

Fyzikální praktikum 3

Úloha 2 Určení měrného náboje elektronu e/m

Úkoly

1. Určete měrný náboj elektronu e/m .
2. Najděte tabelovanou hodnotu e/m a porovnejte s měřením.

Teorie

Měrným nábojem elektronu e/m rozumíme poměr absolutního náboje a jeho hmotnosti. Jde o důležitou veličinu, kromě jiného například i pro určení hmotnosti elektronu, která se neměří přímo; je však možné ji z měrného náboje elektronu e/m jednoduše určit při znalosti velikosti náboje. Problematika přímého měření náboje elektronu má při tom svou specifickou historii. Klasické metody pro měření měrného náboje elektronu vycházejí ze studia pohybu elektronu v elektrickém a magnetickém poli. První spolehlivou hodnotu získal v roce 1897 objevitel elektronu Joseph John Thomson na zařízení kombinující elektrické a magnetické vychylování elektronového svazku. Metody založené na studiu pohybu volných elektronů v elektrickém a magnetickém poli byly dále zdokonalovány a v prvních desetiletích dvacátého století přinesly značné zpřesnění výsledků. Měrný náboj elektronu je možné určit i ze štěpení spektrálních čar atomových spekter v magnetickém poli, tj. studia Zeemanova jevu. Na rozdíl od výše uvedených metod se v případě metody štěpení spektrálních čar nepracuje s volnými elektrony, ale s elektrony vázanými v atomu. Do stejné kategorie patří i metody založené na měření cyklotronové frekvence elektronů v látkách.

Měrný náboj elektronu budeme měřit na školním demonstračním zařízení, kde elektrony jsou emitovány z rozžhavené katody katodové trubice. Jejich počáteční energie je malá ve srovnání s přírůstkem kinetické energie, který získají v elektrickém poli mezi katodou a anodou. Vztah pro jejich kinetickou energii tedy je:

$$eU = \frac{1}{2}mv^2, \quad (1)$$

kde e , U , m a v jsou velikost náboje, rozdíl potenciálů, jímž elektron projde, hmotnost a rychlost elektronu. Elektrony tedy získají rychlost

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}, \quad (2)$$

kterou vletují do skleněné elektronky naplněné vodíkem (o tlaku 1 Pa), umístěné v příčném magnetickém poli, které je generováno Hemholtzovými cívkami. Vodíkové atomy se po srážce s elektrony excitují a při následné deexcitaci emitují viditelné záření.

V magnetickém poli působí na elektrony Lorentzova síla

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B}), \quad (3)$$

která vyvolá zakřivení trajektorie odpovídající směru a intenzitě tohoto pole. Volíme-li geometrii pokusu tak, aby směr vektoru rychlosti v elektronů byl neustále kolmý ke směru vektoru $\mathbf{B}$ magnetické indukce, bude trajektorie elektronu kružnice ležící v rovině kolmé na směr magnetického pole.

Lorentzova síla se projevuje jako dostředivá síla a tedy platí rovnost

$$\frac{mv^2}{R} = evB, \quad (4)$$

kde e je velikost náboje elektronu, m je hmotnost elektronu, v je rychlost elektronu, B je intenzita magnetického pole a R je naměřený poloměr kruhové trajektorie elektronu.

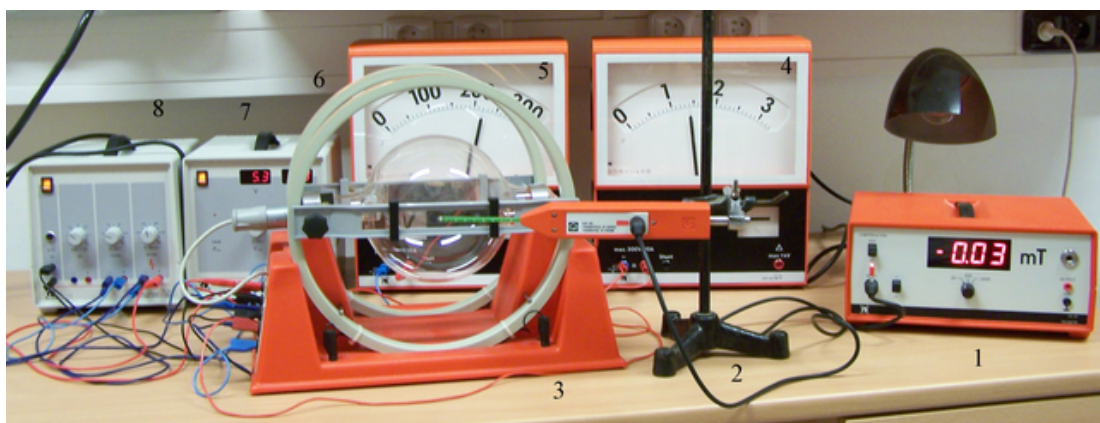
Postup měření

Úlohu určení měrného náboje elektronu provedeme pomocí školního demonstračního zařízení, které je ukázáno na obrázku 1. Skládá se z elektronky, teslametru, zdrojů proudu a napětí, ampérmetru, voltmetru a Hemholtzových cívek.

Elektronový svazek vyletuje otvorem v anodě do prostoru, ve kterém je magnetické pole a který je naplněn velmi zředěným plynem – vodíkem. Atomy plynové náplně se při srážkách s elektrony svazku excitují ze základního stavu do stavů s vyšší energií. Při deexcitaci pak atomy emitují viditelné záření. Tímto způsobem se zviditelní kruhová dráha elektronového svazku, kterou ovšem dostaneme pouze správným nastavením urychlovacího napětí U (zvýšením U dosáhneme zvýraznění paprsku) a napájecího proudu pro cívky elektromagnetu I . Při nastavení proudu $I = 0$ A, při kterém je magnetická indukce nulová, svazek elektronů nemá co vychylovat a uvidíme jen přímý svazek. Proto je potřeba volit dostatečně vysoké hodnoty proudu a zajistit tak elektronům kruhovou dráhu. Když postupně zvyšujeme urychlující napětí dostáváme šroubovici, která následně degeneruje na kružnici, jejíž rozměry měříme. Její průměr ($2R$) odečítáme pomocí posuvných držáků upevněných na nosníku těsně před elektronkou a zrcadla umístěného rovněž na nosníku jen těsně za elektronkou. Vzdálenost držáků na nosníku měřím pomocí pravítka.

Použitou hodnotu urychlujícího napětí U odečteme na voltmetru. Hodnotu napájecího proudu I Hemholtzových cívek měřeném na ampérmetru rovněž zaznamenáváme, protože ji budeme potřebovat pro stanovení magnetické indukce B .

Hodnotu magnetické indukce B lze získat následujícím způsobem. Magnetická indukce byla proměřena pomocí teslametru v závislosti na napájecím proudu Hemholtzových cívek, který byl odečten na ampérmetru. Elektronka byla odmontována z podstavce a sondu teslametru umístěna přímo uprostřed aparatury, tedy v místě, kde při měření kružnice bude její střed vytvořený svazkem



Obrázek 1: Aparatura pro měření úlohy: Experimentální uspořádání: 1 teslametr, 2 stojan s uchycenou sondou teslametru, 3 aparatura s elektronkou, 4 ampérmetr, 5 voltmetr, 6 Hemholtzovy cívky, 7 zdroj proudu pro elektromagnet a 8 zdroj urychlujícího napětí.

I (A)	0.50	0.70	0.90	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80
B (mT)	0.36	0.52	0.68	0.74	0.90	1.06	1.20	1.36

Tabulka 1: Cejchování magnetického indukce.

elektronů. Tímto způsobem byla ocejchována magnetická indukce pomocí proudu a tyto hodnoty najdeme v tabulce 1.

Při měření se nespokojte s jednou hodnotou urychlovacího napětí ani jednou hodnotou magnetické indukce. Před praktikem si rozmyslete, jakým způsobem budete obě veličiny měnit.

Hemholtzovy cívkys jsou používány k vytvoření magnetického pole. Prochází-li cívkami proud I , pak je ve středu souměrnosti obou cívek buzeno homogenní magnetické pole. V našem uspořádání je použit pár Hemholtzových cívek s následujícími parametry:

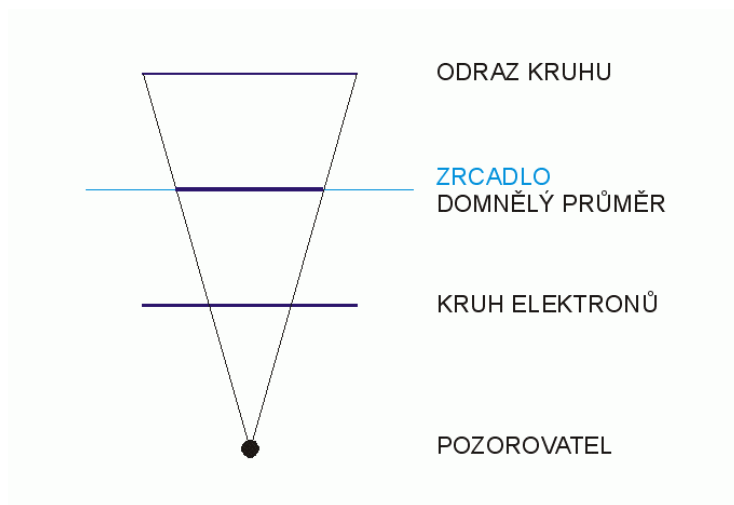
- Počet závitů: 130 na jednu cívku
- Maximální dovolený proud na cívku: 2 A (krátce 3 A)
- Maximální anodové napětí: 300 V
- Poloměr cívky r : 150 mm
- Rozestup cívek: 150 mm

!!POZOR!! Při překročení uvedených maximálních hodnot napětí a proudu může dojít ke zničení úlohy!

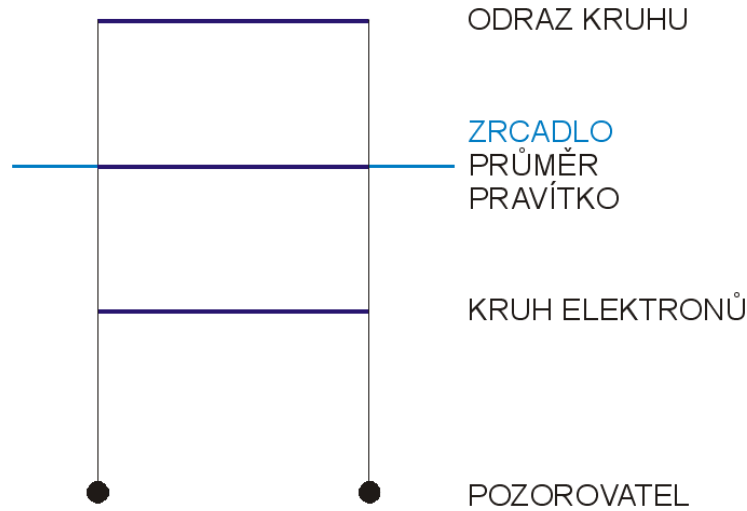
Měření průměru kružnice

Důležitým parametrem je správné měření průměru kružnice. Na první pohled jednoduchá záležitost v sobě ukrývá jedno nemilé úskalí. Problém nastává tehdy, když se nastavují držáky na nosníku při měření průměru kružnice. Pokud budou při nastavování oba držáky sledovány z jednoho místa, jak ukazuje obrázek 2, tak může dojít k nepřesnému měření průměru a tím k chybě ve výpočtu e/m .

Jak správně změřit průměr kružnice ukazuje obrázek 3. Pozorovatel se dívá jen na jeden držák a snaží se dostat do zákrytu právě tento držák, kruh elektronů a jeho odraz v zrcadle. Totéž pak provede u druhého držáku.



Obrázek 2: Špatné postavení při měření průměru kružnice.



Obrázek 3: Správné postavení při měření průměru kružnice

Použití vah při výpočtu průměru a prokládání přímky

Často se stane, že vyhodnocujeme data, jejichž věrohodnost se liší. Např. můžeme počítat průměr několika hodnot, z nichž některé byly určeny přesněji, zatímco jiné méně přesně. Pokud jsme schopni věrohodnost jednotlivých hodnot kvantitativně vyjádřit pomocí tzv. vah ($\{w_i\}$), pak vážený průměr ze souboru N hodnot $\{x_i\}$ spočítáme

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i}{\sum_{i=1}^N w_i}. \quad (5)$$

Je vidět, že hodnoty x s vyšší vahou budou vážený průměr ovlivňovat více, než hodnoty s nižší vahou. Je také vidět, že pokud jsou všechny váhy stejné, bude se vážený průměr rovnat běžnému aritmetickému průměru.

Různé váhy můžeme dávat i bodům, kterými prokládáme přímku. Pojdme se nejdřív podívat na případ, kdy N body se souřadnicemi x_i a y_i prokládáme přímku procházející počátkem, tj. přímku $y = ax$. Kdyby všech N bodů mělo stejnou váhu, pak bychom minimalizovali sumu čtverců odchylek $S = \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i)^2$: Sumu bychom derivovali podle hledaného parametru a , derivaci

bychom položili rovnu nule a z obdržené rovnice bychom získali výsledek $a = \left(\sum_{i=1}^N x_i y_i \right) / \left(\sum_{i=1}^N x_i^2 \right)$. Pokud ale chceme bodům při prokládání přímky přiřadit různé váhy, bude mít suma čtverců odchylek tvar $S = \sum_{i=1}^N w_i (y_i - ax_i)^2$ a její minimalizací získáme přímku se směrnici

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N w_i x_i y_i}{\sum_{i=1}^N w_i x_i^2}. \quad (6)$$

Častěji ale prokládáme obecnou přímku $y = ax + b$. Pokud nyní chceme bodům přiřadit různé váhy, budeme minimalizovat sumu $S = \sum_{i=1}^N w_i (y_i - ax_i - b)^2$. Derivací této sumy podle hledaných parametrů a a b získáme dvě rovnice, jejichž řešení vede k

$$a = \frac{\left(\sum_{i=1}^N w_i\right) \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i\right) \left(\sum_{i=1}^N w_i y_i\right)}{\left(\sum_{i=1}^N w_i\right) \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i\right)^2} \quad (7)$$

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^N w_i x_i^2\right) \left(\sum_{i=1}^N w_i y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i\right) \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i y_i\right)}{\left(\sum_{i=1}^N w_i\right) \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^N w_i x_i\right)^2} \quad (8)$$

Při vyhodnocování dat měřených v této úloze zvažte, jestli všechny body přispívají k výsledné hodnotě měrného náboje se stejnou věrohodností. Dojdete-li k názoru, že některá měření trpí větší neurčitostí, než jiná, můžete využít zde uvedených vztahů a lépe naměřené body ocenit vyššími vahami.

References

- [1] Fuka, Havelka: Elektřina a magnetismus, SPN, Praha 1965
- [2] Brož, J. a kolektiv: Základy fyzikálních měření I. 1. vydání. Praha: SPN, 1983.
- [3] Brož, J., Roskovec V.: Základy fyzikálních konstanty. 1. vydání. Praha: SPN, 1988.
- [4] General Catalogue Physics, Leybold Didactic GMBH 1992