnové délce. Emisivita černého tělesa je tedy vždy rovna jedné, v běžných případech $\varepsilon < 1$. Pokud je emisivita tělesa v daném intervalu vlnových délek konstantní, těleso září jako tzv. šedý zářič. Mění-li se, mluvíme o selektivním zářiči. Se změnou teploty jsou spojeny dva charakteristické jevy:

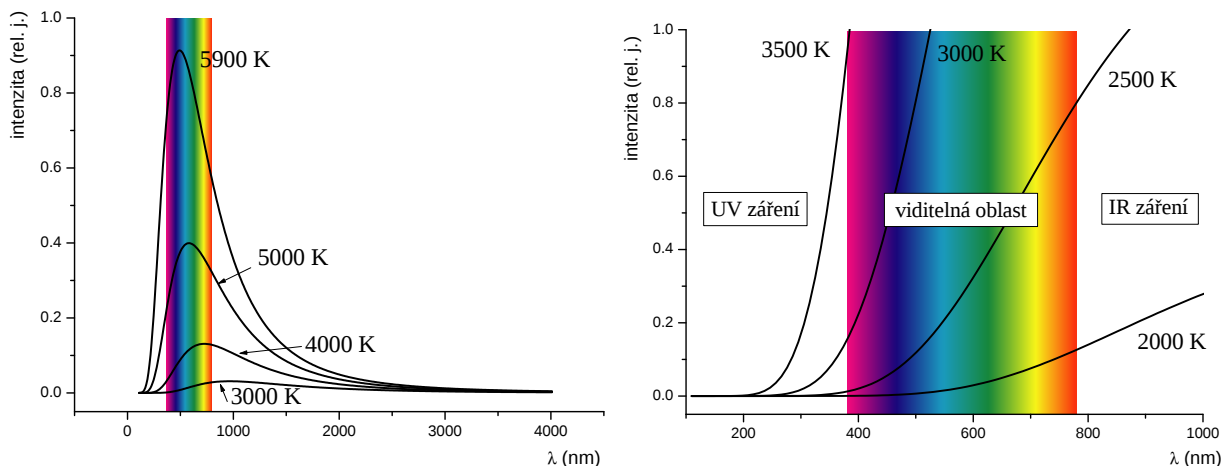
1. S rostoucí teplotou se zmenšuje vlnová délka, při které je vyzařování největší. Tuto závislost popisuje tzv. Wienův posunovací zákon

$$\lambda_{\text{max}} T = \text{konst} = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ mK}. \quad (6)$$

2. Současně se vzrůstem teploty prudce narůstá celková vyzářená energie dle Stefanova – Boltzmanova zákona

$$I_{\text{čt}} = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4} \quad (7)$$

Obě výše uvedené závislosti jsou zdůvodněním toho, že záření těles, která nás běžně obklopují, nevnímáme, a sama existence tohoto záření je pro mnohé laiky překvapením. Těleso na pokojové



Obrázek 7: Spektrální hustota vyzařování dokonale černého tělesa.

teplotě má maximum vyzařování pro vlnovou délku cca $10\text{ }\mu\text{m}$, což je daleko od oblastí viditelného světla.

Spektrální závislost intenzity vyzařování (přesněji řečeno spektrální hustota intenzity vyzařování) dokonale černého tělesa je popsána tzv. Planckovým vyzařovacím zákonem ve tvaru

$$I_{\text{čt}}(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left(e^{\frac{hc}{k_b T \lambda}} - 1\right)} \quad (\text{Wm}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{nm}^{-1}), \quad (8)$$

kde h je Planckova konstanta ($6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$), c rychlost světla, k_b Boltzmannova konstanta ($1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$). Příklady závislostí pro některé teploty jsou na obr. 7.

Plankův vyzařovací zákon je úplným popisem záření dokonale černého tělesa. Dříve uvedené zákony – Wienův posunovací a Stefanův–Boltzmannův – jsou v něm obsaženy a je možné je z Planckova zákona odvodit.

Z výše uvedeného popisu je zřejmé, že tepelné záření emitované tělesem nese informaci o teplotě tělesa a může být využito pro bezkontaktní měření teploty. Přístroje měřící toto záření nazýváme infračervené (IR) teploměry.

Základním problémem při měření IR teploměry je určení emisivity měřeného povrchu. Z definice emisivity a Stefanova–Boltzmannova zákona plyne vztah mezi skutečnou teplotou tělesa T a teplotou T_p , kterou ukazuje IR teploměr předpokládající, že těleso je dokonale černé

$$T = \frac{T_p}{\sqrt[4]{\varepsilon}}. \quad (9)$$

V praxi ale tento postup dává pouze přibližné výsledky a určená teplota nebo emisivita povrchu je zatíženou značnou chybou. Většina lepších IR teploměrů má možnost korekce na emisivitu měřeného tělesa. Pokud na přístroji nastavíme správnou emisivitu, provádí přístroj automaticky korekci a ukazuje správnou hodnotu teploty.

4.1 Principy detekce infračerveného záření IR teploměrem a infrakamerou

Pro měření nižších teplot musíme použít snímač, který je schopen detekovat delší vlnové délky, tedy infračervenou oblast elektromagnetického spektra. V praxi se používá několik možností detekce infračerveného záření. Lze je rozdělit následujícím způsobem:

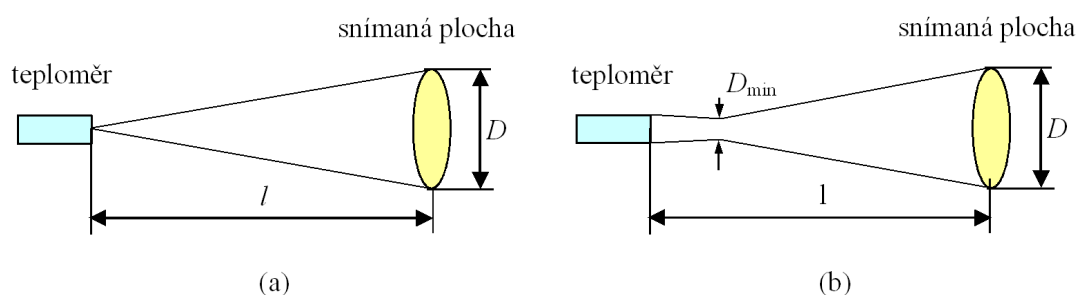
1. tepelné – měří ohřev čidla, na které dopadá fokusovaný svazek IR záření. Pro detekci ohřevu lze využít následující jevy:

- (a) termoelektrický. IR záření ohřívá baterii sériově zapojených termoelektrických článků (cca 100) a měříme celkové generované napětí.
 - (b) odporový. Oteplení detektoru je snímáno prostřednictvím změny odporu vhodného materiálu. Používají se nejčastěji oxidy MgO, MnO, NiO, TiO₂ a jiné. Tyto detektory nazýváme bolometry. Mikrobolometrické senzory lze uspořádat do plošné matice, a tak získat plošný detektor termovizních kamer.
 - (c) pyroelektrický. Pyroelektrický jev je změna spontánní polarizace v závislosti na teplotě u některých materiálů zvaných pyroelektrika. Nejčastěji se používají keramické materiály na bázi titaničitanu a zirkoničitanu olovnatého (označení PZT), triglycin sulfát (TGS), polyvinylfluorid (PDF). Snímač je konstruován tak, že pyroelektrická látka tvoří dielektrikum kondenzátoru, na němž při změně teploty dochází k indukci elektrického náboje.
2. kvantové. Při absorpci fotonu elektronem z valenčního pásu polovodiče dojde k excitaci elektronu z valenčního do vodivostního pásu a ke vzniku páru elektron - díra. Zvýšením koncentrace nositelů proudu - elektronů a děr - dojde ke dvěma jevům:
- (a) zvýšení vodivosti (snížení odporu) homogenního polovodiče. Jevo nazýváme fotovodivost a takto pracující součástky fotoodpory. Změnu odporu pak můžeme detekovat podobným způsobem, jako u odporových teplotních čidel.
 - (b) generaci elektrického napětí. Dojde-li k absorpci fotonu v oblasti p-n přechodu, pak elektrické pole, jež je spontánně v oblasti p-n přechodu přítomné, oddělí oba druhy nositelů proudu od sebe a vzniká elektrické napětí, případně v uzavřeném obvodu elektrický proud. Tento jev nazýváme fotovoltaický.² Měření vzniklého elektrického napětí resp. elektrického proudu je již standardní experimentální úkol.

Důležitou charakteristikou IR teploměru je tzv. optika Ω , která určuje velikost oblasti, z níž IR teploměr záření snímá. Optika je definována jako poměr průměru snímané oblasti a její vzdálenosti od přístroje, viz obr. 8.

$$\Omega = D:l.$$

Je však třeba mít na paměti, že průměr snímané oblasti neklesá se snižující se vzdáleností od přístroje k nule, jak by mohl naznačovat obr. 8 (a), ale má jistou minimální hodnotu D_{min} . Reálný profil snímané oblasti vystihuje obr. 8 (b).



Obrázek 8: (a) K definici optiky IR teploměru. (b) Reálný profil snímané oblasti

4.2 Měření teploty infračerveným teploměrem

Infračervené teploměry, přes bezesporou výhodu rychlé, jednoduché a bezkontaktní metody, mají své nevýhody a měření s nimi přináší značné úskalí. V první řadě je to neznámá emisivita měřeného

²Právě tento jev je základem činnosti tzv. solárních článků, které umožňují přímý převod slunečního záření na elektrickou energii.

povrchu. Při měření nízkých teplot může být údaj IR čidla ovlivněn odrazem IR záření okolních předmětů, prostředím mezi měřeným objektem a vlastním snímačem. Někdy je nutné měřit teplotu přes okénko oddělující například vakuovaný prostor s měřeným tělesem. Okénko vždy snižuje tok záření a obvykle je nutné provést speciální kalibraci při daném experimentálním uspořádání.

Propustnost okénka $\mathcal{T}$ lze orientačně stanovit z poměru intenzit záření prošlého přes okénko a záření dopadajícího na okénko

$$\mathcal{T} = \frac{T_{\text{IR,O}}^4}{T_{\text{IR,V}}^4}, \quad (10)$$

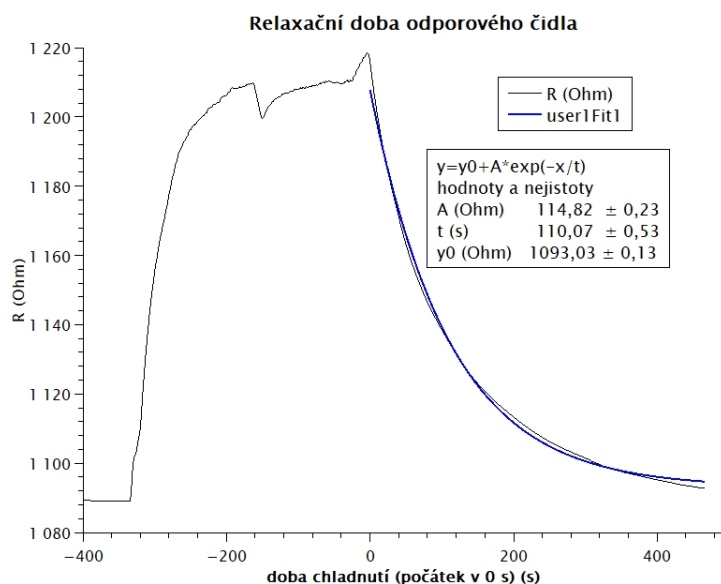
kde $T_{\text{IR,O}}$ je teplota vařiče měřená IR teploměrem přes okénko a $T_{\text{IR,V}}$ je teplota vařiče měřená IR teploměrem přímo. V případě okének s velmi malou propustností dává tento vztah zjevně nesprávné výsledky, neboť značná část záření měřená IR teploměrem přes okénko ve skutečnosti přichází odrazem záření z okolí na okénku, případně je vlastním zářením okénka. V této situaci je vhodné toto záření odečíst:

$$\mathcal{T} = \frac{T_{\text{IR,O}}^4 - T_{\text{IR,P}}^4}{T_{\text{IR,V}}^4}, \quad (11)$$

kde $T_{\text{IR,P}}$ je teplota změřená IR teploměrem přes okénko při pohledu na málo vyzařující objekt.

5 Relaxační doba odporového a termočláňkového čidla

Při měření teploty ve většině případů nejsou velké nároky na rychlost reakce teploměru. Vždy, když měříme teplotu okolního prostředí, nitra pece, kapalně náplně apod., je tepelná kapacita měřeného objektu řádově vyšší než kapacita teplotního čidla. Přesto mohou být situace, kdy je nutné měřit rychlé změny teploty – adiabatické expanze a komprese, silné exotermické reakce, rychlá žhání ohřevem laserovým nebo elektronovým svazkem apod.



Obrázek 9: Proklad exponenciely v programu QtiPlot, určení relaxační doby

Předpokládejme, že měřená teplota se změní skokem z hodnoty t_1 na t_2 . Reakce čidla na změnu teploty není okamžitá, ale probíhá s jistým zpožděním. Nejčastěji se předpokládá, že přechod signálu čidla z počáteční hodnoty na konečnou je dán tzv. přechodovou charakteristikou prvního řádu, která je popsána exponenciální funkcí dle vztahu

$$t(\tau) = t_2 - (t_2 - t_1)e^{-\frac{\tau}{\tau_m}} \quad (12)$$

kde τ_m je časová konstanta zvaná relaxační doba. Ta je důležitým parametrem charakterizujícím rychlost reakce teplotního čidla.

Změříme-li časovou závislost teploty při přechodovém ději, získáme časovou konstantu τ_m nejlépe prokladem exponenciální závislosti měřenými daty (pouze pochopitelně v úseku, kde se teplota příslušně mění) – viz obrázek 9.

Úkoly

Identifikace teplotních čidel, relaxační doba

1. V olejové lázni proměřte teplotní závislost elektrického odporu či napětí neznámých odporových a termoelektrických čidel. Pro měření slouží program *Teplota_tab.vi*. Teplotu nechte vzrůstat v rozsahu 20–120 °C, závislosti zaznamenejte s krokem cca 5 °C. **Míchání nastavte velmi opatrně, ať magnet nerozbije rtuťový teploměr!** Naměřené závislosti vyneste do grafu a proložte vhodným typem závislosti. Využijte program *QtiPlot*. Posuďte linearitu čidel, identifikujte jednotlivá čidla.
2. Stanovte relaxační dobu vybraných čidel:
 - (a) zapouzdrěného čidla (např. odporového čidla Pt 1000),
 - (b) nezapouzdrěného čidla (např. termoelektrického článku typu K).

Po spuštění měření na PC pod čidla postavte horkovzdušnou pistoli, na které předem nastavíte teplotu 100 °C. Po ustálení charakteristik čidel pistoli rychle odsuňte a zaznamenejte pokles teploty čidel až na laboratorní teplotu. Naměřené časové závislosti proložte exponencielou. Z prokladu stanovte relaxační dobu včetně její nejistoty měření. Výsledky porovnejte a komentujte pozorované rozdíly.

Měření s můstkem

1. Vyzkoušejte míru kompenzace ohřevu odporového čidla při můstkovém zapojení dvojice čidel. Umístěte obě čidla těsně k sobě, abychom mohli předpokládat stejnou teplotu bezprostředního okolí. Můstek zapojte do kanálu CH3 modulu NI 9219, napájení (cca 2,5 V) poskytuje dvojice svorek červená-černá, měření probíhá na svorkách červená-modrá. Vyvažte můstek, změřte si napájecí napětí při vyváženém můstku. Nechte protékat měřicí proud po dobu asi 10 minut (mezitím plňte jiné úkoly). Pak jedno čidlo vložte do těsné polystyrénové krabičky a opět vyčkejte asi 10 minut. Porovnejte a komentujte výsledky.

Měření teploty infračerveným teploměrem nebo termokamerou

1. Vyhřejte měděnou desku pokrytou černým a aluminiovým žáruvzdorným lakem na plotýnkovém vaříči na teplotu asi 250 °C. Poté vaříč vypněte. Nastavte na IR teploměru emisivitu $\epsilon = 1$. Z údaje IR teploměru získaného z lesklého a černého povrchu a skutečné teploty desky měřené termočlánkem určete emisivity obou povrchů. V praktiku máme k dispozici dva různé IR teploměry, k měření lze využít i jednoduchou termokameru na stativu (obraz zobrazuje program Topdon na počítači).

Teploměry oblast povrchu, z níž se snímá IR záření, vyznačují laserovou stopou. Pokud použijete kontaktní termočlánkovou sondu, nejprve odhadněte její relaxační dobu při ohřevu, tj. za jak dlouho po jejím přiložení k měřenému povrchu se její teplota s teplotou povrchu vyrovná.

2. Změřte teplotu černého povrchu zahrátého asi na 250 °C přes „okénko“ z různých materiálů. Můžete použít IR teploměr nebo termokameru. Porovnejte vždy teploty měřené pouze infračerveným teploměrem s okénkem a bez okénka. Máme sadu „okének“, která zahrnuje

polykarbonát, sklo, SiO_2 , NaCl , CaF_2 a KBr (dielektrika), Ge , Si a GaAs (polovodiče) a Cu (kov). **Samotných okének se nedotýkejte, ani je nepřikládejte do blízkosti vaříče.** Určete propustnost okének $\mathcal{T}$ v infračervené oblasti snímané teploměrem. Zvažte, zda pro výpočet propustnosti použijete vztah (10) nebo (11). Pozorování v protokolu komentujte a vysvětlete.

3. Změřte teplotu měděné plotny předem vychlazené v mrazničce pomocí kontaktního a IR teploměru. Oběma teploměry proměřte a) povrch s námrazou, b) čistý kovový povrch, ze kterého námrazu setřete žiletkou. Porovnejte údaje z obou teploměrů a spočítejte emisivitu obou povrchů. Jakou „barvu“ má led?
4. **Zkontrolujte, zda jsou vypnuta všechna topná zařízení a infrakamera je odpojena od USB kabelu.**

Reference

- [1] Marcel Kreidl, Měření teploty, BEN – technická literatura, Praha 2005.
- [2] Specifikace měřicí karty NI-9226 www.ni.com.
- [3] <http://www.technotrend.cz/stranky/teorie/teorie3.htm>
- [4] <http://www.sensit.cz>

A Koeficienty teplotních čidel

Kód	Složení	Teplotní rozsah (dlouhodobý)	β ($\mu\text{V}/^\circ\text{C}$)		
			při 100°C	při 500°C	při 1000°C
K	NiCr(+) NiAl(-) chromel - almel	0 až 1100	42	43	39
T	Cu(+) CuNi(-) měď - konstantan	-185 až 300	46		
J	Fe(+) CuNi(-) železo - konstantan	20 až 700	54	56	59
N	NiCrSi(+) NiSiMg(-) nicosil - nisil	0 až 1100	30	38	39
E	NiCr(+) CuNi(-) chromel - konstantan	0 až 800	68	81	
R	PtRh13 Pt platina rhodium - platina	0 až 1600	8	10	13
S	PtRh10 Pt platina rhodium - platina	0 až 1550	8	9	11
G	W(+) WRh(-) wolfram - wolfram rhenium	20 až 2320	5	16	21

Tabulka 1: Seebeckův koeficient β termoelektrických čidel

A.1 Lineární aproximace teplotní závislosti kovových odporových čidel

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$$

materiál	$\alpha(K^{-1})$		teplotní rozsah použití
	v celém teplotním rozsahu	v intervalu 0 – 100 °C	
Pt	$0,385 - 0,391 \cdot 10^{-2}$	$0,385 \cdot 10^{-2}$	–20 až 850 °C
Ni	$0,617 - 0,675 \cdot 10^{-2}$	$0,618 \cdot 10^{-2}$	–70 až 200 °C
Cu	$0,426 - 0,433 \cdot 10^{-2}$	$0,426 \cdot 10^{-2}$	–50 až 150 °C

Tabulka 2: Koeficient α kovových odporových čidel

A.2 Polynomiální aproximace teplotní závislosti kovových odporových čidel

Pro platinový snímač a teplotní rozsah –200 °C až 0 °C je teplotní závislost odporu dána vztahem

$$R_t = R_0[1 + At + Bt^2 + Ct^3(t - 100)]$$

a pro teplotu vyšší než 0 °C vztahem

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2),$$

kde R_0 je odpor při teplotě 0 °C a

$$\begin{aligned} A &= 3,908\,02 \cdot 10^{-3} K^{-1} \\ B &= -5,801\,95 \cdot 10^{-7} K^{-2} \\ C &= -4,273\,50 \cdot 10^{-12} K^{-3}. \end{aligned}$$

Pro teplotní závislost odporu niklového snímače lze použít v celém pracovním rozsahu vztah

$$R_t = R_0(1 + At + Bt^2 + Ct^4 + Dt^6),$$

kde

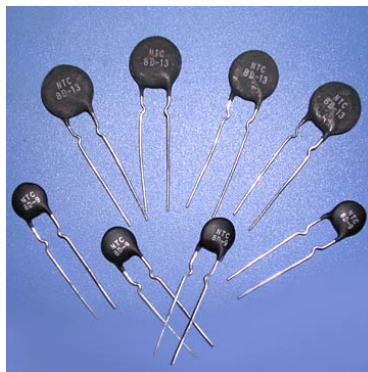
$$\begin{aligned} A &= 5,485 \cdot 10^{-3} K^{-1} \\ B &= 6,65 \cdot 10^{-6} K^{-2} \\ C &= 2,805 \cdot 10^{-11} K^{-4} \\ D &= 2,0 \cdot 10^{-17} K^{-6}. \end{aligned}$$

Potřebnou inverzní závislost získáme nejsnáze numericky, proložením vhodného polynomu inverzní funkcí $t(R)$ (prostě prohození sloupců X a Y při kreslení grafu).

B Polovodičové odporové senzory teploty – termistory

Polovodičové odporové senzory teploty patří k nepoužívanějším teplotním čidlům zejména v oblasti spotřební elektroniky, jako například domácí a venkovní digitální teploměry. K jejím výhodám patří vysoká teplotní citlivost (asi o řád vyšší než u kovů), malé rozměry a cena. Nevýhodou je nelineární teplotní charakteristika, menší rozsah teplot a menší dlouhodobá stabilita v porovnání s platinovými odporovými čidly.

Odpor vlastního polovodiče s teplotou klesá. S rostoucí teplotou se totiž zvyšuje pravděpodobnost excitace elektronu z valenčního do vodivostního pásu, tak roste koncentrace nositelů náboje – elektronů ve vodivostním pásu a děr v pásu valenčním. Zvýšení rozptylu nositelů náboje s teplotou, které určovalo obrácenou teplotní charakteristiku u kovů, má zde méně významný vliv. Termistory s tímto typem teplotní závislosti se nazývají negastory (NTC termistory). V případě vysoké dotace polovodiče se teplotní charakteristika obrací. Dopováním polovodiče totiž zvýšíme teplotně nezávislou koncentraci volných nositelů náboje a tím materiál získává charakter kovu. Termistory tohoto typu nazýváme pozistory (PTC termistory). Pozistory vyrobené z polykrystalické feroelektrické keramiky (např. titaničitan barnatý, BaTiO_3) se vyznačují strmým nárůstem odporu



Obrázek 10: Termistory NTC

nad Curieovou teplotou (teplota, při které materiál ztrácí feroelektrické vlastnosti) a používají se zejména jako teplotní pojistky v elektronických obvodech.

Pozistory se k měření teploty prakticky nepoužívají. Pokud tedy v technické praxi mluvíme o termistorech, máme většinou na mysli snímače se zápornou teplotní charakteristikou – negastory.

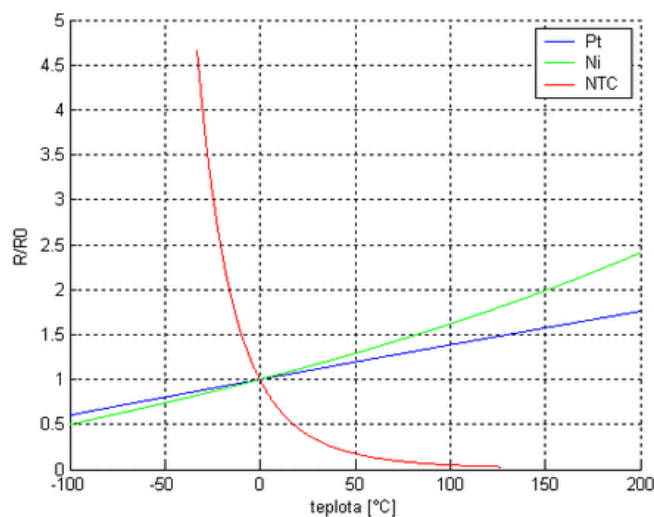
Teplotní závislost termistoru lze charakterizovat vztahem

$$R(t) = Ae^{\frac{B}{t}}. \quad (13)$$

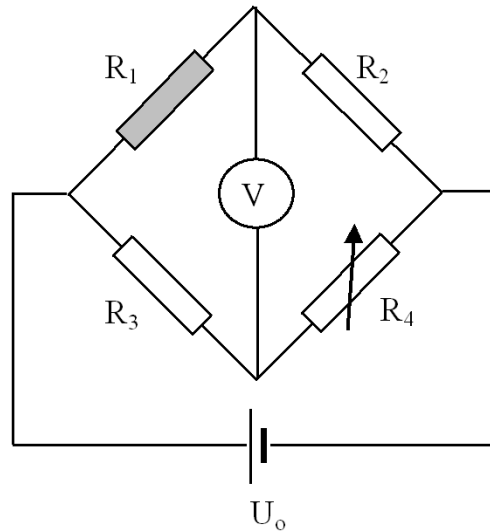
Ve skutečnosti však konstanta B není konstantou a je teplotně závislá. Pro výpočet teploty z odporu termistoru ve většině aplikací postačují přibližné, tzv. Steinhartovy–Hartovy vztahy

$$t = [a + b \ln R(t) + c (\ln R(t))^3]^{-1}, \quad (14)$$

které uspokojivým způsobem teplotní charakteristiku aproximují. Srovnání teplotních závislostí odporu kovových prvků a termistoru je na obr. 11.



Obrázek 11: Srovnání teplotní závislosti odporu kovových čidel a termistoru NTC



Obrázek 12: Zapojení odporového čidla do můstku. Čidlo je na místě šedého obdélníku

C Měření teploty s odporovými čidly v můstkovém zapojení – jedno čidlo v můstku

Zapojíme-li do Wheatstonova můstku (viz obr. 12) místo odporu R_1 kovové odporové čidlo, v lineární aproximaci teplotní závislosti odporu čidla dostaneme pro rovnováhu na můstku

$$\frac{R_0(1 + \alpha\Delta t)}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}, \quad (15)$$

kde R_0 je odpor čidla při jisté srovnávací teplotě a α teplotní odporový koeficient. Odtud jednoduše získáme

$$\Delta t = \frac{1}{\alpha} \frac{R_3 R_2}{R_4 R_0} - 1. \quad (16)$$

Pokud měříme napětí voltmetrem s velmi vysokým vnitřním odporem, pak i v případě nevyváženého můstku poteče odpory R_1 a R_2 stejný proud (označíme I_1). Podobně symbolem I_2 budeme značit proud tekoucí odpory R_3 a R_4 . Zřejmě platí

$$(R_1 + R_2)I_1 = U_o \quad (17)$$

$$(R_3 + R_4)I_2 = U_o \quad (18)$$

přičemž stejně jako dříve je na místě odporu R_1 odporové teplotní čidlo s teplotní závislostí $R_1 = R_0(1 + \alpha\Delta t)$.

Pokud byl můstek při teplotě t_0 vyvážen, plyne z 2. Kirchhoffova zákona pro levou smyčku vztah

$$R_0 I_1 = R_3 I_2, \quad (19)$$

odkud po dosazení z rovnic (17) a (18) dostaneme

$$\frac{R_0}{R_0 + R_2} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \quad (20)$$

Není-li můstek vyvážen, plyne obdobně z 2. Kirchhoffova zákona pro levou smyčku rovnice

$$R_1 I_1 = R_3 I_2 + U. \quad (21)$$

Po dosazení teplotní závislosti odporu a malých úpravách získáme vztah

$$U_o \left[\frac{R_0(1 + \alpha \Delta t)}{R_0(1 + \alpha \Delta t) + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] = U. \quad (22)$$

Pokračujeme v úpravách výrazu v hranaté závorce:

$$\begin{aligned} U_o \left[\frac{R_0(1 + \alpha \Delta t)}{R_0 + R_2 + R_0 \alpha \Delta t} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] &= U \\ U_o \left[\frac{R_0}{R_0 + R_2} \cdot \frac{1 + \alpha \Delta t}{1 + \frac{R_0 \alpha \Delta t}{R_0 + R_2}} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] &= U. \end{aligned}$$

Pro úpravu složeného zlomku využijeme aproximaci

$$\frac{1}{1+x} \doteq 1-x \quad \text{pro } x \ll 1,$$

s jejíž pomocí dostaneme

$$U_o \left[\frac{R_0}{R_0 + R_2} \cdot (1 + \alpha \Delta t) \left(1 - \frac{R_0 \alpha \Delta t}{R_0 + R_2} \right) - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] = U. \quad (23)$$

S využitím rovnice (20) a po roznásobení závorek dostaneme

$$U_o \left[\frac{R_0}{R_0 + R_2} \cdot (1 + \alpha \Delta t) \left(1 - \frac{R_0 \alpha \Delta t}{R_0 + R_2} \right) - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right] = U. \quad (24)$$

Třetí člen v závorce je druhého řádu malosti a můžeme jej vzhledem k prvním dvěma členům zanedbat. Dále algebraickými úpravami vyjádříme veličinu Δt

$$\Delta t = \frac{U}{\alpha U_o} \frac{R_3 + R_4}{R_3} \frac{1}{1 - \frac{R_3}{R_3 + R_4}} \quad (25)$$

a po odstranění složeného zlomku získáme výsledný vztah

$$\Delta t = \frac{U}{\alpha U_o} \frac{(R_3 + R_4)^2}{R_3 R_4}. \quad (26)$$

Vidíme, že měřená teplota je přímo úměrná napětí na můstku; konstanta úměrnosti je určena použitým napájecím napětím a hodnotami odporů v můstku. Pokud použijeme symetrický můstek, pro který při vyvážení platí $R_0 = R_2 = R_3 = R_4$, rovnice se zjednoduší na

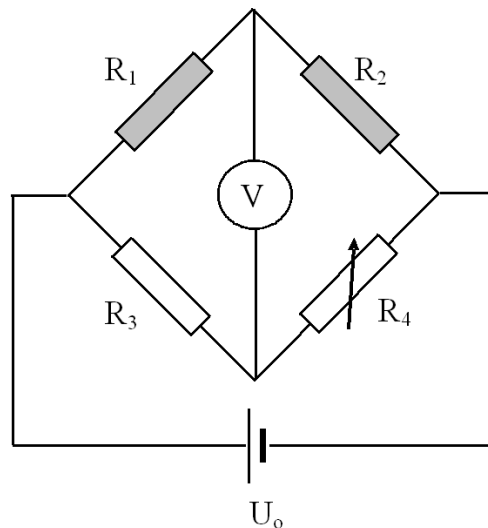
$$\Delta t = \frac{4 U}{U_o \alpha} \quad (27)$$

Je však třeba mít na mysli, že uvedený postup vedoucí k jednoduché přímé úměře mezi měřeným napětím a teplotou využil několika aproximací, které jsou tím lépe splněny, čím je teplotní rozdíl vzhledem ke srovnávací teplotě menší.

D Měření teploty s odporovými čidly v můstkovém zapojení – dvě čidla v můstku

Klasický Wheatstoneův můstek je na obrázku 13. Při vyvážení můstku (tj. když na voltmetru je nulové napětí) platí

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (28)$$

Obrázek 13: Wheatstoneův můstek se dvěma odporovými čidly R_1 a R_2

Pokud místo R_1 a R_2 zapojíme dvě odporová čidla, dostaneme

$$\frac{R_0(1 + \alpha t_1)}{R_0(1 + \alpha t_2)} = \frac{R_3}{R_4}, \quad (29)$$

kde R_0 je odpor čidla při jisté srovnávací teplotě a α teplotní odporový koeficient³, odkud po jednoduchých úpravách s využitím aproximace

$$\frac{1}{1+x} \doteq (1-x) \text{ pro } x \ll 1$$

získáme

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_3}{R_4} - 1 \right). \quad (30)$$

Pro praktické měření je ovšem výhodnější jiný postup. Před měřením vyvážíme můstek za situace, kdy jsou obě čidla na stejné teplotě. Přitom, použijeme-li shodných čidel, můžeme předpokládat, že při vyvážení bude $R_3 = R_4$. Při vlastním měření pak můstek nevyvažujeme, ale pouze měříme napětí voltmetrem v úhlopříčce můstku. Tento postup lze snáze automatizovat, protože měření napětí a sběr těchto dat počítačem je standardní a snadný úkol, zatímco automatické vyvažování můstku by byl experimentální problém.

Odvodíme potřebné vztahy. Pokud měříme napětí voltmetrem s velmi vysokým vnitřním odporem (a všechny digitální voltmetry nebo přídavné měřicí karty do PC tuto podmínku splňují), pak i v případě nevyváženého můstku poteče odpory R_1 a R_2 stejný proud (označíme I_1). Podobně symbolem I_2 budeme značit proud tekoucí odpory R_3 a R_4 . Zřejmě platí

$$(R_1 + R_2) I_1 = U_o \quad (31)$$

$$(R_3 + R_4) I_2 = U_o. \quad (32)$$

Není-li můstek vyvážen, plyne z 2. Kirchhoffova zákona pro levou smyčku vztah

$$R_1 I_1 = R_3 I_2 + U \quad (33)$$

³Předpokládáme, že takto měříme malé rozdíly teplot, pro které můžeme vždy použít lineární vztah mezi teplotou a odporem.

kde U je napětí měřené na voltmetru v úhlopříčce můstku.

Odtud s použitím rovnic (31) a (32) dostaneme

$$\frac{R_1 U_o}{R_1 + R_2} = \frac{R_3 U_o}{R_3 + R_4} + U. \quad (34)$$

V dalším použijeme již výše zmíněný předpoklad $R_3 = R_4 \equiv R$ spolu s vyjádřením teplotní závislosti odporu obou čidel ve tvaru

$$R_1 = R_0(1 + \alpha \Delta t_1), \quad (35)$$

$$R_2 = R_0(1 + \alpha \Delta t_2), \quad (36)$$

kde Δt_1 a Δt_2 jsou změny teploty obou čidel oproti teplotě, za které byl můstek vyvážen. Dosazením do rovnice (34) a po malých úpravách máme

$$U_o \frac{R_0(1 + \alpha \Delta t_1)}{R_0(1 + \alpha \Delta t_1 + 1 + \alpha \Delta t_2)} - \frac{R U_o}{R + R} = U, \quad (37)$$

což lze převést na tvar

$$\frac{U_o}{2} \frac{1 + \alpha \Delta t_1}{1 + \frac{\alpha}{2}(\Delta t_1 + \Delta t_2)} - \frac{U_o}{2} = U. \quad (38)$$

Podobně jako v předchozím odvození použijeme aproximaci

$$\frac{1}{1+x} \doteq (1-x) \text{ pro } x \ll 1,$$

s jejíž pomocí získáme vztah

$$\frac{U_o}{2} \left\{ 1 + \alpha \Delta t_1 - \frac{\alpha}{2} \Delta t_1 - \frac{\alpha}{2} \Delta t_2 - \left[\frac{\alpha^2}{2} \Delta t_1 (\Delta t_1 + \Delta t_2) \right] - 1 \right\} = U. \quad (39)$$

Od začátku se snažíme najít vztah pro případ, kdy změny teploty jsou jen malé (tj. $\alpha \Delta t \ll 1$). V tom případě je člen v hranaté závorce druhého řádu malosti a můžeme jej zanedbat. Odtud již jednoduchými úpravami dostaneme výsledný vztah

$$\Delta t = \frac{4U}{U_o \alpha}, \quad (40)$$

kde $\Delta t = \Delta t_1 - \Delta t_2$ je rozdíl teplot mezi oběma čidly.

Srovnání termoelektrických a odporových snímačů

Srovnáme nyní citlivost obou zmíněných metod. Měřený rozdíl teplot je v obou případech určen z měřeného napětí U : u dvojice odporových čidel podle vztahu (3) a pro dvojitý termoelektrický článek dle rovnice (4).

Teplotní rozdíl je vždy přímo úměrný měřenému napětí. Ze zákona šíření chyb pak plyne, že relativní chyba teplotního rozdílu bude v obou případech rovna relativní chybě měřeného napětí. Absolutní chyba $S_{\Delta t}$ je určena číselnou hodnotou multiplikativní konstanty, tj.

$$S_{\Delta t} = \frac{4S_U}{U_o \alpha} \text{ (odporové); } \quad S_{\Delta t} = \frac{S_U}{\beta} \text{ (termoelektrický článek).} \quad (41)$$

Dosadíme-li typické číselné hodnoty [1], dostaneme

$$S_{\Delta t} = 1000 \cdot S_U \text{ (odporové); } \quad S_{\Delta t} = 25000 \cdot S_U \text{ (termoelektrický článek),} \quad (42)$$

kde jsme použili $U_o = 1\text{V}$.

Vidíme, že použití dvojice odporových čidel poskytuje mnohem vyšší citlivost. Chceme-li měřit teplotní rozdíl s chybou 1°C , stačí u odporových čidel měřit napětí s citlivostí 1 mV , zatímco termoelektrické články požadují desítky μV . Na druhé straně odporová čidla vyžadují přesný stabilizovaný zdroj napětí a navíc měření může být zatíženo systematickou chybou danou ohřevem snímače průchodem proudem⁴. Právě poslední skutečnost neumožňuje zvyšovat citlivost odporového můstku zvětšováním napájecího napětí $U_o = 1\text{V}$. Další výhodou termoelektrický snímačů je snadná dostupnost nezapouzdřených snímačů s malou tepelnou kapacitou, což je důležitý parametr omezující měření rychlých změn teploty v čase. Odporová čidla jsou běžně zapouzdřená a jejich tepelná kapacita je vyšší.

⁴Uvědomme si však, že případný ohřev odporového snímače je u relativní můstkové metody do značné míry kompenzován. Kompenzace řady systematických chyb je charakteristickou výhodou relativních měřících metod obecně.