



Astrofyzika IX.

Sluneční soustava

Vladimír Štefl
Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Základní souvislosti

Základní výčlenky: Sluneční soustava – komplex
těles majících společný původ

sluneční soustava

Slunce

planety

☉
Jupiter
Saturn
Uran
Neptun

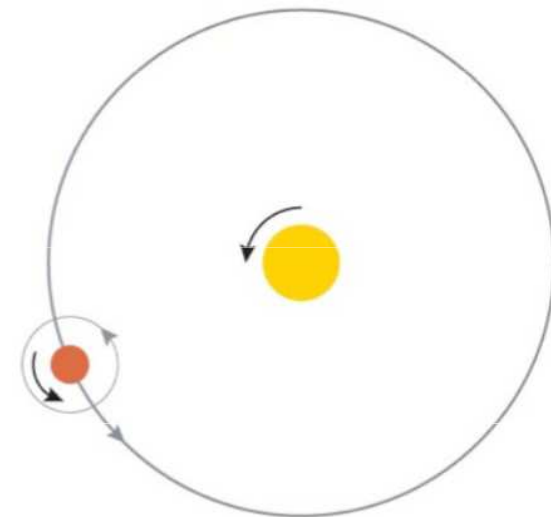
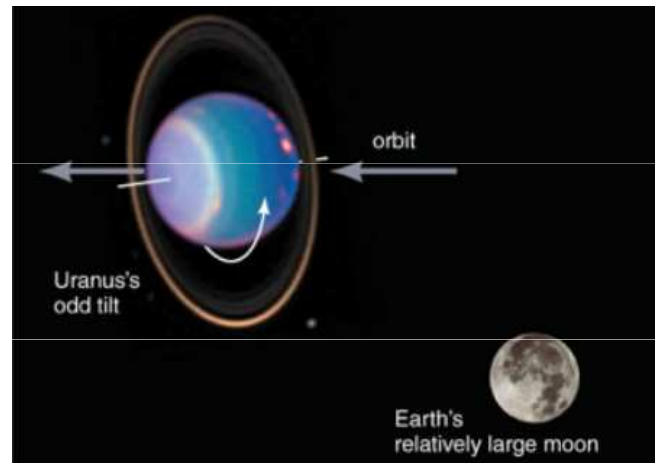
měsíce-
družice

malá tělesa
planetky
komety
meteority

mezisí-
řevní
plyn.
prach.
granul.
sluneční
pole

Pozorované zákonitosti

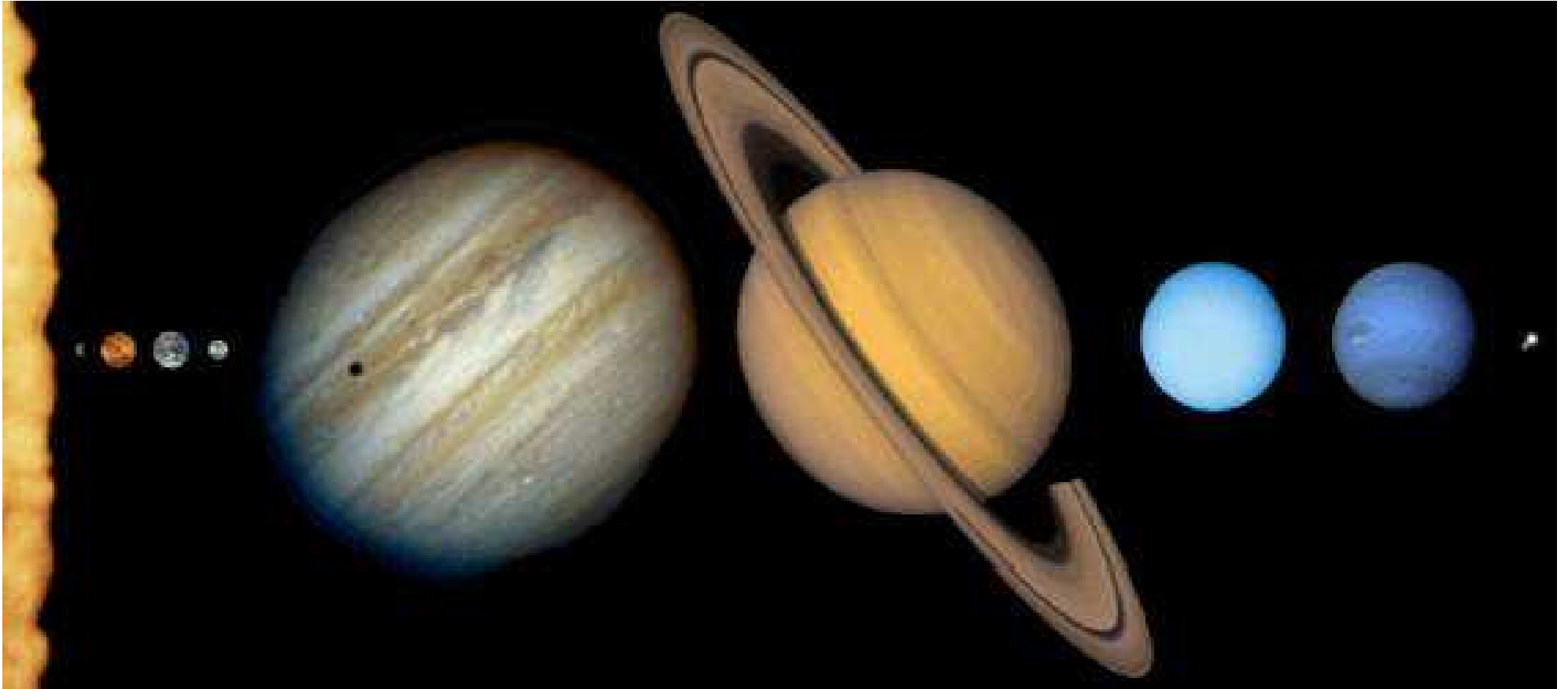
- 1. Všechny planety obíhají kolem Slunce ve stejném, přímém směru, přibližně ve stejné rovině procházející Sluncem*
- 2. Trajektorie všech planet jsou eliptické, příliš se neliší od kruhových*
- 3. Planety, vyjma Venuše a Uranu, rotují kolem vlastních os ve stejném směru v jakém obíhají kolem Slunce. Také Slunce rotuje kolem vlastní osy ve stejném směru.*



Fyzikální vlastnosti

Soustava osmi velkých planet, malá část prostoru, v němž převládá vliv Slunce nad okolními hvězdami. Vymezení oblasti různým způsobem. Např. sluneční vítr je zabrzdován mezihvězdným plynem ve vzdálenosti cca $10^3 - 10^4$ au, při předpokladu hustoty mezihvězdného plynu v okolí Slunce 0,1 - 1 atom vodíku v cm^3 . Rozhodující silou je gravitace, poloměr sféry gravitačního vlivu (tj. oblasti, kde převládá gravitační síla Slunce nad rušivým působením okolních hvězd) je zhruba $1,5 \cdot 10^5$ au. Pro srovnání poloměr Neptunovy dráhy je 7 000 krát menší než vzdálenost nejbližší hvězdy. Tělesa uvnitř sféry gravitačního vlivu Slunce, jejichž celková mechanická energie vzhledem ke Slunci (t.j. součet kladné kinetické a záporné potenciální energie) je záporná, zůstávají v této oblasti, jsou členy Sluneční soustavy. Platí v případě makroskopických těles. U velmi malých částíček se uplatňuje odpudivý vliv slunečního záření. Částice menší než 10^{-5} cm se dlouhodobě neudrží ve Sluneční soustavě.

Velikosti těles – srovnávací metoda

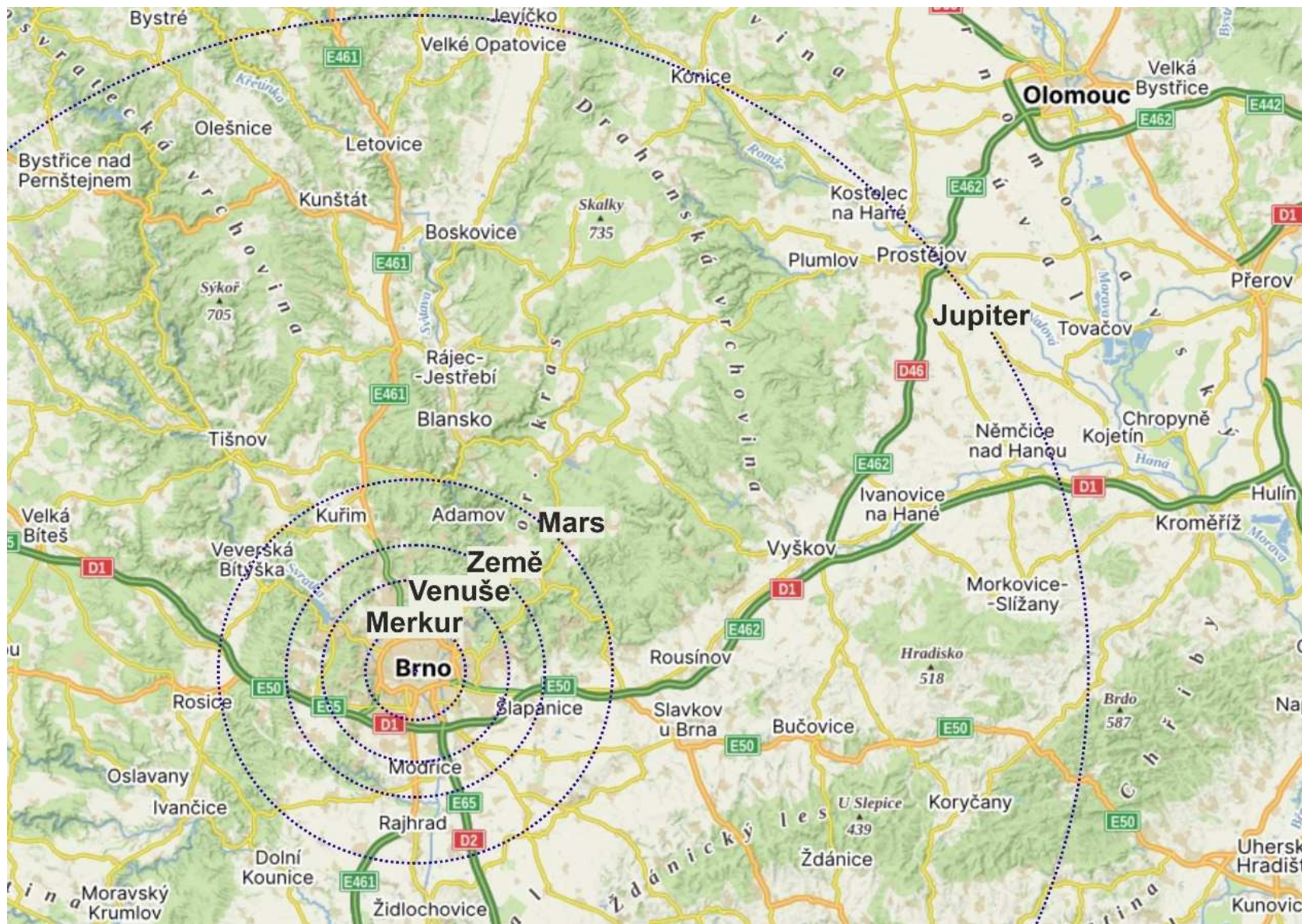


Číselný model Sluneční soustavy

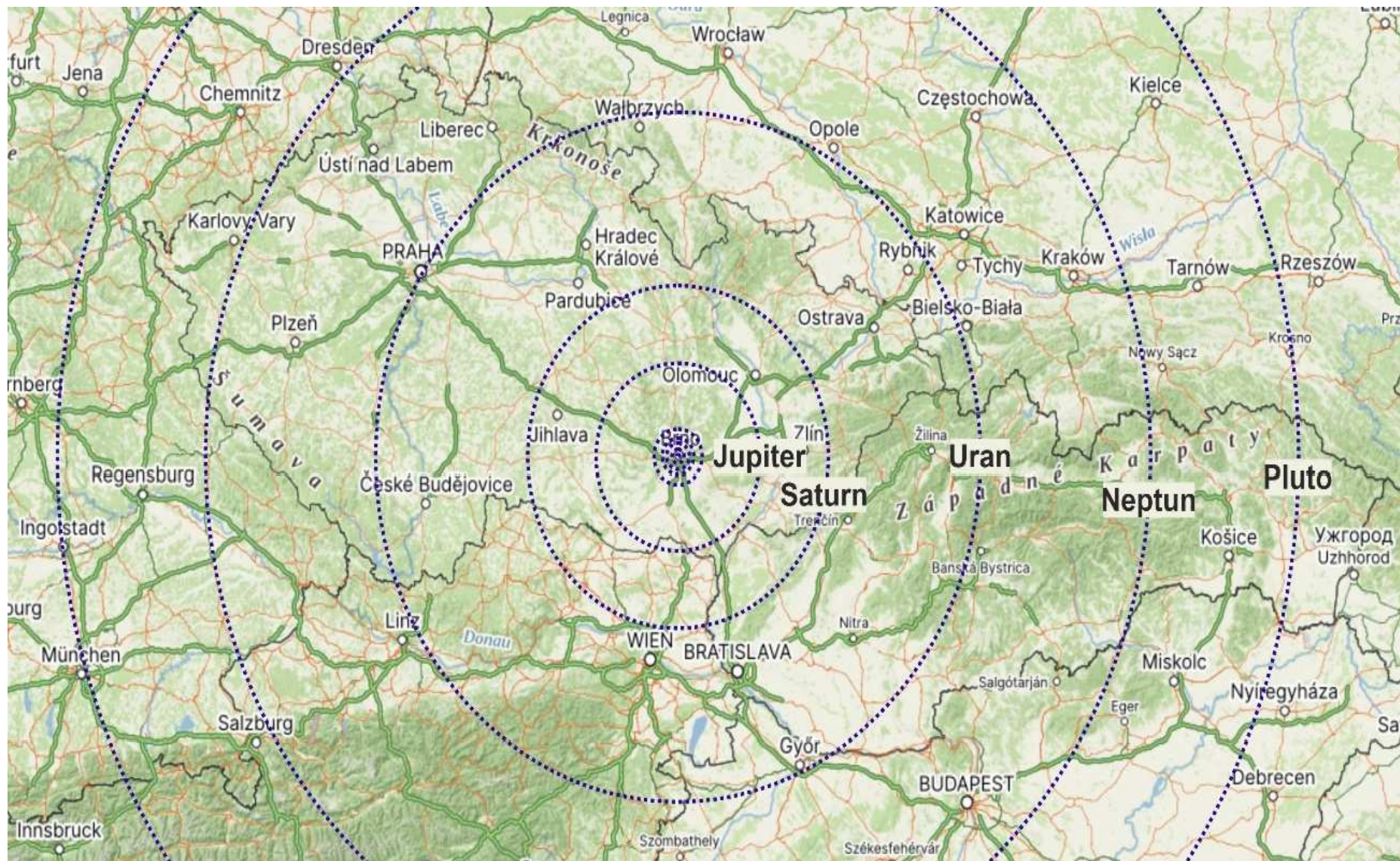
Kosmické těleso	Průměr	Střední vzdálenost planety od Slunce
Slunce	1,4 m	
Merkur	0,5 cm	58 m
Venuše	1,2 cm	108 m
Země	1,3 cm	150 m
Mars	0,7 cm	228 m
Jupiter	14,2 cm	778 m
Saturn	12,6 cm	1,43 km
Uran	5,1 cm	2,87 km
Neptun	4,9 cm	4,50 km
Pluto ^{nepl. planeta} -134 340	0,2 cm	5,95 km

střední vzdálenost Země od Slunce - astronomická jednotka $149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$

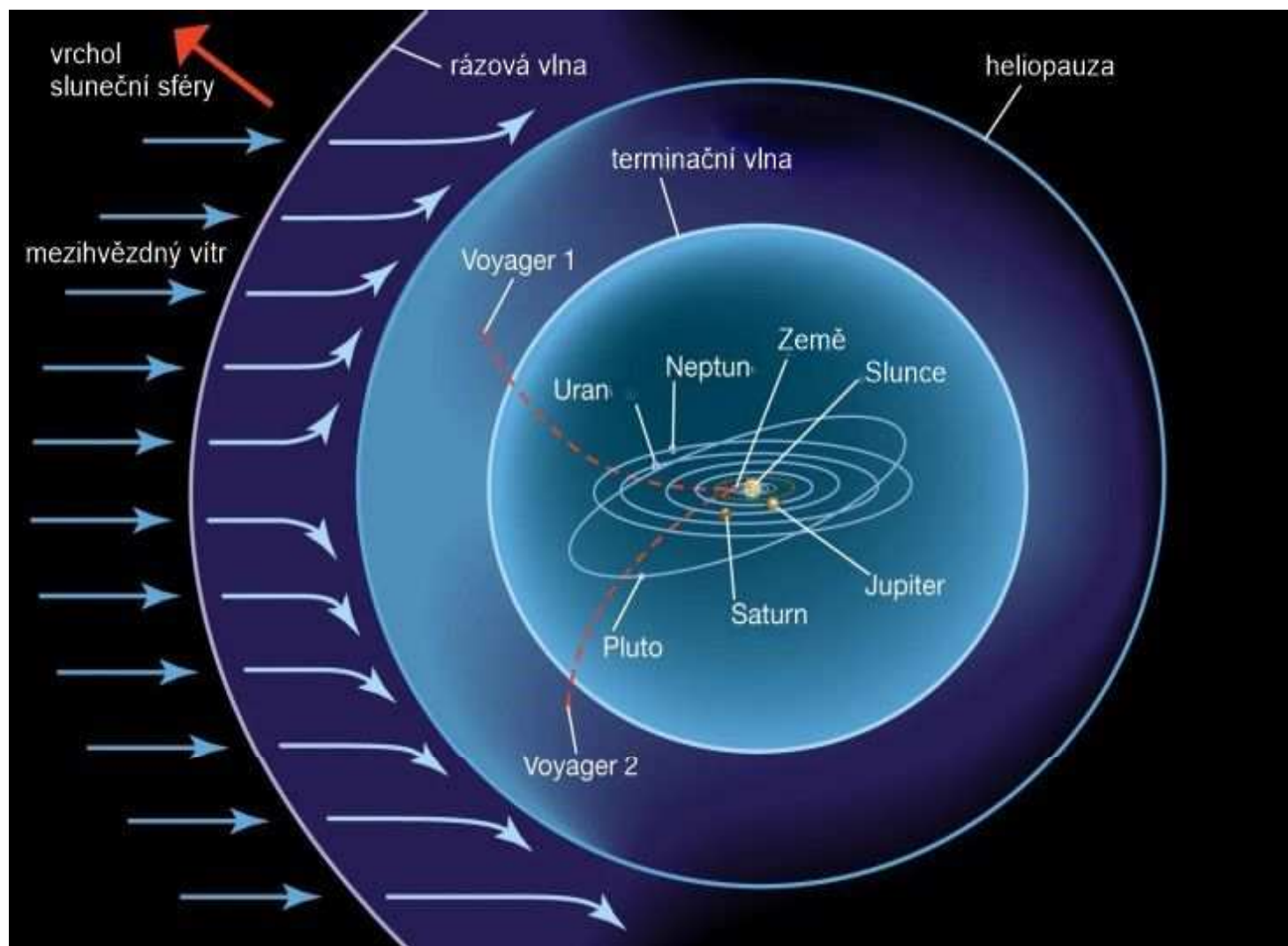
Mapový model Sluneční soustavy



Mapový model Sluneční soustavy



Hranice Sluneční soustavy



heliopauza - tlak slunečního větru = tlak mezihvězdného prostředí.

Základní charakteristiky planet

Planety	Rozměr	Hustota	Střed. hustota	chem. složení
Merkur Venus Země Mars zemské typy	relativně <u>malý</u> 4 900 - - 12 800 km	relativně <u>malá</u> 0,06 - 1 $M_{\oplus}$	relativně <u>velká</u> 4,0 - 5,5 g.cm ³ Mars	O, Si, Fe
Jupiter Saturn Uran Neptun	relativně <u>velký</u> 49 000 - 143 000 km	relativně <u>velká</u> min 14,5 - 318 $M_{\oplus}$	relativně <u>malá</u> 0,7 - 1,6 g.cm ³	H, He

Chemické složení druhotných atmosfér planet

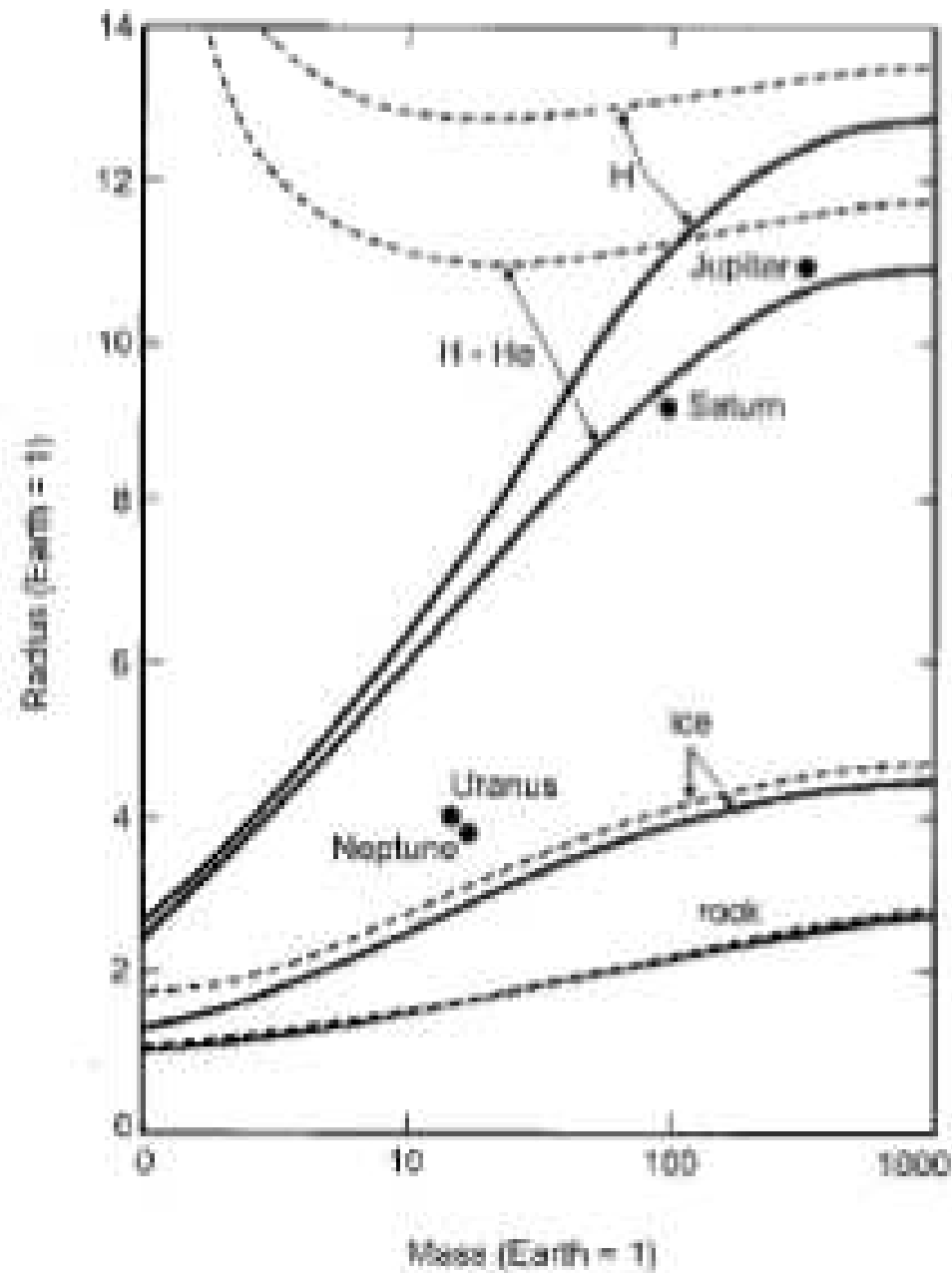
Planeta	N_2	O_2	CO_2
Venuše	3,5	—	96,5
země	78	21	—
Mars	2,5	0,1	95

hlavní zastoupení jed. plynných sloučenin v %

Venuše - skleníkový efekt ... 475 °C

Planeta	tlak a povrch	teplota a povrch T_{max} (K) T_{min}
Venuše	90	750 750
země	1	310 240
Mars	$6 \cdot 10^{-3}$	270 200

Závislost poloměr-hmotnost u velkých planet



Dráhový moment hybnosti-Sluneční soustava

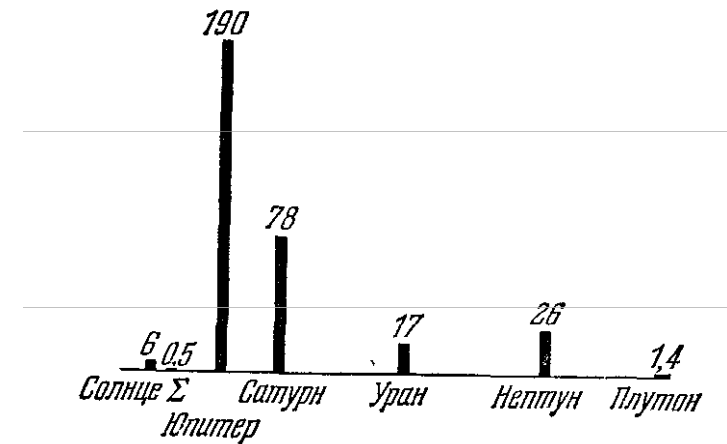
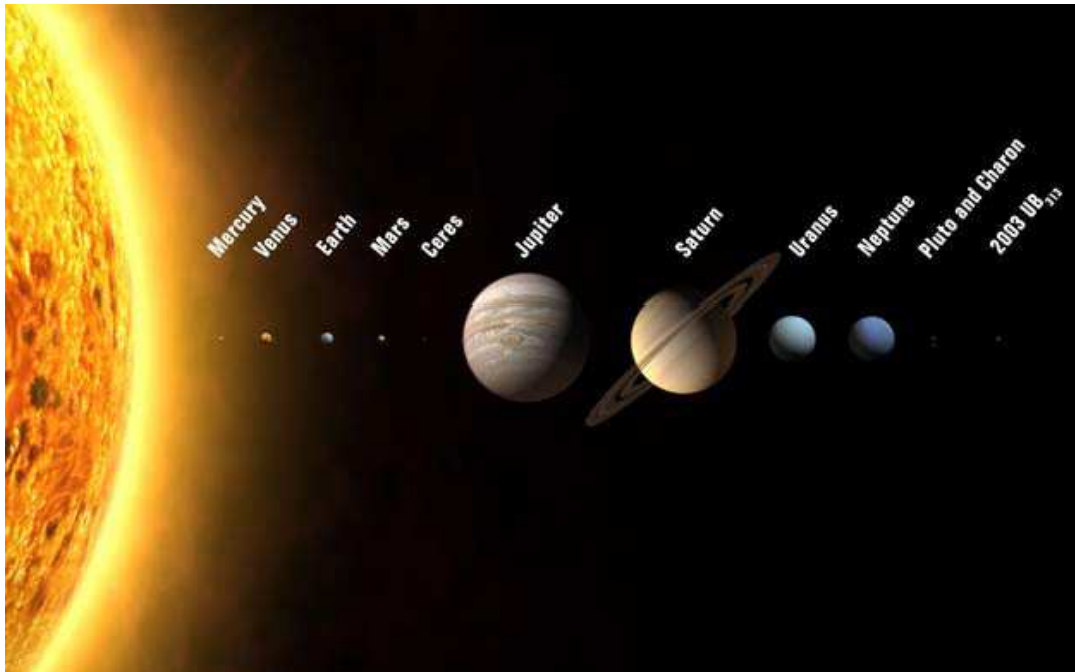


Рис. 6.25. Распределение момента импульса в Солнечной системе относительно центра Солнца. Символом Σ обозначена сумма моментов импульса Меркурия, Венеры, Земли и Марса. Обратите внимание на относительно малый вклад вращения Солнца вокруг его собственной оси (диаграмма построена в единицах $10^{48} \text{ г} \cdot \text{см}^2 / \text{сек}$).

Úloha 3.24 V kterých tělesech sluneční soustavy je uložen největší moment hybnosti? Určete dráhový moment hybnosti Země, Jupitera, Saturnu a Uranu, porovnejte s momentem hybnosti Slunce. Nezbytné údaje naleznete v <http://ads.harvard.edu/books/hsaa/>.

Řešení: Za předpokladu kruhových drah planet můžeme jejich dráhový moment hybnosti zachytit vztahem $L = mvr = m \frac{2\pi r}{T} r$. Při znalosti hmotností, poloměrů drah a oběžných dob planet můžeme vypočítat dráhové momenty hybnosti vybraných planet $L_Z = 2,7 \cdot 10^{40} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $L_J = 1,9 \cdot 10^{43} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $L_S = 7,8 \cdot 10^{42} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $L_U = 1,7 \cdot 10^{42} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. U Slunce je rotační moment hybnosti $L_{\odot} = 1,1 \cdot 10^{42} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, činící méně než zhruba 3 % celkového momentu hybnosti všech planet, přestože jeho hmotnost je 99,9 % celkové hmotnosti sluneční soustavy.

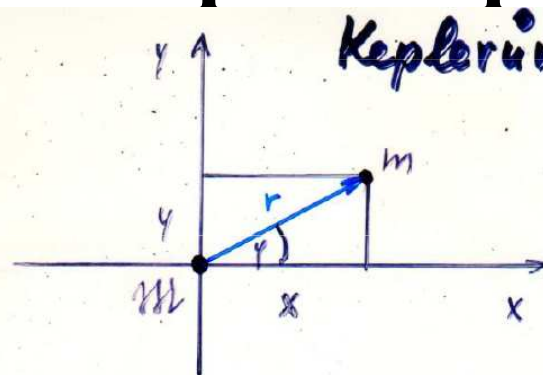
Moment setrvačnosti terestrických planet a Měsíce

- *způsob analýza nitra těles*

Table 1.14: Mean densities and moments of inertia for the terrestrial planets

Planet	Bulk Density (kg m^{-3})	C/MR^2
Mercury	5420	??
Venus	5250	0.34 (inferred)
Earth	5515	0.3335
Moon	3340	0.391
Mars	3940	0.366

Keplerův problém

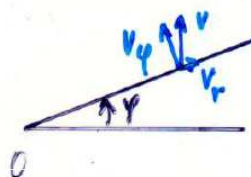


Keplerův problém

úhel φ v klidu

$$x = r \cos \varphi$$

$$y = r \sin \varphi$$



v polární soustavě
soustředné

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \dot{r}$$

$$v_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt} = r \cdot \dot{\varphi}$$

$$v^2 = v_\varphi^2 + v_r^2 = r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2$$

Hamiltonův zjednodušený energie

$$\frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m M}{r} = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) - G \frac{m M}{r} = \text{konst.}$$

Lagrangova funkce
$$L = T - V = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) + G \frac{m M}{r}$$

Lagrangovy rovnice
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q} \right) = 0$$

$$q = q(r, \varphi) \quad ; \quad \mu = G M$$

Keplerův problém

1. rovnice $q = r$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \ddot{r} \right) - \frac{1}{2} 2 \dot{\varphi}^2 r + \frac{\mu}{r^2} = 0$$

$$\ddot{r} - r \dot{\varphi}^2 + \frac{\mu}{r^2} = 0$$

2. rovnice $q = \varphi$

$$\frac{d}{dt} (r^2 \dot{\varphi}) = 0$$

$$r^2 \ddot{\varphi} + 2 r \dot{r} \dot{\varphi} = 0$$

Pohybové rovnice závisí na hmotnosti sledovaného tělesa m !

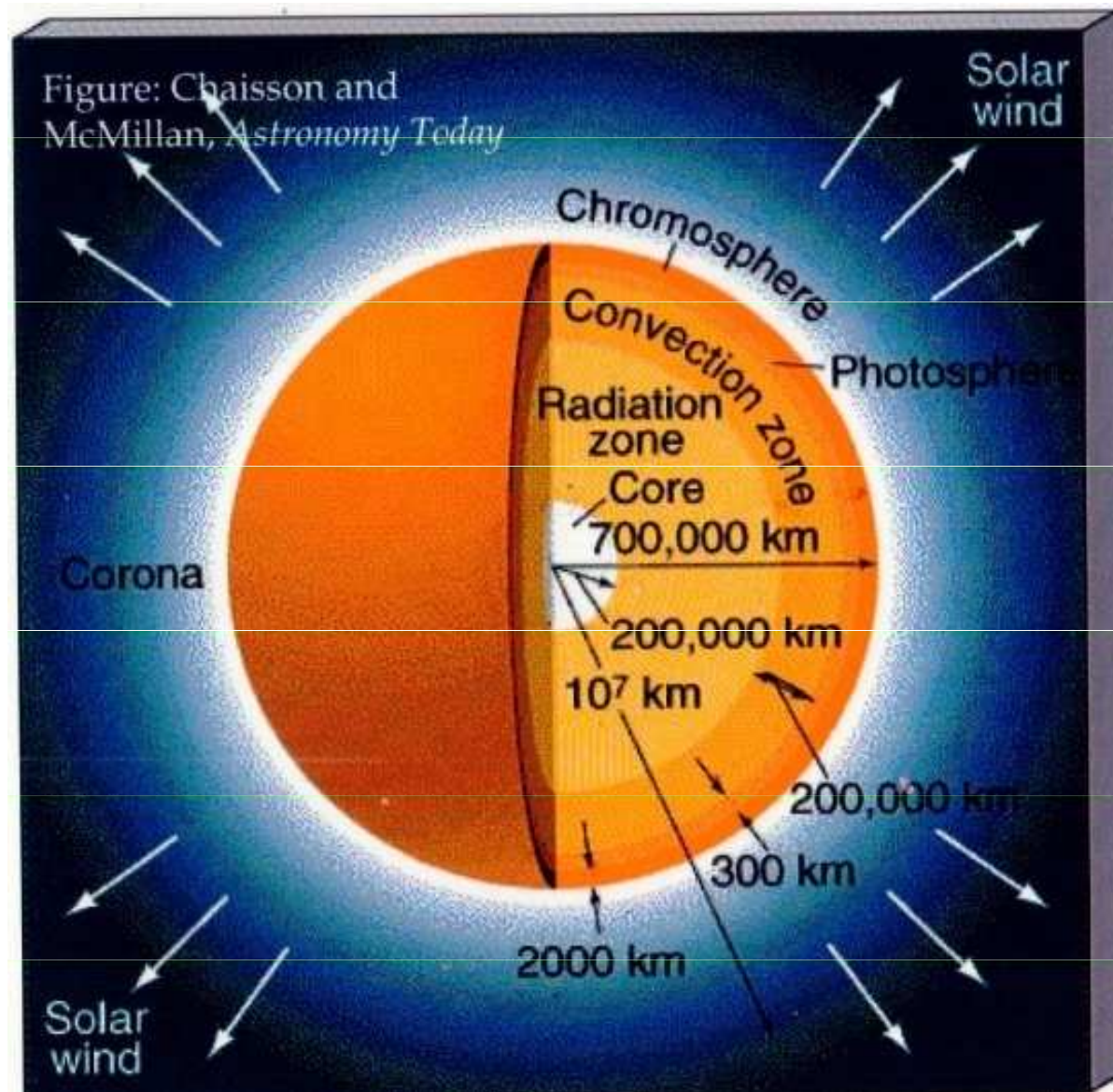
Druhou rovnici můžeme přímo integrovat,
dostáváme zákon plochy - II. Keplerův zákon

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \text{konst.} = h$$

$$L = m r^2 \dot{\varphi} = \text{konst.}$$

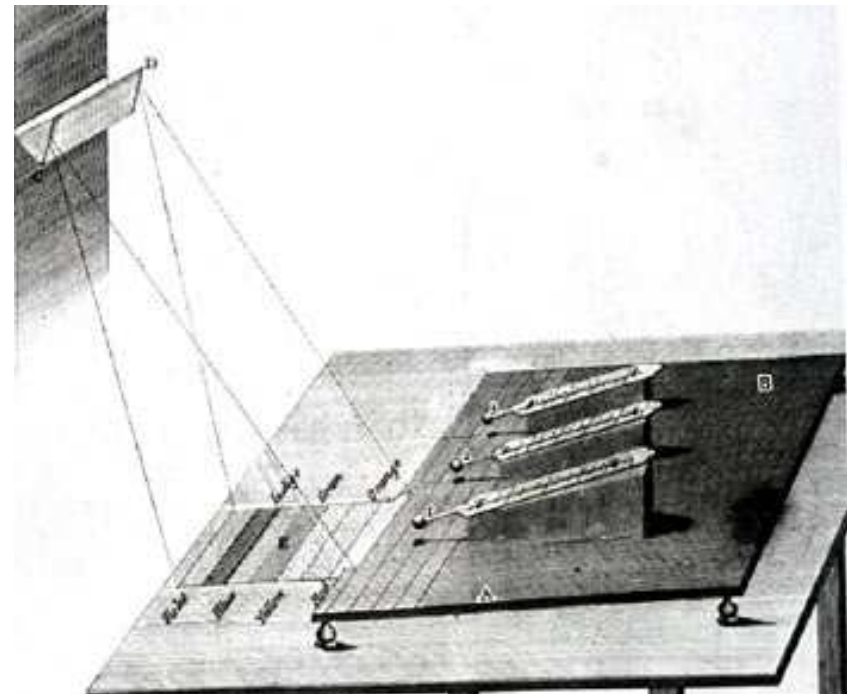
Z obou rovnic můžeme vylést rovnici teprve
tělesa...

Stavba Slunce

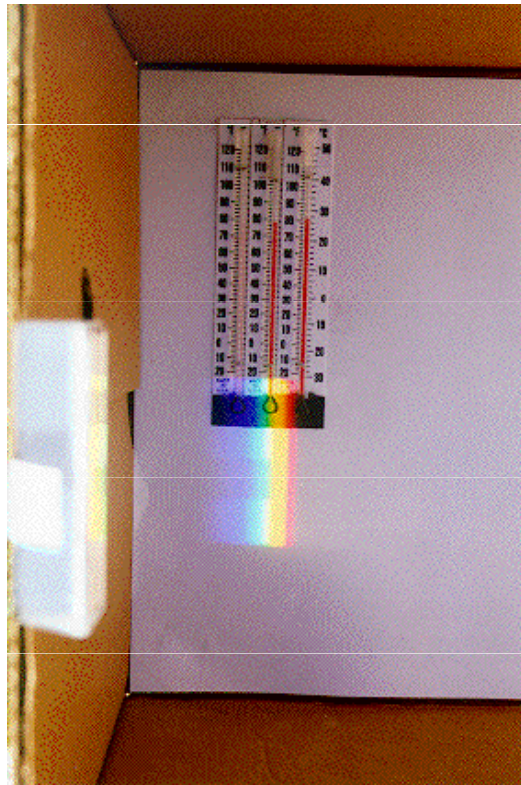
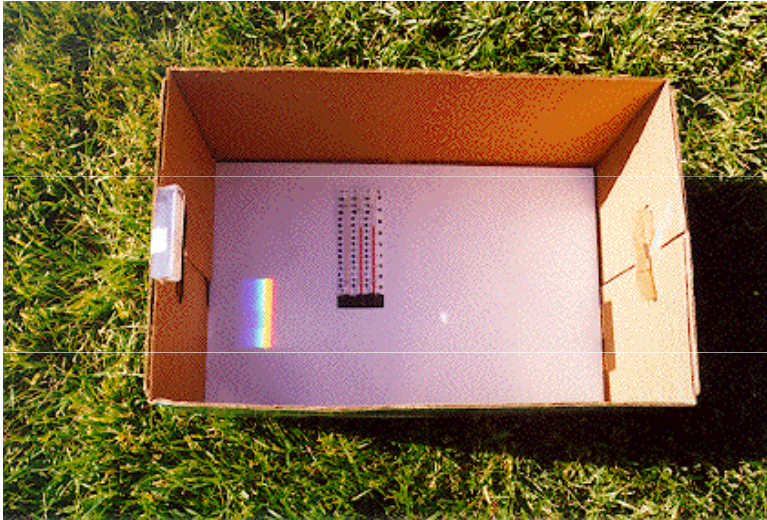


Frederick William Herschel (1739 - 1822)

roku 1800 zkoumal infračervené záření Slunce

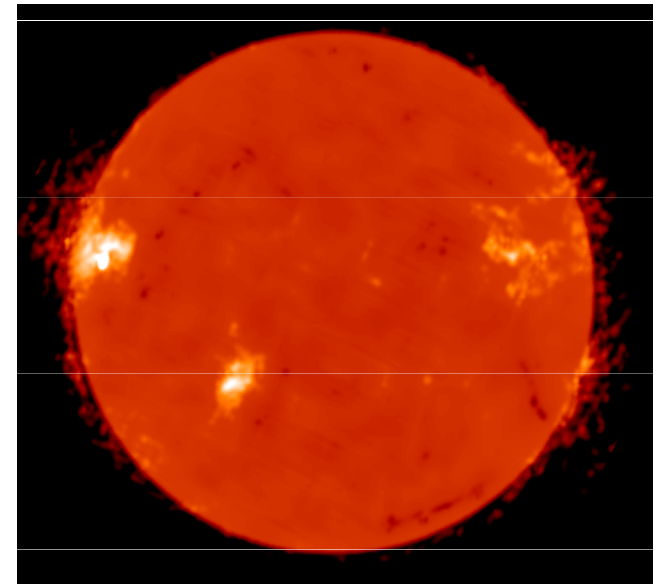
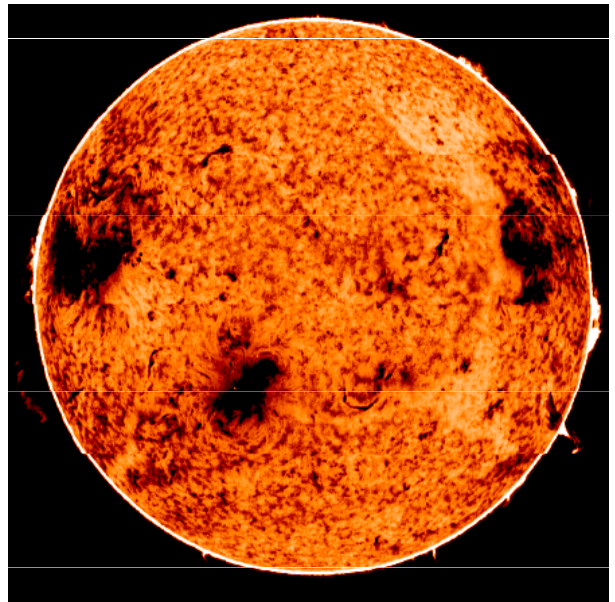
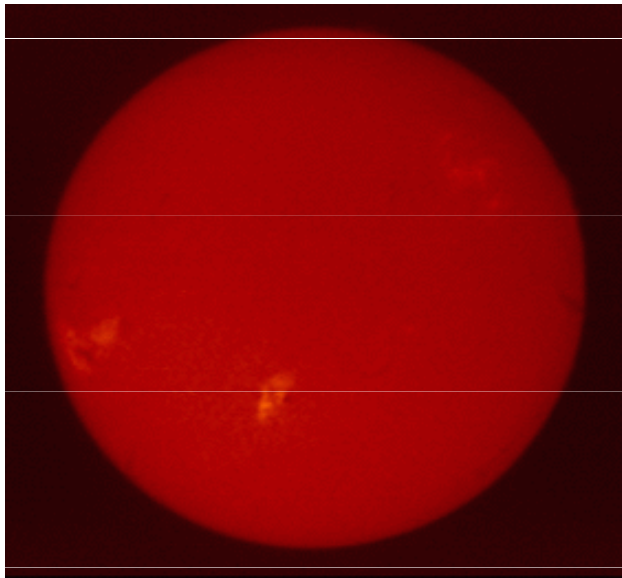
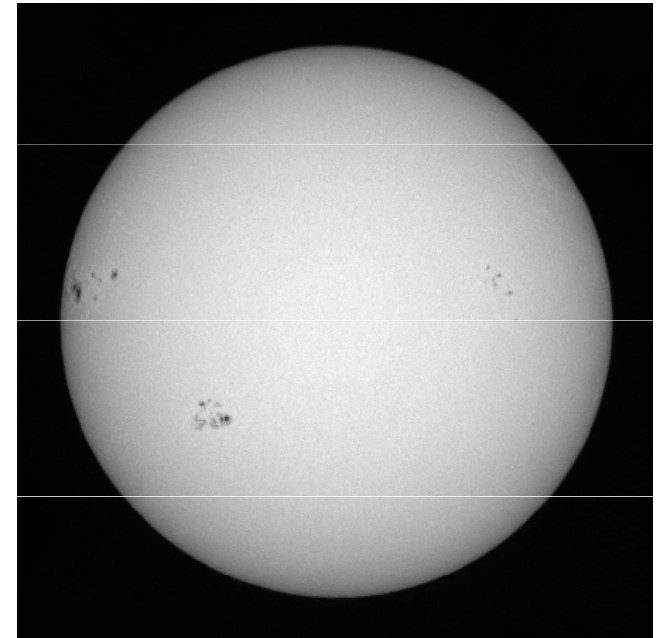
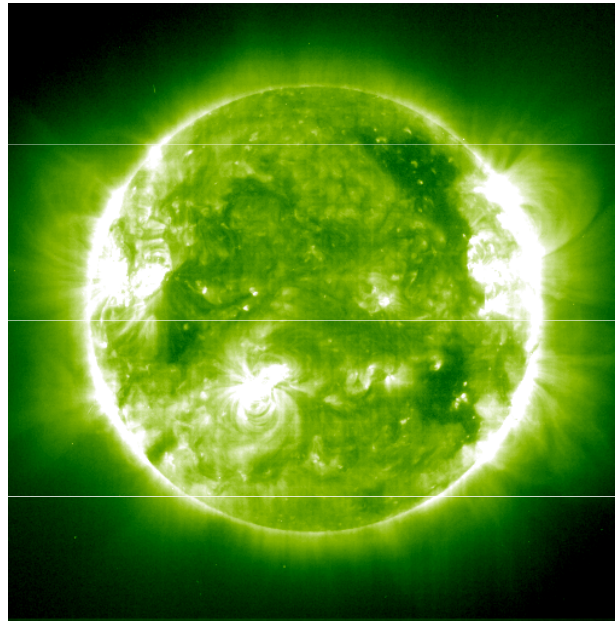
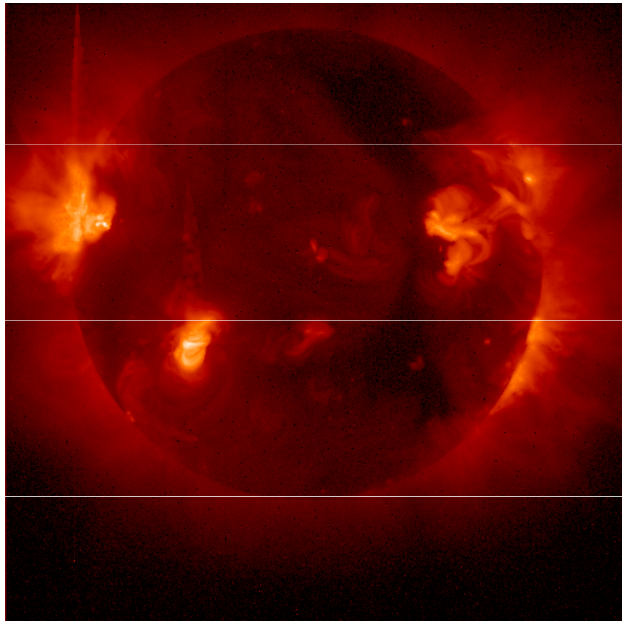


Školní experiment sledování infračerveného záření Slunce



podle Dušek, J. Návod na pozorování..

Slunce v různých spektrálních oborech



Rozložení zářivé energie ve spektru Slunce

rádiové záření	$\lambda > 2 \text{ } \mu\text{m}$	6 %	energie
infračervené záření	$\lambda (0,780 - 2) \text{ } \mu\text{m}$	38 %	energie
viditelné záření	$\lambda (0,78 - 0,38) \text{ } \mu\text{m}$	49 %	energie
ultrafialové záření	$\lambda (0,38 - 0,10) \text{ } \mu\text{m}$	7 %	energie
rentgenové záření	$\lambda < 0,10 \text{ } \mu\text{m}$	0,01 %	energie

Zatmění Slunce – paprskovitá koróna



Slunce

Data on the Sun

- ◆ The Sun is a star
 - It's diameter is 109x Earth's
 - It's mass is 333,000x Earth's
 - It's density is 3x lower than Earth's, just slightly more dense than water
 - It's a gaseous giant with effective surface temperatures of 5800K
- ◆ Stability of the Sun
 - Due to balance of
 - crushing gravitational force directed inward and
 - enormous gas pressure forces directed outward
 - Vast amounts of energy are radiated away, which would lead to a cooling and shrinking of the Sun were it not for the nuclear burning going on in the central, densest regions

The Sun

Data File One

An image of the sun in visible light shows a few sunspots. The Earth-moon system is added for scale. (Credit: Getty)

Average distance from Earth	1.00 AU (1.496×10^8 km)
Maximum distance from Earth	1.0167 AU (1.521×10^8 km)
Minimum distance from Earth	0.9833 AU (1.471×10^8 km)
Average angular diameter seen from Earth	0.53° (32 minutes of arc)
Period of rotation	25.35 days at equator
Radius	6.9599×10^5 km (109 R_E) ^a
Mass	1.989×10^{30} kg (333,000 M_E) ^a
Average density	1.409 g/cm ³
Escape velocity at surface	617.7 km/s
Luminosity	3.826×10^{26} W
Surface temperature	5800 K
Central temperature	1.5×10^7 K
Spectral type	G2 V
Apparent visual magnitude	-26.74
Absolute visual magnitude	4.83

^aIn astronomy the symbols R_E and M_E represent the radius and mass, respectively.

Slunce

nejnižší vrstva ... fotosféra 6000 K, výška ~ 300 km

zrnitá struktura - granule, granule 1-2 tis. km,

životnost minuty, sluneční skvrny $\Delta T \sim 1500$ K,

4 300 - 4 700 K, tmavý slun umbra

světlější penumbra

původec slun převahuje původec Země, až 90 odst km

nad fotosférou asi do 20 000 km chromosféra,

prosvětlená při úplném zatmění, velmi řídká, 50 000 K,

H₂ ... 6 Tb, 3 km; výhledy - erupce, protuberance,

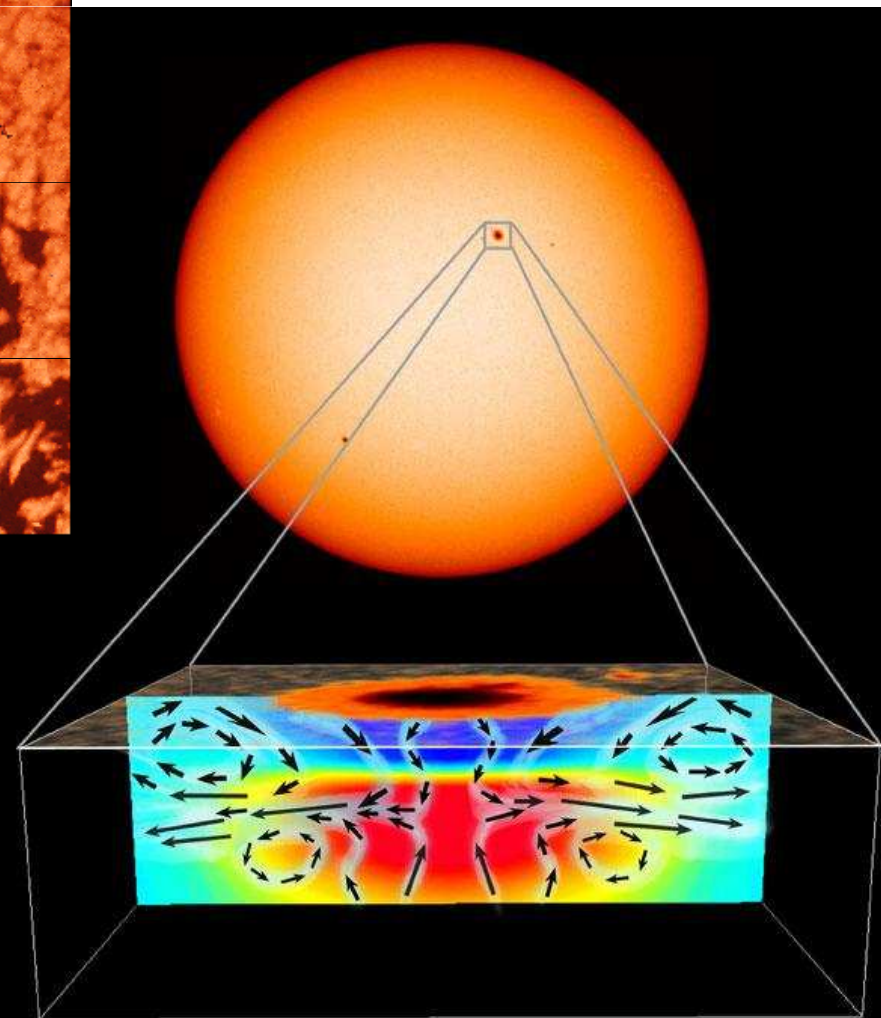
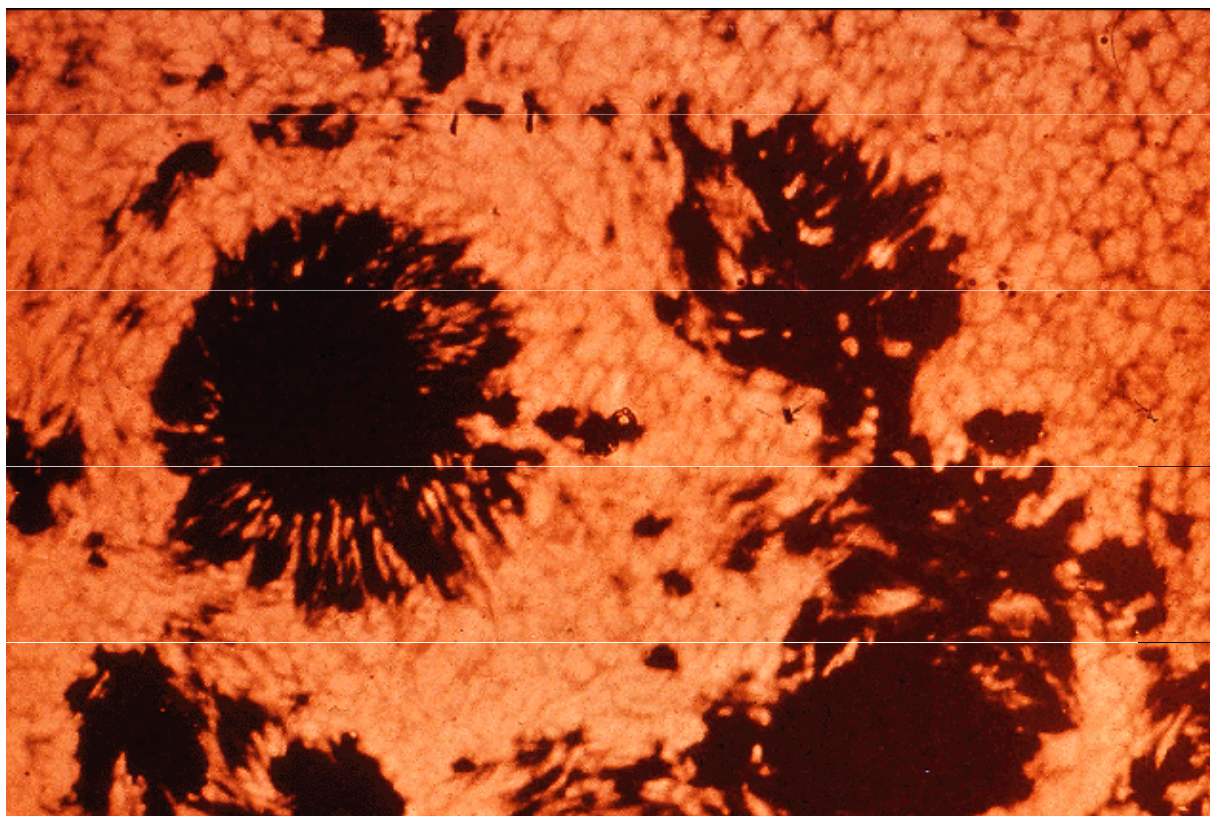
výšle až $10^7 - 10^6$ km, vývoj podobl mag. výbojů,

korona, teplota 10^6 K, teplotní inverze v atmosféře

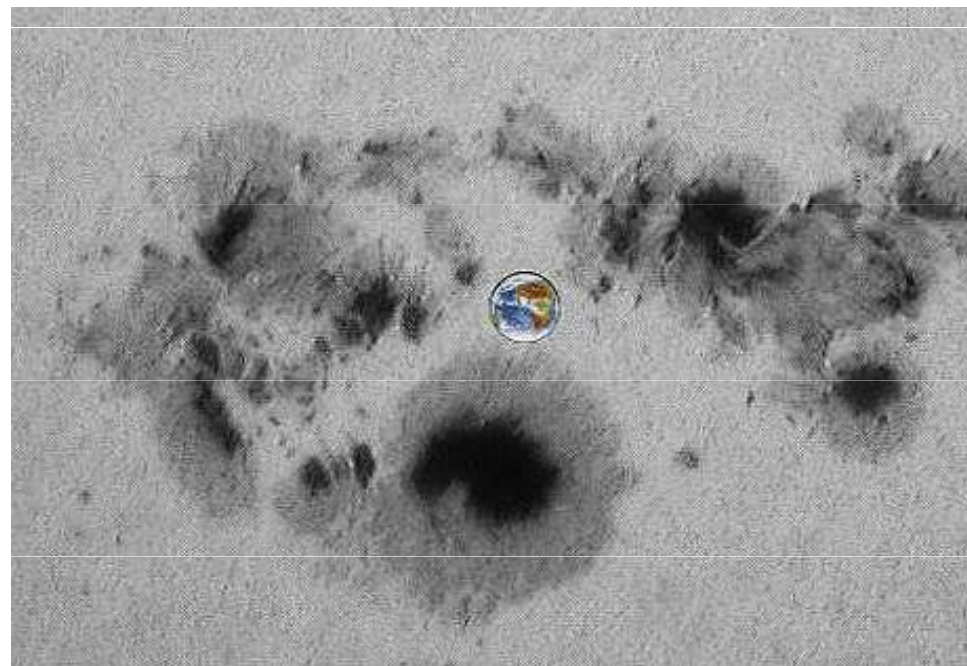
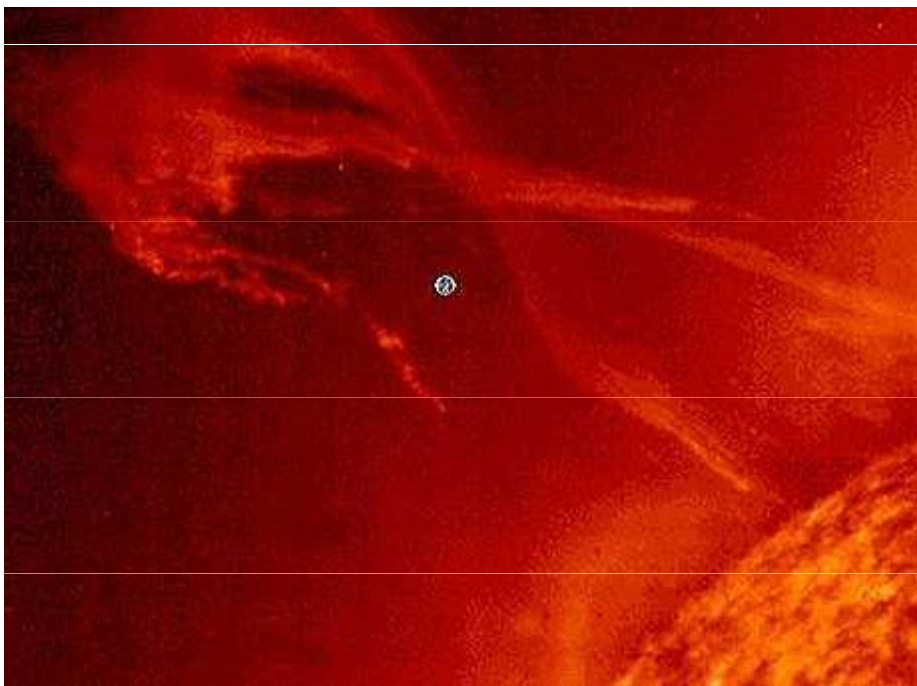
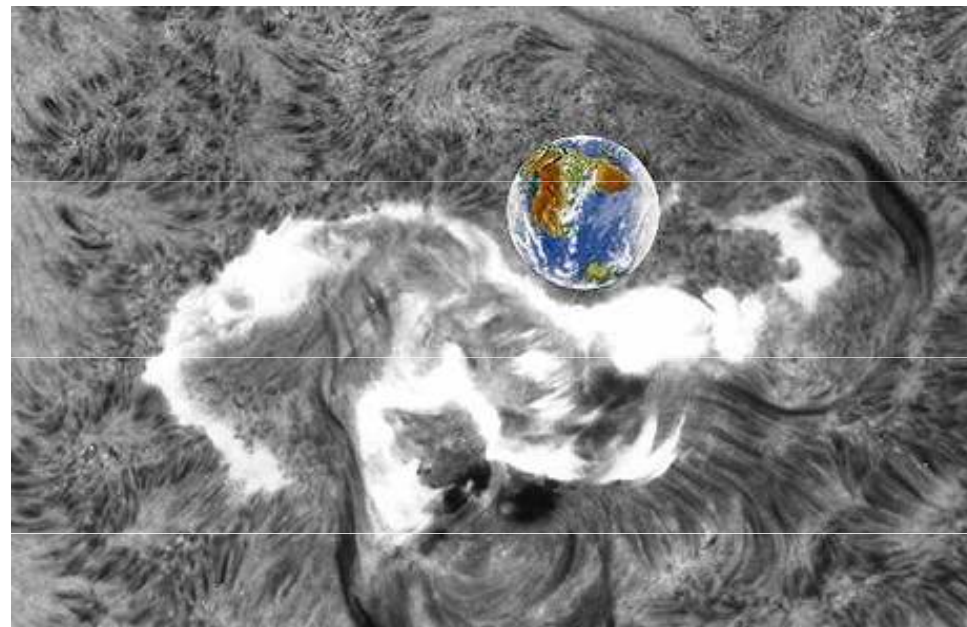
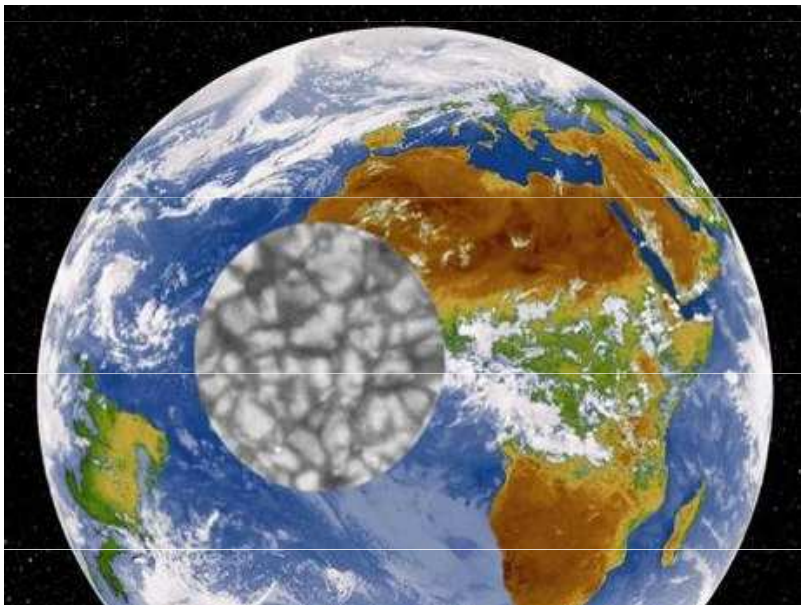
sluneční vítr

ΔT skvrny - malá rozdíly mag. energie ve fotosféře

Sluneční skvrny - vznik



Jevy na Slunci - srovnání velikostí



Vznik některých spektrálních čar - Slunce

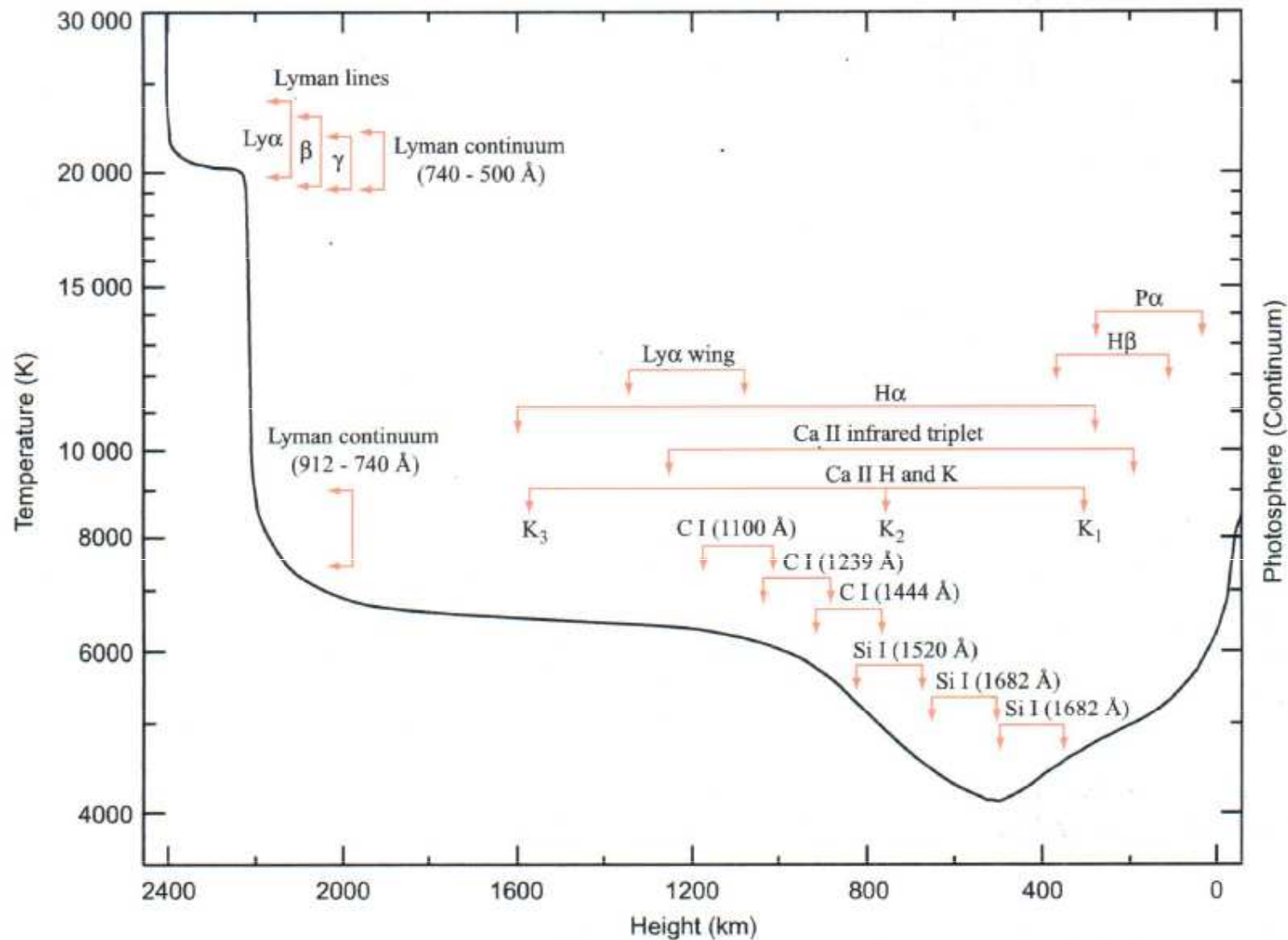
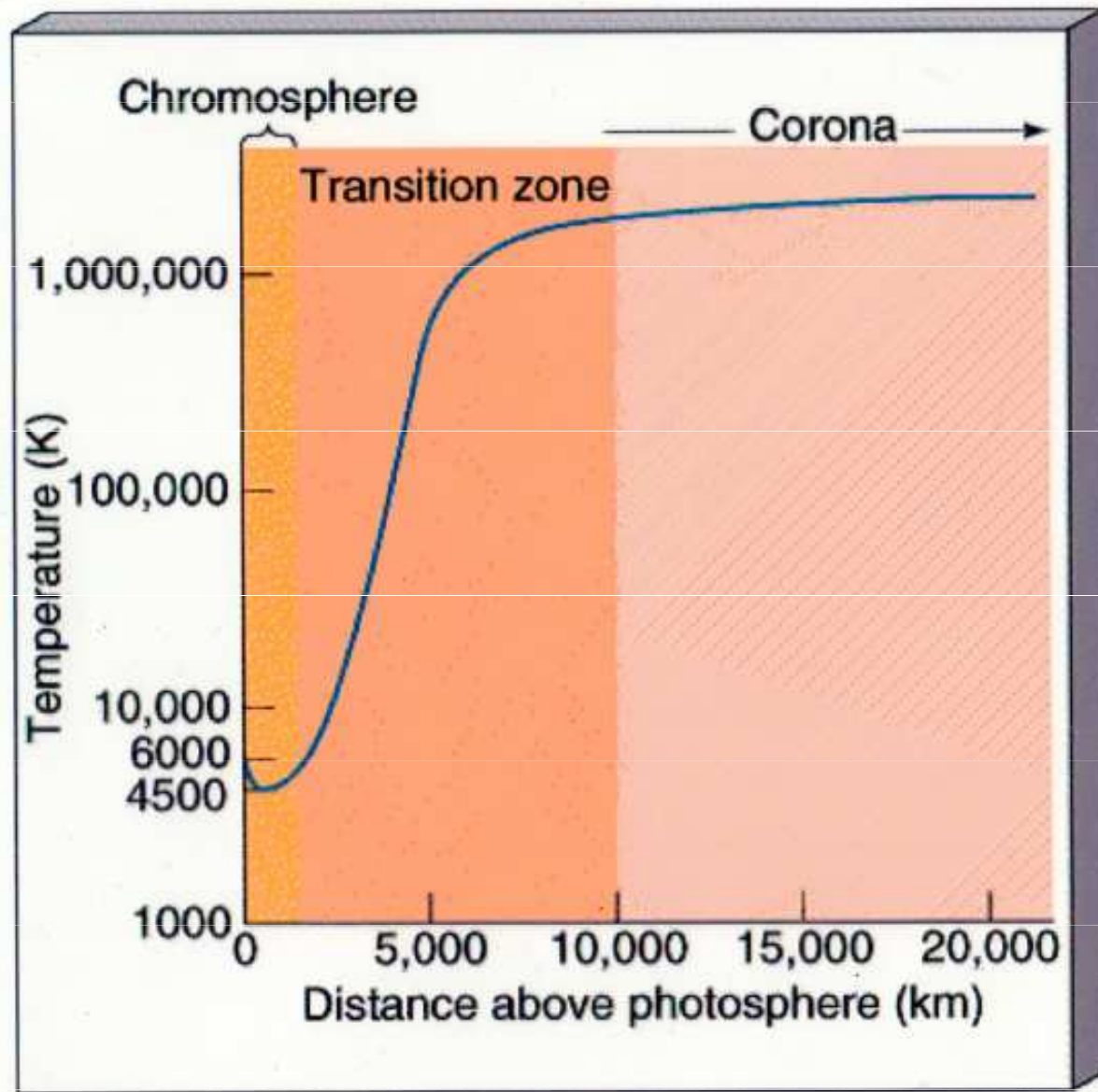


Figure 8: Temperature structure of the Sun with important line forming regions marked. The height, h , is put to zero roughly at the photosphere. Thus, at zero height we have a continuum distribution, similar to a black body with a temperature of $T_{eff} \approx 5800$ K.

Teplotní inverze v atmosféře Slunce

přenos energie atmosféře



Corona: observed to be well over 1,000,000 K.

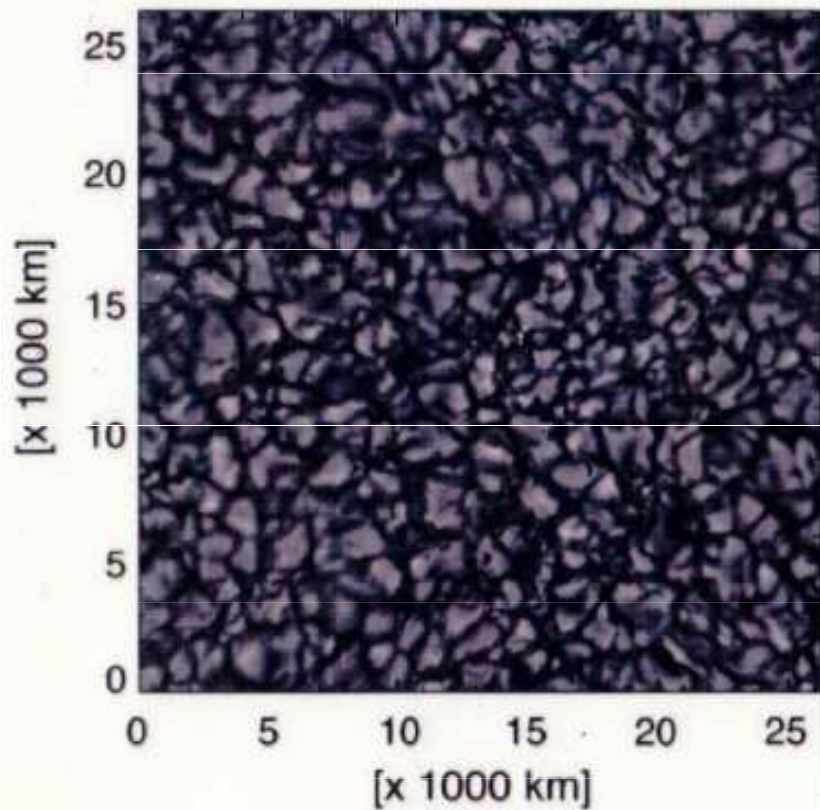
Theory of corona: heated by acoustic noise from boiling top of convection zone; diffuse enough that it can't cool very well, so it reaches very high temperatures.

Figure: Chaisson and McMillan, *Astronomy Today*

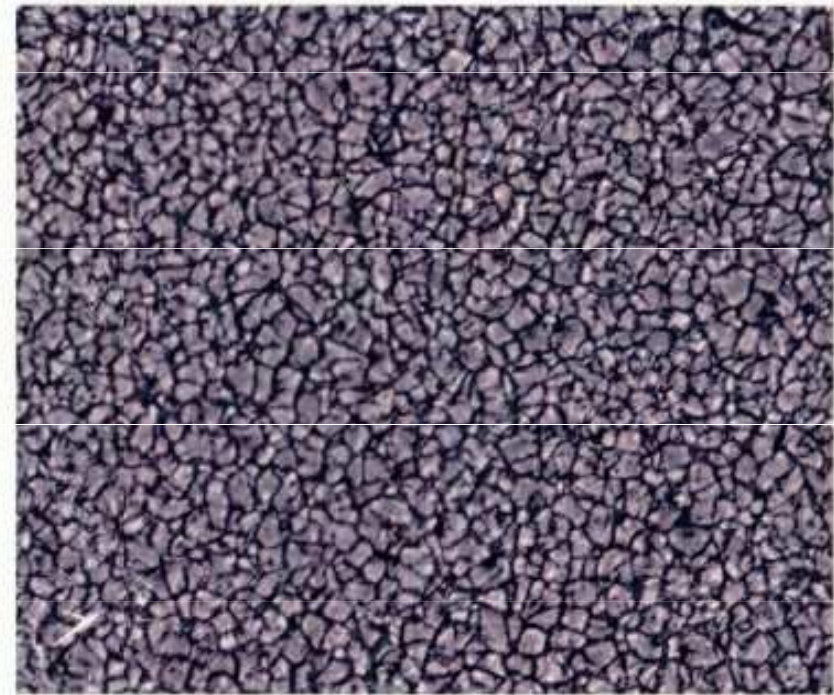
Granulace povrchu Slunce



Solar granulation



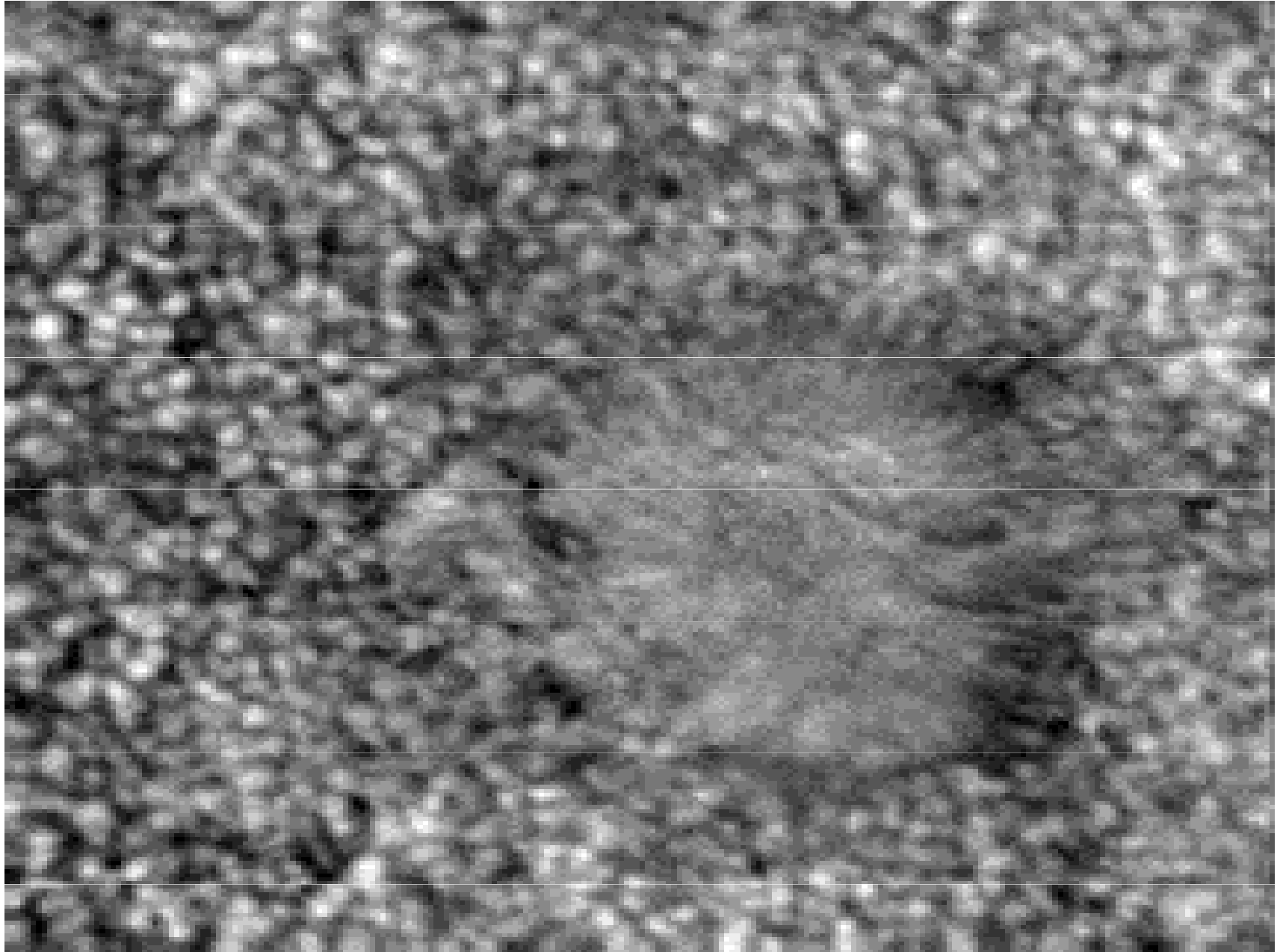
resolved size ~ 500 km (0.7 arcsec)



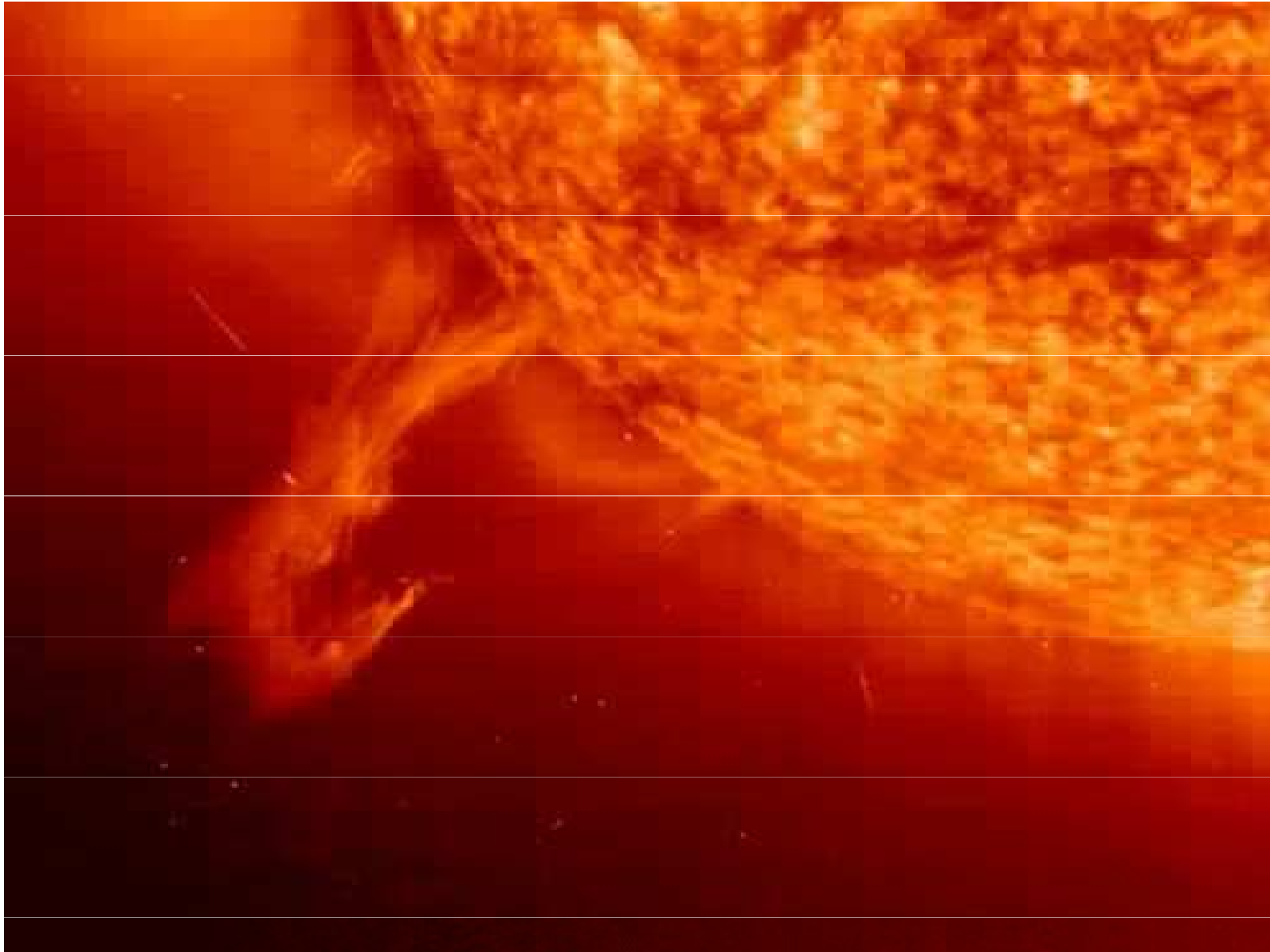
$\Delta T \simeq 100$ K

$v \sim \text{few km/s}$

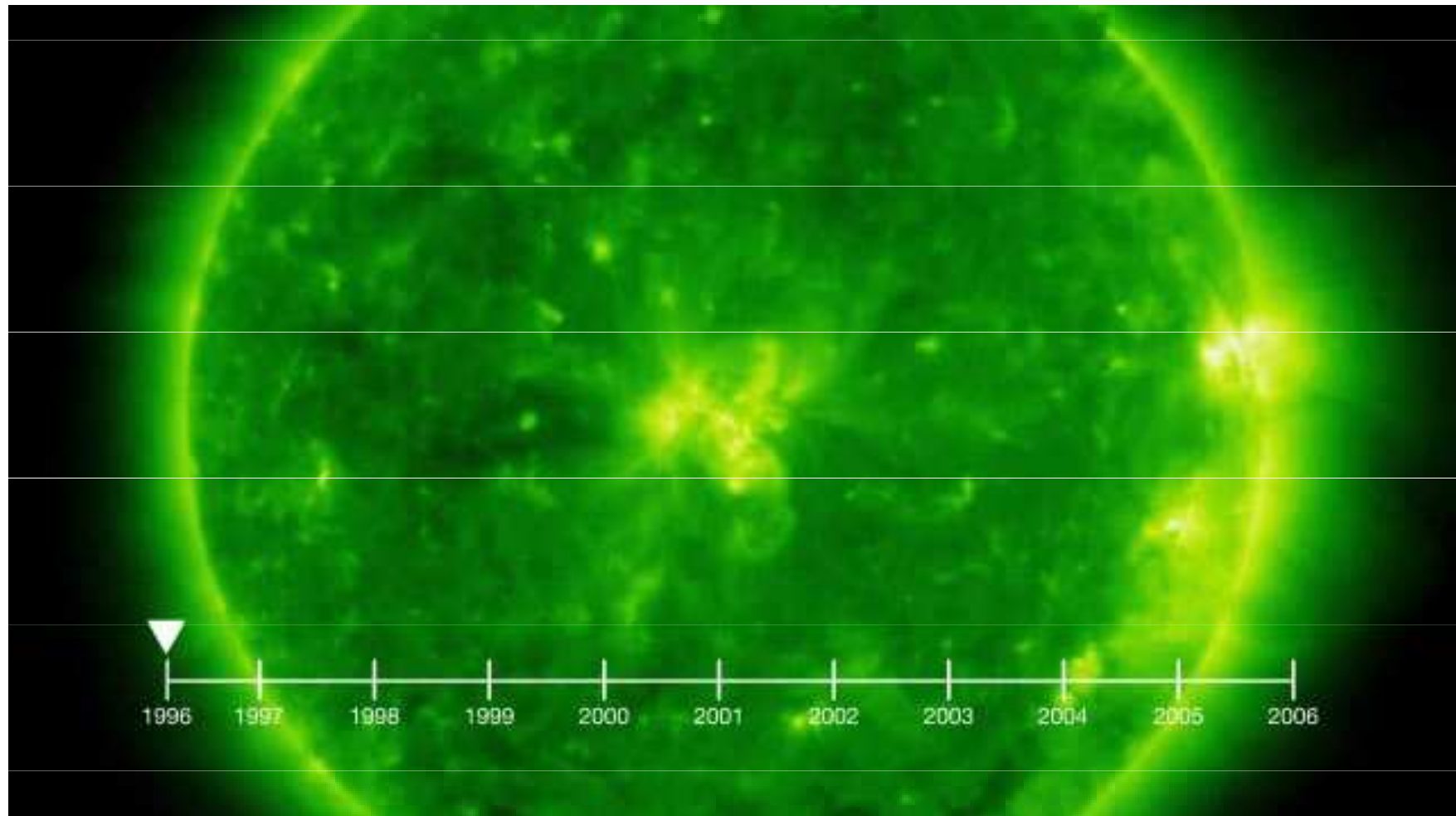
Sluneční skvrna a granulace



Vývoj protuberance



Sluneční cyklus



Rotace Země

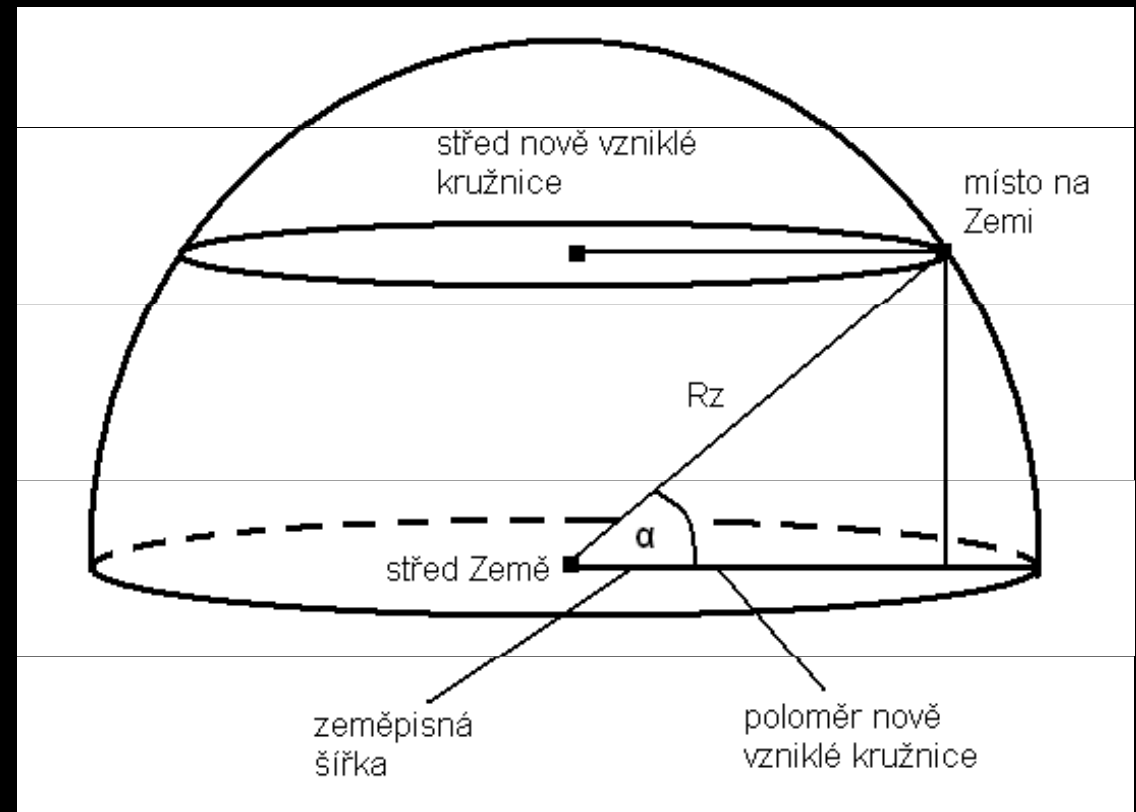


Rotace Země

V kterém městě Athénách, Paříži, Praze nebo Stockholmu se lidé „pohybují“ nejrychleji ?

Poloměr kružnice od osy otáčení, po které se lidé pohybují, závisí na zeměpisné šířce. Z atlasu můžeme získat údaje: Athény $37^{\circ} 58' \text{ s.z.š.}$, Paříž $48^{\circ} 52' \text{ s.z.š.}$, Praha $50^{\circ} 05' \text{ s.z.š.}$, Stockholm $59^{\circ} 21' \text{ s.z.š.}$

$$R = R_z \cdot \cos \alpha$$



Rotace Země

Poloměry míst od osy otáčení a k nim příslušející rychlosti

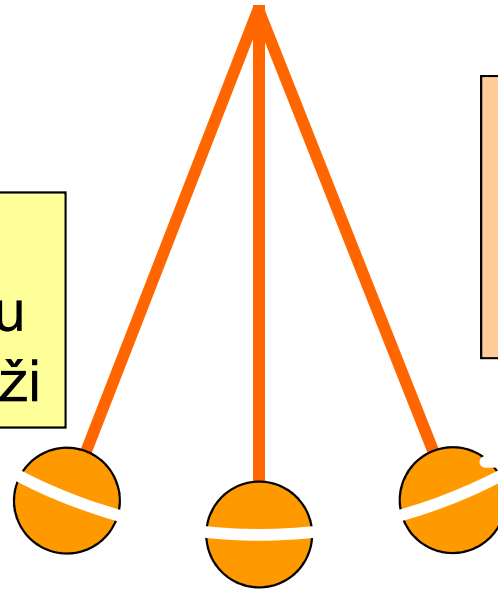
město	Athény	Paříž	Praha	Stockholm
poloměr km	6031	5807	5779	5542
rychlost m/s	438	422	420	403

Z tabulky je patrné, že čím blíže jsme rovníku, tím větší je obvodová rychlost....vypouštění raket, kosmodrony

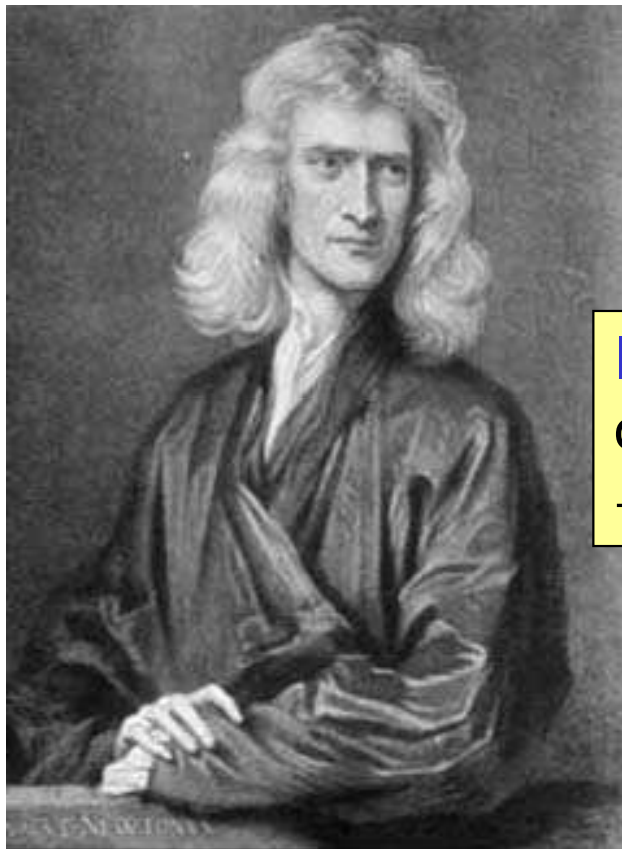
Tvar Země

Jean Richer, 1672

Kyvadlové hodiny jdou na rovníku o 2 ½ minuty pomaleji než v Paříži



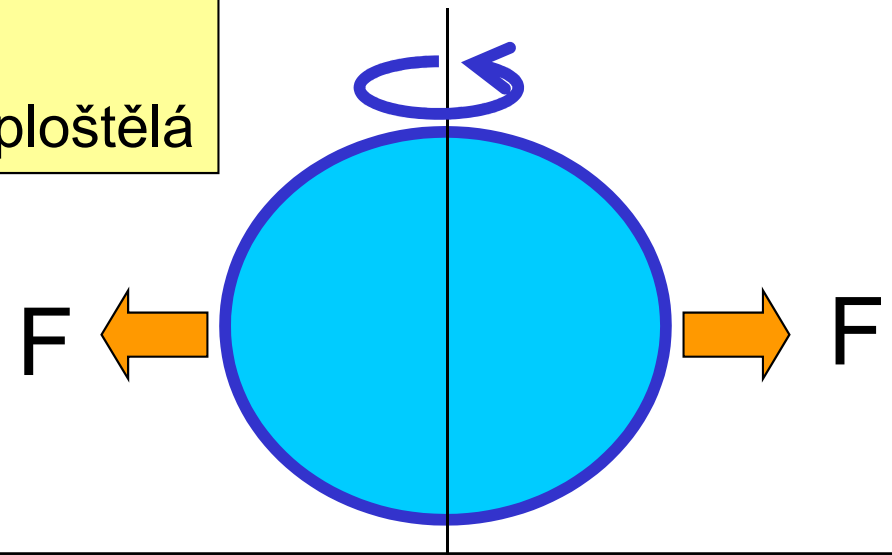
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



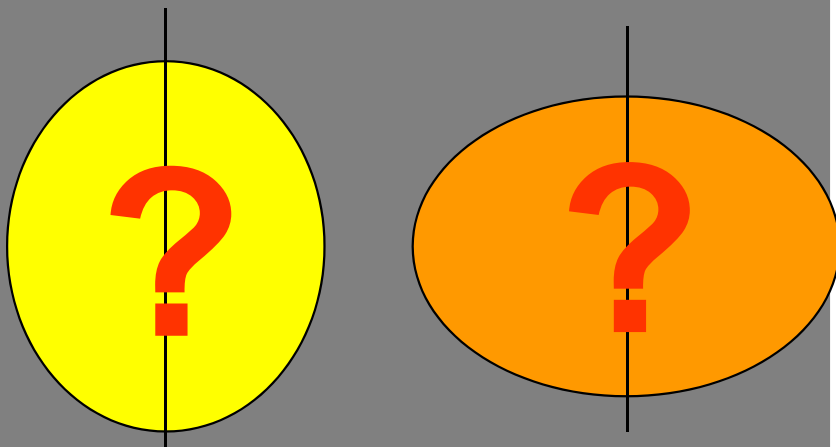
Isaac Newton, 1687

odstředivá síla

→ Země musí být zploštělá



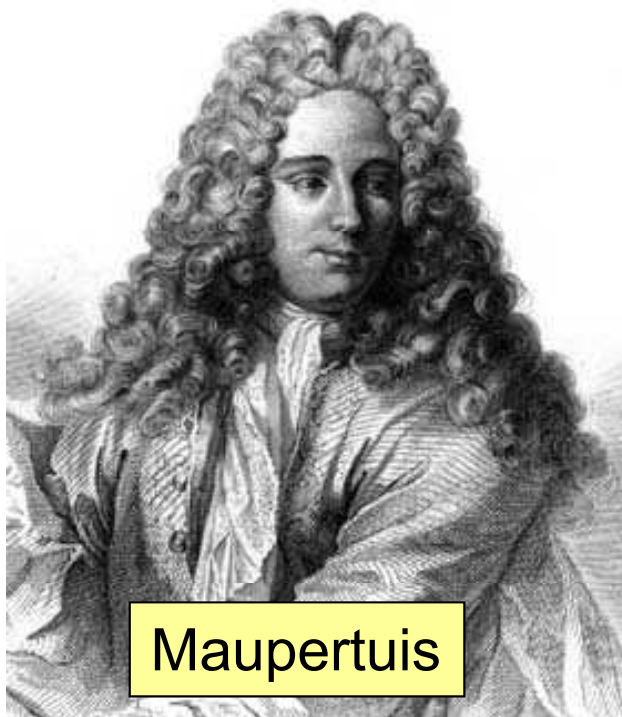
Diskuse nad tvarem Země



Citrón nebo pomeranč ?



Gian Domenico Cassini 1716
měří délku poledníku a konstatuje
→ Země je protáhlá jako citrón



Maupertuis

Charles de la Condamine 1735 Peru
Pierre de Maupertuis 1736 Laponsko
→ Země jako pomeranč

Efektivní teplota rovnovážného záření Země

Uvězte efektivní teplotu rovnovážného záření atmosféry Země, je-li dáno:

$$L_{\odot} \doteq 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$r_{\odot \oplus} \doteq 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$T_{\odot} \doteq 5800 \text{ K}$$

$$R_{\oplus} \doteq 7 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$A = 0.28$$

$$R_{\odot}$$

na Země dopadá výkon $P = L_{\odot} \frac{\pi R_{\oplus}^2}{4\pi r_{\odot \oplus}^2}$

Hájit výkon povrchu Země je

$$4\pi R_{\oplus}^2 \sigma T_{\oplus}^4 = (1 - A) L_{\odot} \frac{R_{\oplus}^2}{4r_{\odot \oplus}^2} =$$

$$= (1 - A) 4\pi R_{\oplus}^2 \sigma T_{\oplus}^4 \frac{R_{\odot}^2}{4r_{\odot \oplus}^2}$$

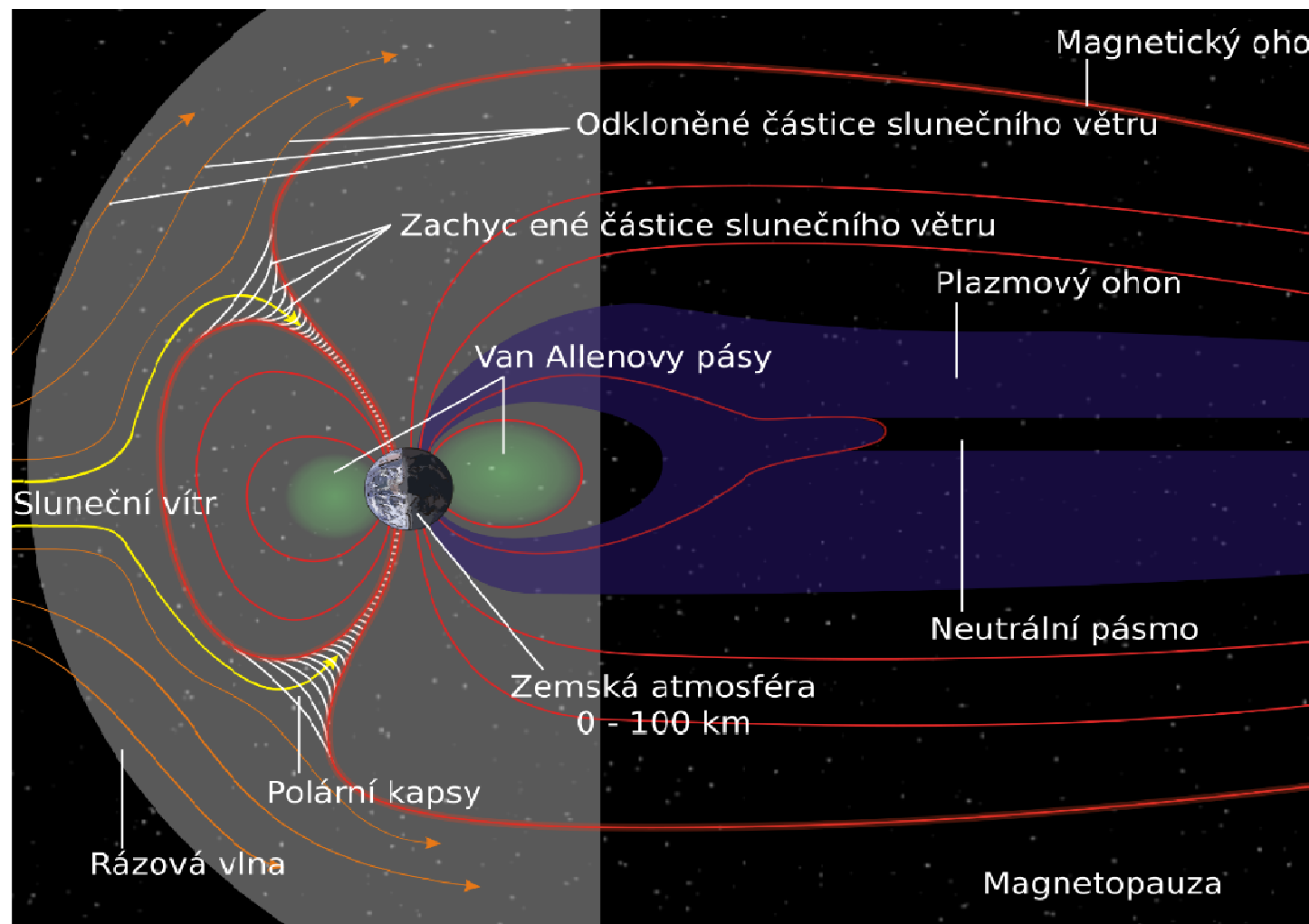
$$\Rightarrow T_{\oplus} = T_{\odot} \sqrt{\frac{R_{\odot}}{2r_{\odot \oplus}}} (1 - A)^{1/4} = 256 \text{ K}$$

$$\lambda_{m\oplus} = 11300 \text{ nm} ; 22 \times \text{ste m}$$

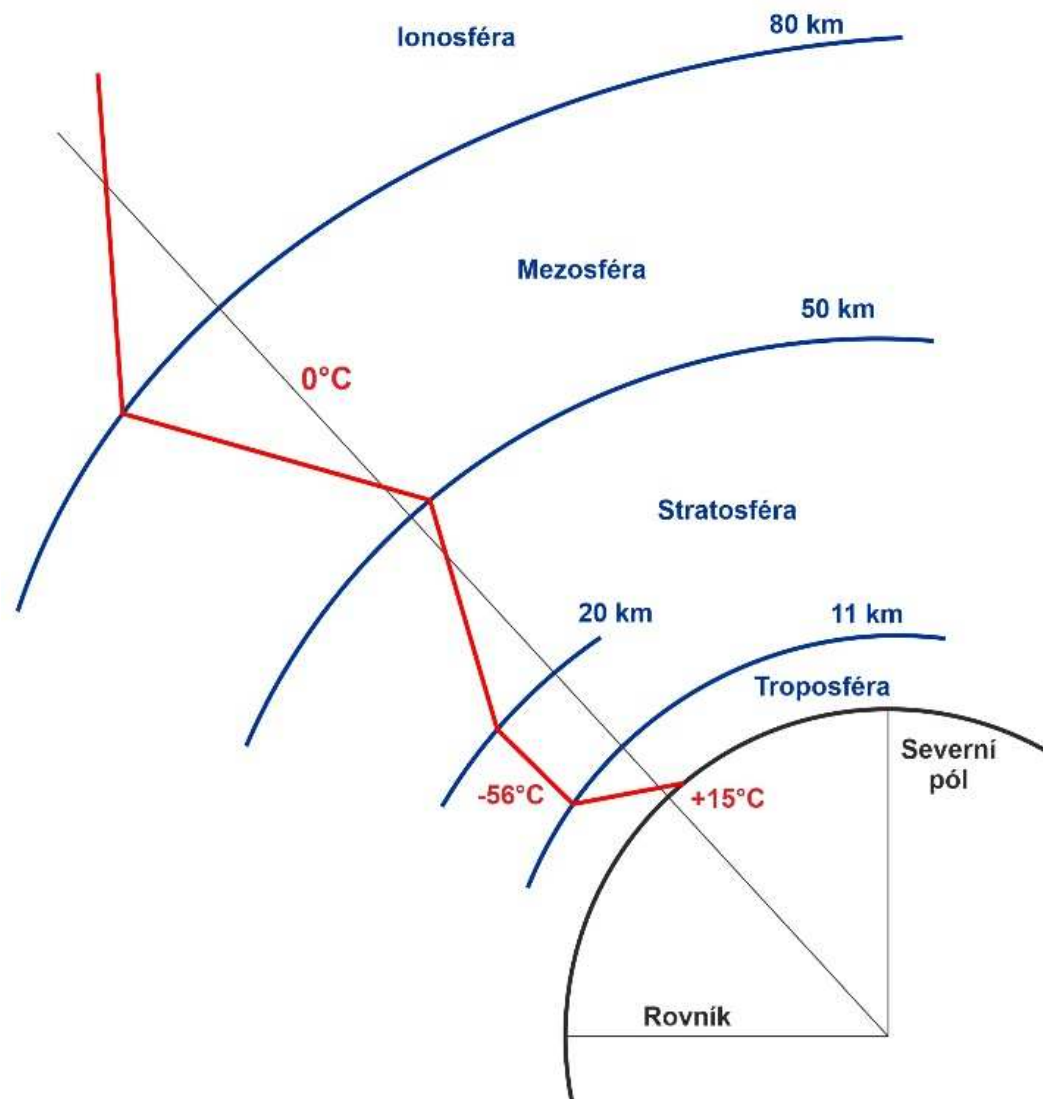
$$\lambda_{m\odot}$$

vyzařuje atmosféra Země!

Magnetické pole Země

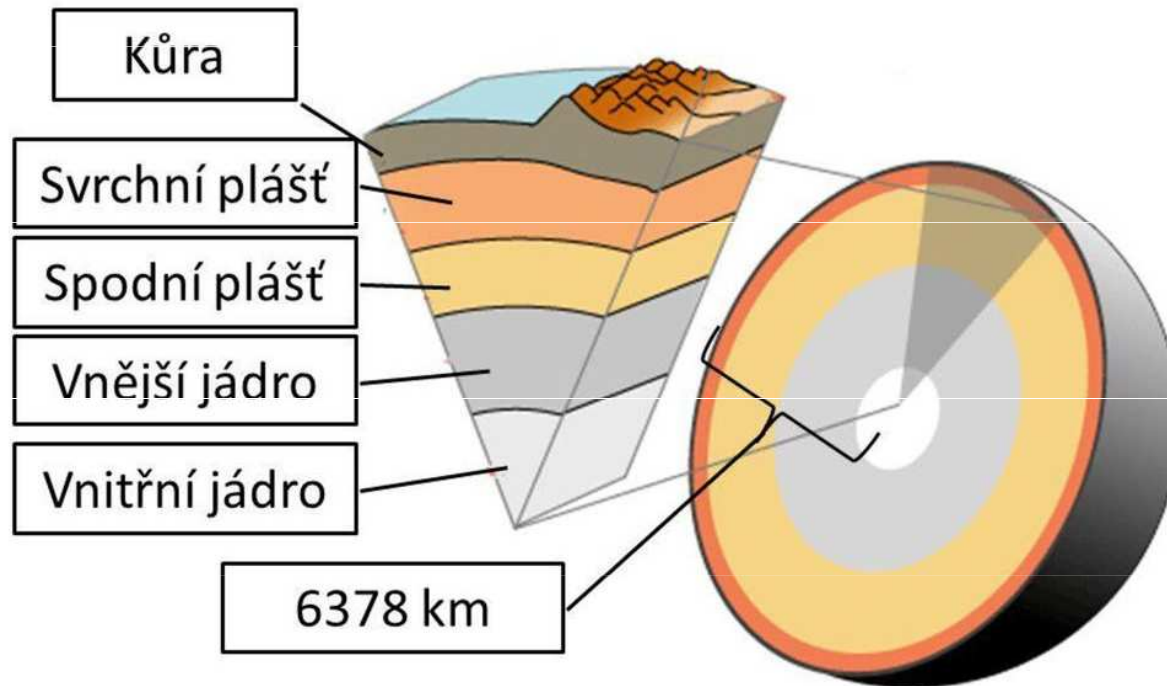


Stavba atmosféry Země



Stavba Země

Vnitřní stavba Země



http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Pr%C5%AF%C5%99ez_Zem%C3%AD.png (30. 10. 2010)

Teploty rovnovážného záření planet

The moon: $T_{eq} = T_{surface} = 277K$

The Earth: $T_{eq} = 263K$, $T_{surface} = 288K$,

part greenhouse, part internal heat source

Venus: $T_{eq} = 238K$, $T_{surface} = 700K$,

strong greenhouse effect

T_{eq} low because Venus
has a high albedo

Mars: $T_{eq} = 222K$, $T_{surface} = 215K$

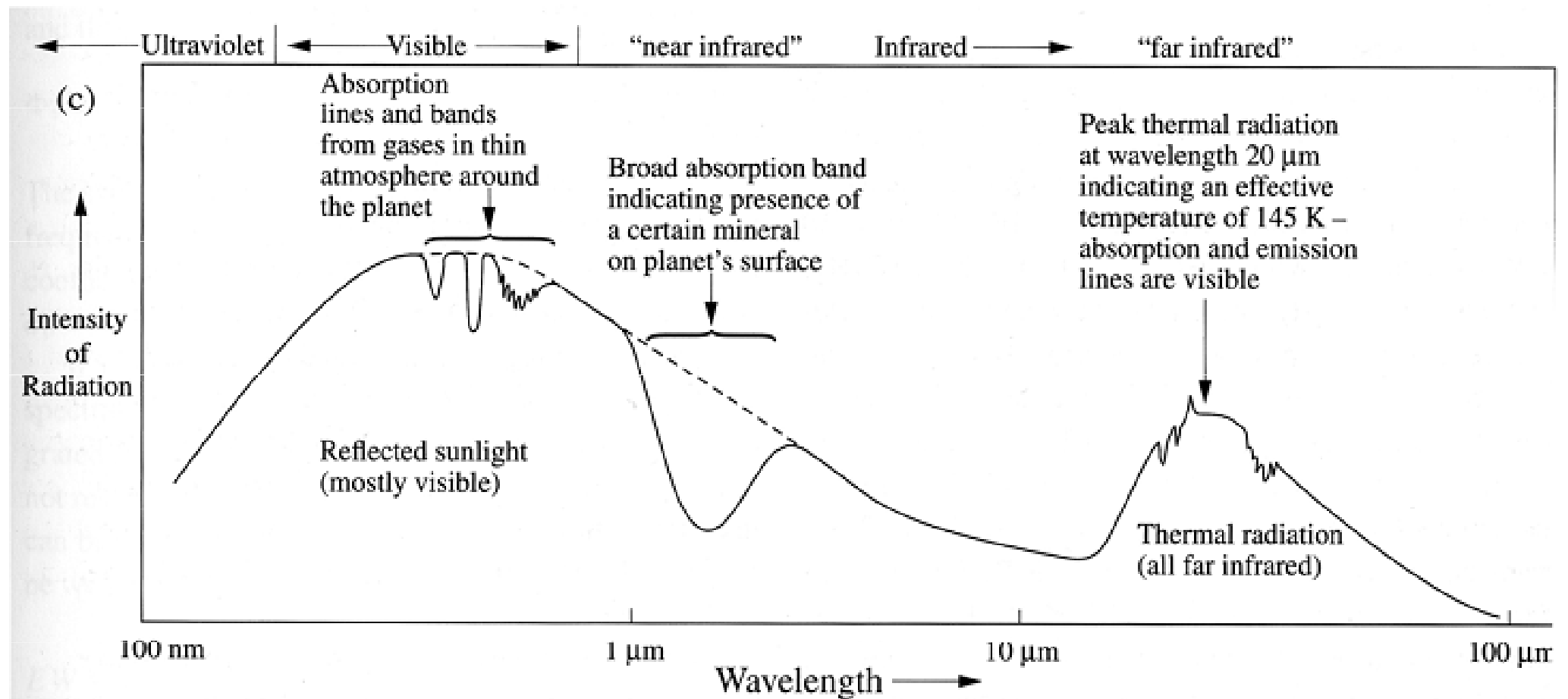
Jupiter: $T_{eq} = 113K$, $T_{surface} = 124K$

internal heat source, gravitational contraction

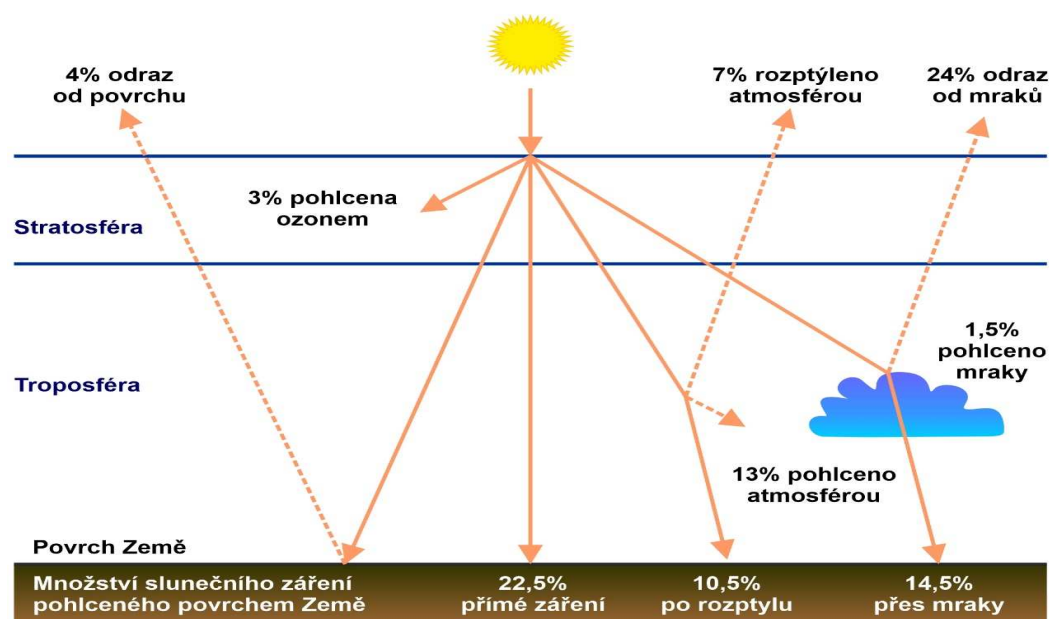
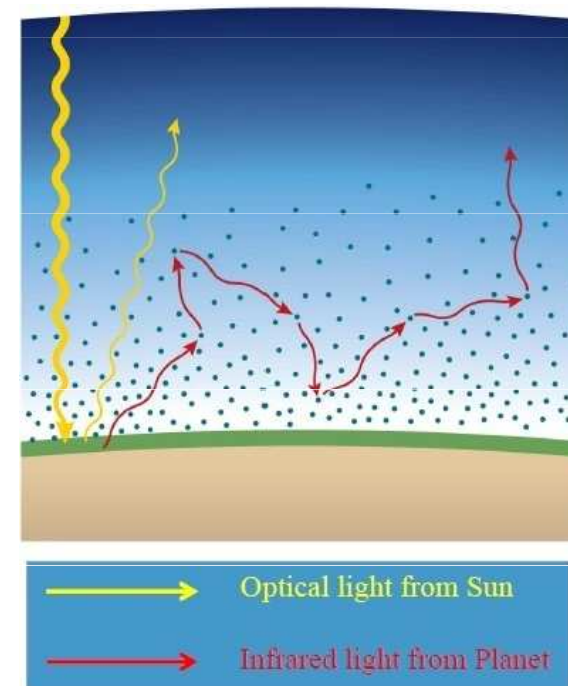
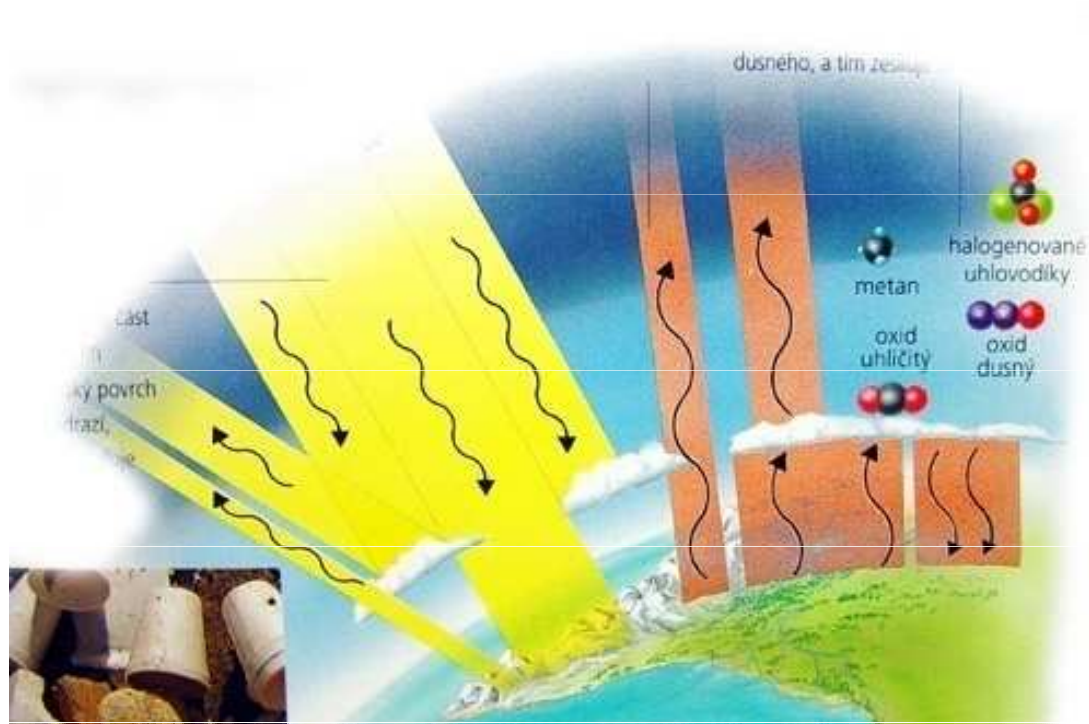
Saturn: $T_{eq} = 83K$, $T_{surface} = 95K$

internal heat source, helium rain

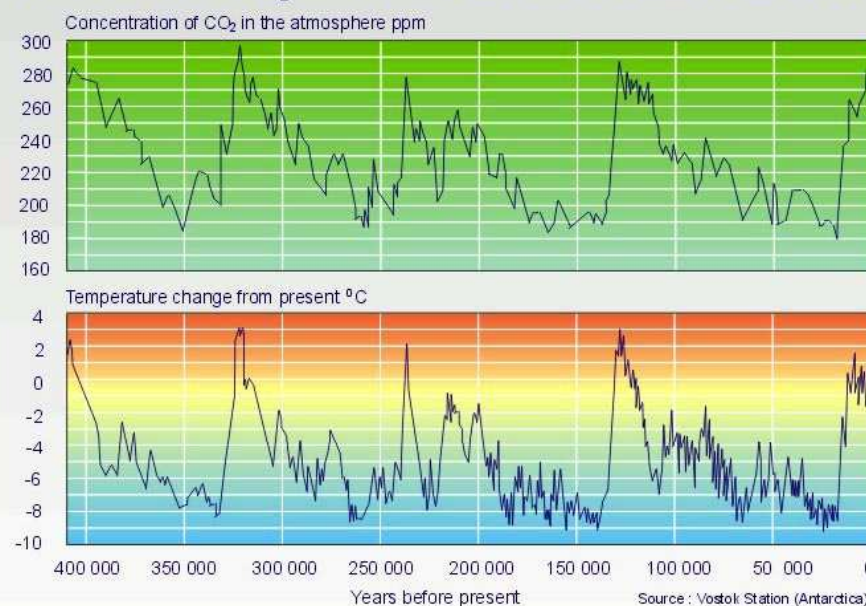
Spektrum planet



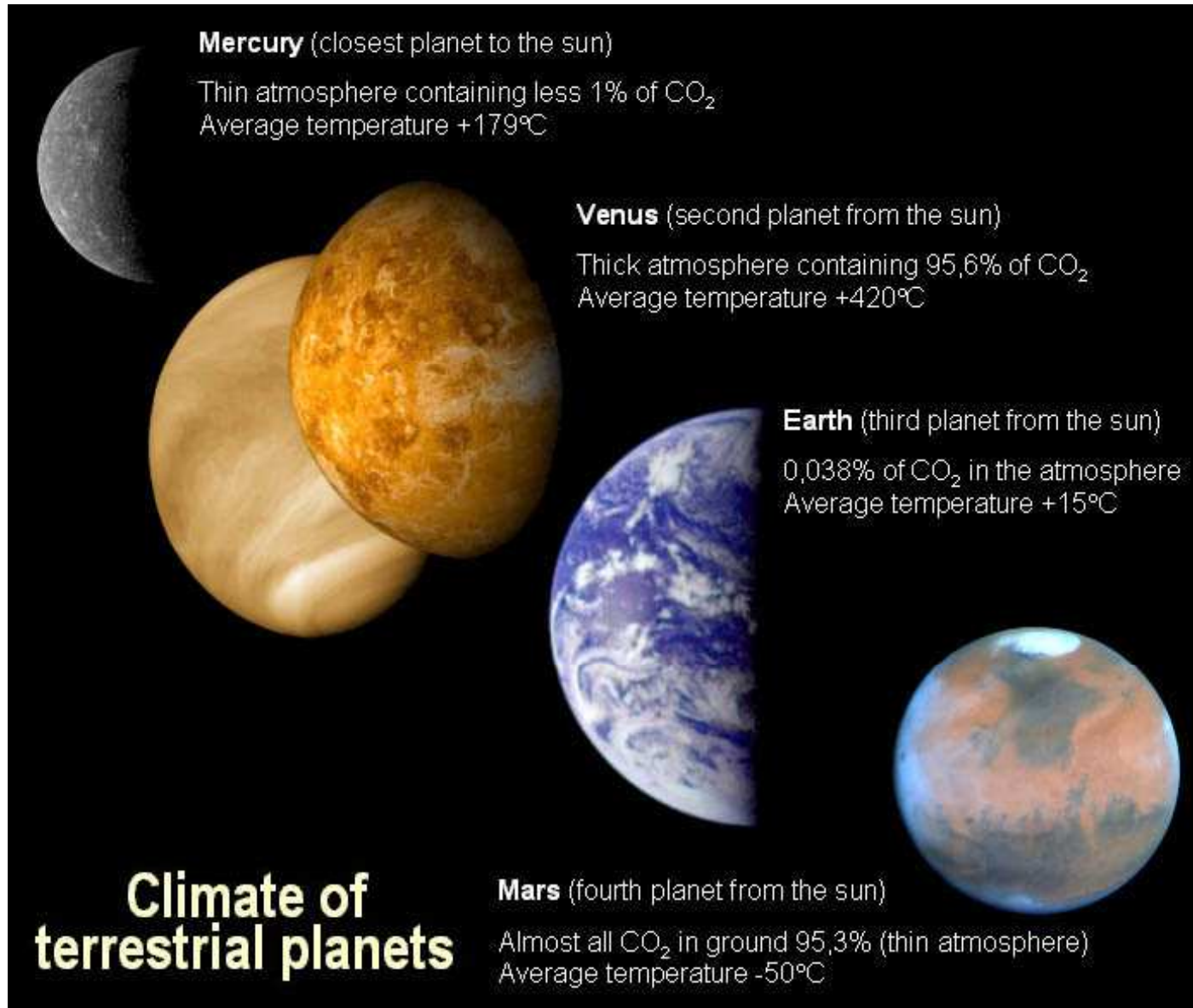
Skleníkový efekt



Temperature and CO₂ in the atmosphere over the past 400 000 years

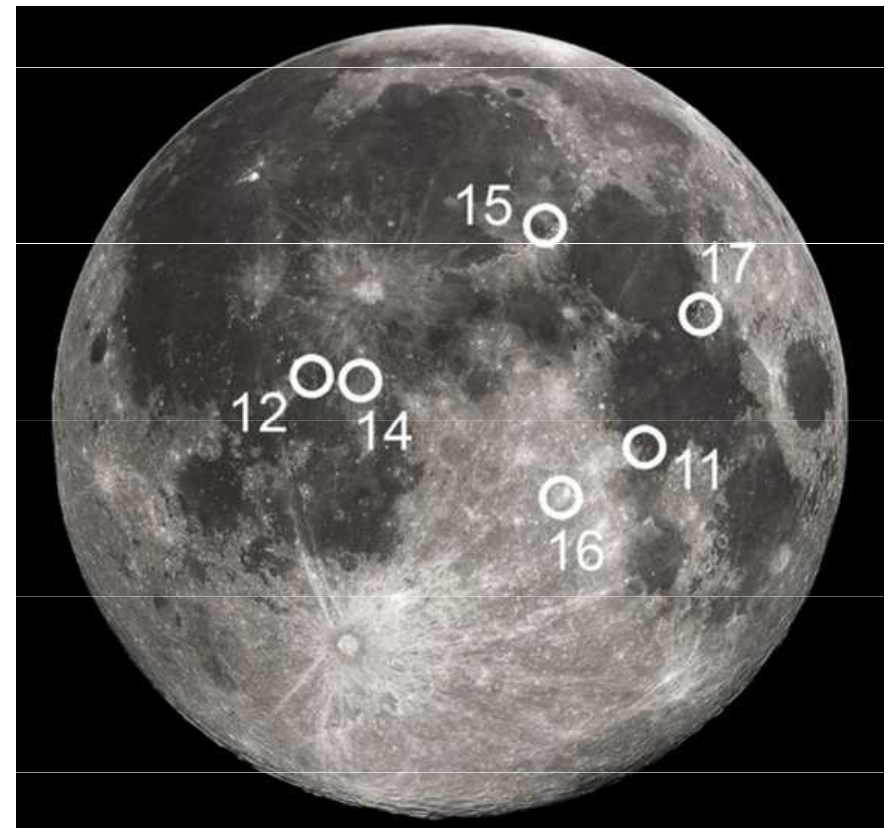


Skleníkový efekt na planetách

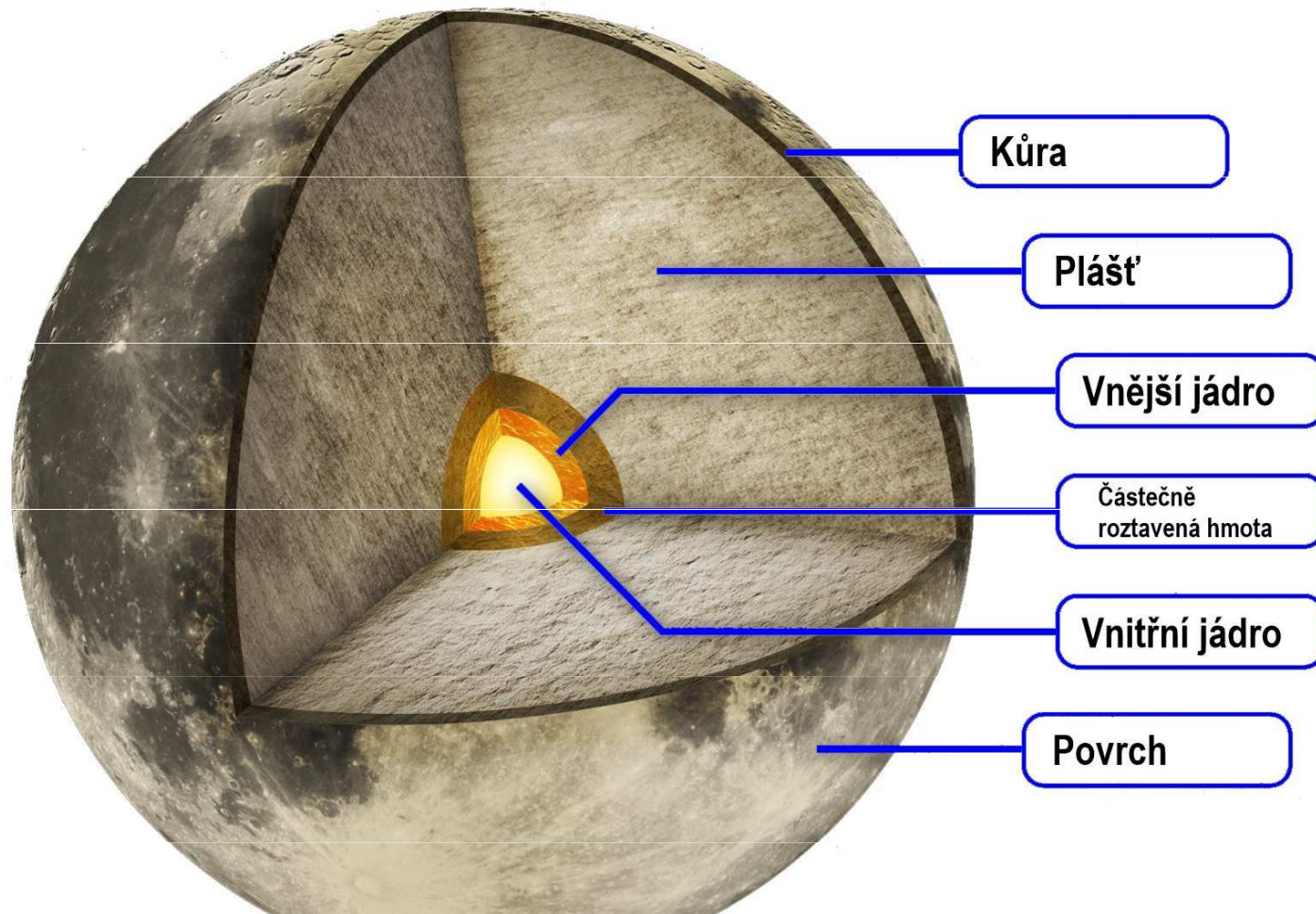


Měsíc

$r = 384\,403\text{ km}$, $R_M = 1737\text{ km}$, hmotnost $1/81\text{ }M_Z$



Stavba Měsíce



Vznik Měsíce



Vznik Měsíce



vznik Měsíce – tečná drážka planetesimály o rychlosti 12 km/s a hmotnosti $3/10 M_Z$ se Zemí $7/10 M_Z$, uvolněná energie 10^{32} J, způsobila roztavení pláště Země, kolem které vznikl plynný obal, který chladnul, kondenzoval na zrníčkách prachu, vzdálil se na 15 000 km od Země, kde došlo ke slepování zrn do tělesa - Měsíce

shodnost poměru izotopů kyslíku v horninách na Měsíci a Zemi

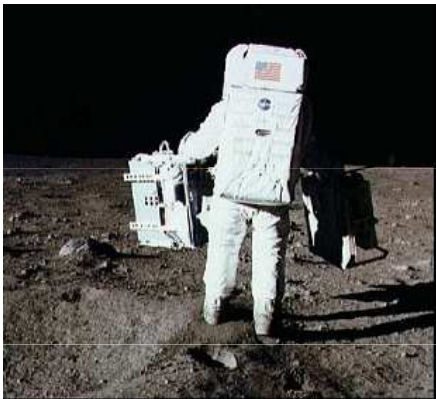
Vzdalování Měsíce od Země

Měsíc se vzdaluje

37 mm.rok⁻¹, rychlostí - $1 \cdot 10^{-9}$ m.s⁻¹

zpomalování doby rotace Země

za jednu otočku $4,4 \cdot 10^{-8}$ s



Apollo 14



Proč se Měsíc vzdaluje od Země

ZZMH_{celk}

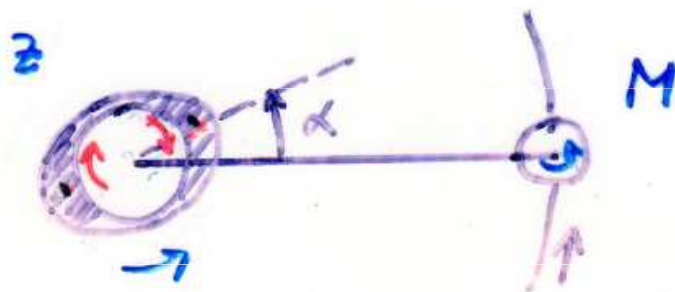
dvě složky **MH_{rot}** každého z těles

MH_{dráh} pohyb kolem barycentra

$$L_c = L_{Zrot} + L_{Mrot} + L_{Mdráh} + L_{Zdráh}$$

Měsíc, Země jsou částečně deformovatelná tělesa → vzájemné

přenos momentu hybnosti
Země → Měsíc



výhled

předbíhá spojnici Z-M

NAUCZANIE ASTRONOMII

JULIUSZ DOMAŃSKI

Toruń

VLADIMIR STEFL

Brno

Dlaczego Księżyc oddala się od Ziemi?

Stopniowe oddalanie się Księżyca od Ziemi jest faktem potwierdzonym obserwacyjnie. Spróbujmy odpowiedzieć na pytanie: Czy można wyjaśnić to zjawisko za pomocą praw fizyki?

W pierwszym przybliżeniu, ze względu na duże odległości od innych ciał niebieskich, układ Ziemia-Księżyc możemy potraktować jako odosobniony. W takim układzie zarówno dynamiczne własności układu, jak i tworzących go ciał mogą zmieniać się w czasie. Istotnym ograniczeniem wymienionych zmian jest zasada zachowania całkowitego momentu pędu, na który w tym przypadku składają się momenty pędu ruchu obrotowego obu ciał wokół ich osi i moment pędu ruchu obiegowego tych ciał wokół wspólnego środka masy – barycentrum. Tabela I.

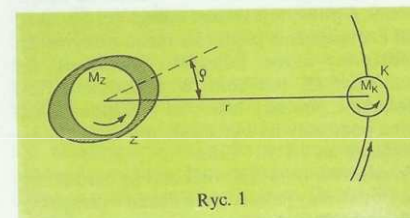
Zauważmy, gdyby Ziemia i Księżyc były ciałami doskonale sztywnymi, nie podlegającymi żadnym odkształceniom lub przeciwnie – ciałami doskonale elastycznymi, dającymi się de-

formować bez wykonywania pracy, ich rotacyjne momenty pędu byłyby niezależne od obiegowego momentu pędu. Obowiązywałyby wówczas dwie niezależne zasady zachowania.

Tymczasem Ziemia i Księżyc są ciałami podlegającymi deformacji (ale nie są doskonale elastycznymi), która jest następstwem zjawisk zwanych pływami. Zjawisko pływów oceanicznych jest dość powszechnie znane. Mniej wiemy o pływach atmosfery i litosfery. Siły pływowe mogą na Księżycu wywoływać (przynajmniej obecnie), ze względu na brak wód i atmosfery, jedynie pływy litosferyczne.

Jest rzeczą oczywistą, że dzięki oporom ruchu (tarcie wewnętrzne) przemieszczenia mas (wód, atmosfery, litosfery) związane są z wykonywaniem pracy na koszt energii mechanicznej układu.

Stracona w ten sposób przez układ energia mechaniczna ulega dyssypacji (zamienia się na energię wewnętrzną). Możemy też powiedzieć inaczej. Dzięki oporom ruchu zjawiska pływowe opóźniają się względem zmian pola grawitacyjnego o pewien kąt δ (ryc. 1), powodując powstanie momentu pary sił dążącego do wyhamowania ruchu obrotowego.



Ryc. 1

Tabela I
Parametry układu Słońce-Ziemia-Księżyc

	Ziemia	Księżyc
masa [kg]	$5,977 \cdot 10^{24}$	$7,35 \cdot 10^{22}$
promień [m]	$6,378 \cdot 10^6$	$1,738 \cdot 10^6$
prędkość kątowa obrotu [rad/s]	$7,292 \cdot 10^{-5}$	$2,67 \cdot 10^{-6}$
wielka półś orbita [m]	$1,4959 \cdot 10^{11}$	$3,844 \cdot 10^8$
mimośrodek średnia	0,0167	0,0549
prędkość kątowa na orbicie [rad/s]	$1,966 \cdot 10^{-7}$	$2,67 \cdot 10^{-6}$

Vzdalování Měsíce od Země

stejná délka roku

růst korálů,

střední devon o 35 vrstev více,

rok o 35 dnů delší

→ den kratší

W świetle powyższych rozważań dochodzimy do wniosku, że w układzie Ziemia–Księżyc mamy następującą sytuację. Siły pływowe na tyle spowolniły rotację Księżyca, że stała się ona synchroniczna z ruchem obiegowym wokół Ziemi (dzięki temu Księżyc jest zwrócony do Ziemi stale tą samą stroną). Taka sytuacja (zrównanie okresów obrotów obu globów z okresem obiegu) jest obserwowana także w układzie Pluton–Charon.

W takim układzie wymiana między rotacyjnym a obiegowym momentem pędu Księżyca jest minimalna, spowodowana tylko ekscentrycznością jego orbity. Natomiast okres obrotu Ziemi wokół osi jest ok. 27 razy krótszy niż okres obiegu wokół barycentrum. Siły pływowe nadal powodują zmniejszanie okresu obrotu Ziemi (skracanie doby). Współcześnie zmniejsza się ona $4,4 \cdot 10^{-8}$ s na obrót. Moment pędu ruchu obrotowego Ziemi zmniejsza się; jego część zostaje przeniesiona do momentu pędu ruchu obiegowego układu.

Stosując przybliżenie orbit kołowych moment pędu układu

$$L = \mu \cdot v \cdot r,$$

gdzie L – moment pędu układu, v – prędkość obiegu, r – odległość środków mas części układu, a

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_Z} + \frac{1}{M_K}.$$

Z równania

$$G \frac{M_Z M_K}{r^2} = \mu \frac{v^2}{r}.$$

po prostych przekształceniach

$$r = \frac{L^2}{G M_Z M_K \mu}$$

oraz

$$v = \frac{G M_Z M_K}{L}.$$

Z otrzymanych związków wynika, że zwiększenie L powoduje wzrost odległości ciał układu i zmniejszenie prędkości ruchu obiegowego. Obliczony wzrost odległości wynosi ok. 0,1 mm/dzień (37 mm/rok). Współczesne bardzo dokładne pomiary laserowe odległości Księżyca pozwoliły na określenie prędkości oddalania się na $1,1 \cdot 10^{-9}$ m s⁻¹.

Przedstawione wyżej wielkości są bardzo małe. Popatrzmy jednak na problem z perspektywy dłuższych okresów czasu. A mamy na ten

temat dość wiarygodne dane. Dostarcza ich m.in. paleontologia. Badając rafy koralowe potrafimy wyróżnić zarówno przyrosty roczne jak i dobowe. Współcześnie wyróżnia się 365 linii w roku, a u zachowanych egzemplarzy z okresu dewońskiego (z przed 380 mln lat) 400 linii w roku. A więc rok w okresie dewońskim miał o 35 dni więcej (inaczej: doba była odpowiednio krótsza). Tabela II.

Tabela II

Epoka geologiczna	Wiek mln lat	Dni w roku	Godzin w dniu	Wzgl. dł. doby
Współczesność	–	365,24	24	1,00
Kreda	70	370,3	23,7	0,98
Perm	270	364,1	22,8	0,95
Karbon	300	387,5	22,6	0,94
Dewon	380	398,7	22,0	0,91
Sylur	440	407,1	21,5	0,89

Jeśli wspomniana wartość kąta δ nie ulegnie zmianie, to odległość Ziemia–Księżyc za ok. 5,5 mld lat wzrośnie do 73 promieni ziemskich (dziś ok. 60), a długość doby osiągnie 1000 godzin! Ziemia i Księżyc będą do siebie zwrócone stale tymi samymi półkulami. Dalsza ewolucja układu będzie zachodziła dzięki występowaniu pływów słonecznych (spowodują one ponowne zbliżanie się Księżyca do Ziemi).

Zadanie. Jak wspomnieliśmy, dzięki zjawisku pływów okres obrotu Ziemi maleje o $4,4 \cdot 10^{-8}$ s na obrót (0,0016 s na stulecie). Oblicz, jaka moc wydziela się dzięki pływom. Średni światowy pobór mocy z elektrowni wynosi $1,5 \cdot 10^{12}$ W. Energia obrotowa bryły sztywnej

$$E = \frac{I \omega^2}{2} = \frac{1}{5} \frac{4 \pi^2 M R^2}{T^2}.$$

A ponieważ

$$p = \left| \frac{dE}{dt} \right|,$$

zatem

$$P = \frac{1}{5} \frac{4 \pi^2 M R^2}{T^3} 2 \frac{dT}{dt}.$$

Kładąc $\frac{dT}{dt} = 0,0016$ otrzymujemy

$$P = 3,0 \cdot 10^{12} \text{ W}.$$

Vzdalování Měsíce od Země

soustava Země - Měsíc, platí ZZMH_{celk}

$$L_{Zrot} + L_{Mdrahpoč} = L_{Mdrahkon}$$

$$L_{Zrot} - 17 \%, L_{Mdrah} - 82 \%,$$

počáteční stav:

$$L_{Zrotpoč} = 6 \cdot 10^{33} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$L_{Mdrahpoč} = 2,9 \cdot 10^{34} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$\text{při } \omega_{poč} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{celkový počáteční moment hybnosti } L_{cpoč} = 3,5 \cdot 10^{34} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$L_{Mdrahkon} = 3,5 \cdot 10^{34} \text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$\text{III. Keplerův zákon } a_{poč}^3 \omega_{poč}^2 = a_{kon}^3 \omega_{kon}^2$$

konečný stav:

$$a_{kon} = 5,6 \cdot 10^8 \text{ m}, \omega_{kon} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\text{doba oběhu } T_{kon} = 48 \text{ dnů}$$

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

37 mm/rok asi 0,1 mm/den

rychlost vzdalování $1,1 \times 10^{-9} \text{ m s}^{-1}$

rotační doba, za jednu oběhovou číru
v současnosti $4,4 \times 10^{-8} \text{ s}$

soustava Země - Měsíc

izolovaný dynamický systém z gravitačních

hledisek $\Rightarrow$ platnost zákona zachování celkové

momentu hybnosti, dvě složky $\Rightarrow$ čtyři členy

1. rotační moment hybnosti kolem vlastních os
obou kosmických těles

2. úhlový moment hybnosti jejich pohybu
kolem barycentra

Kdyby Země, Měsíc - dokonale tuhá tělesa

nebo kapalé - dokonale deformovatelná tělesa

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

⇒ lova nerovinné zákony zachování momentu hybnosti

ve skutečnosti Země, Měsíc jsou částečně deformovatelná tělesa, vzájemné vyvolávání slapových účinků, nedokonalá tuhost těles... deformační vnitřek těles v minulosti ⇒ slapové účinky se zpřehodily za dlouhých silových gravitačních pole asymetrii deformací → vznik momentu dvojice sil, souvislost mezi rotačním a deformačním momentem hybnosti, přenos momentu hybnosti prostřednictvím slapového působení

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

Měsíce v současné době: rotace kolem vlastní osy
je synchronizována s průměrnou úhlovou rychlostí
na oběžné dráze; tímto existuje rovnováha přesas
mezi rotačním a dechovým momentem hybnosti,
proto výsledkem oběžné dráhy Měsíce...

Země v současnosti: rotuje kolem vlastní osy
24x rychleji než obíhá Měsíc; $\Rightarrow$ složené
účinky (povrch, oceán, atmosféra) vyvolané
Měsícem - zpomalování rotace Země, přesas
rotačního momentu hybnosti, který Země strátla,
na dechový moment hybnosti sdílený Z - M,
tedy na Měsíc

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

Díkový (oběžný) moment hybnosti soustavy Z-M

$$L = \mu v r \quad ; \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_Z} + \frac{1}{M_M}$$

Kružové oběžné dráhy $\Rightarrow G \frac{M_Z M_M}{r^2} = \mu \frac{v^2}{r}$

$$\Rightarrow r = \frac{L^2}{G \mu M_Z M_M} \quad ; \quad v = \frac{G M_Z M_M}{L}$$

$$\Rightarrow L \uparrow \rightarrow r \uparrow \quad ; \quad L = \text{const} \cdot r^{1/2}, \quad T \uparrow$$

Zjednodušení $v_M = \left(\frac{G M_Z}{r} \right)^{1/2} \Rightarrow L = r M_M \left(\frac{G M_Z}{r} \right)^{1/2}$
 $\propto \text{const.} \cdot r^{1/2}$

Proč se Měsíc vzdaluje od Země

geologické dobu	stáří v mil. letech	počet dnů v roce	počet hodin v dni	relativní délka dne
světovost	—	365,24	24	1,00
křída	71	370,3	23,7	0,98
perm	270	384,1	22,8	0,95
karbon	298	387,5	22,6	0,94
devon	380	398,7	22,0	0,91
silur	440	407,1	21,5	0,89

postupné prodlužování délky dne → růst kordil
 střední devon o 35 dnů více, 35 minut kordil více

Zpomalování zemské rotace – historická zatmění

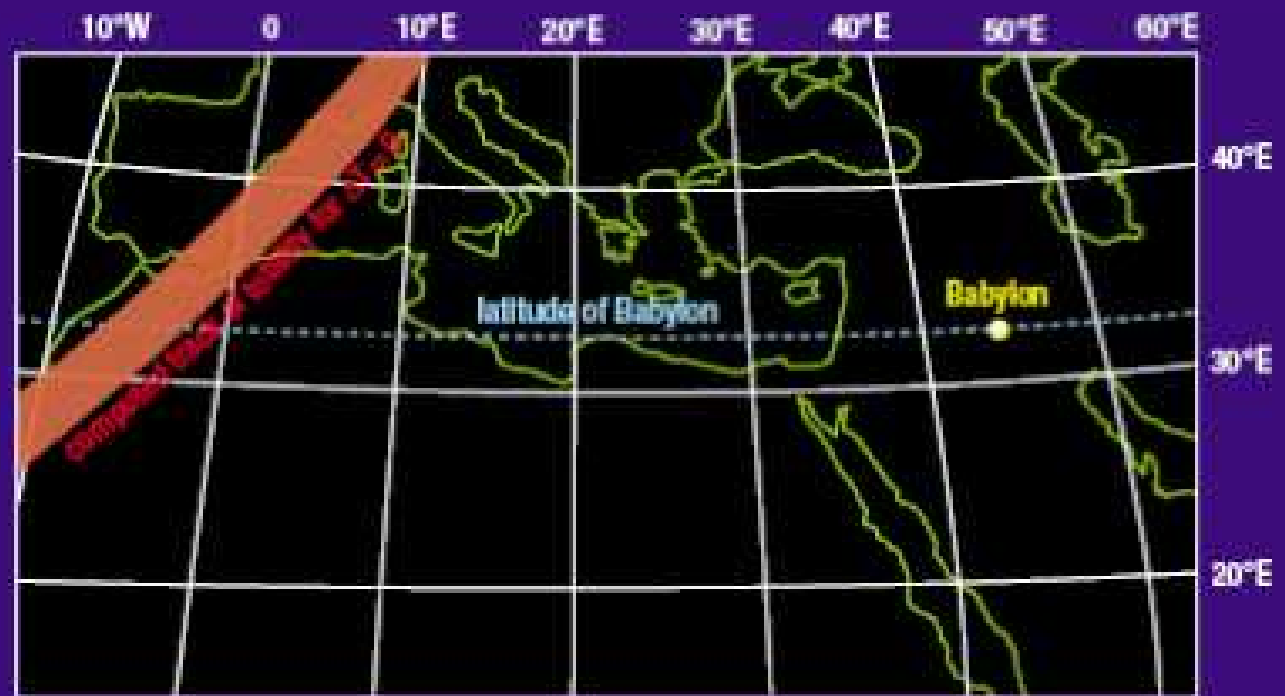


3 Late Babylonian astronomical tablet containing a record of the total solar eclipse of 15 April in 136 BC. See text for translation. (Courtesy: British Museum)

za 100 roků by se hodiny jdoucí
rovnoměrně předběhly oproti zemské
rotaci o $\Delta t \times 36525 = 29 \text{ s}$

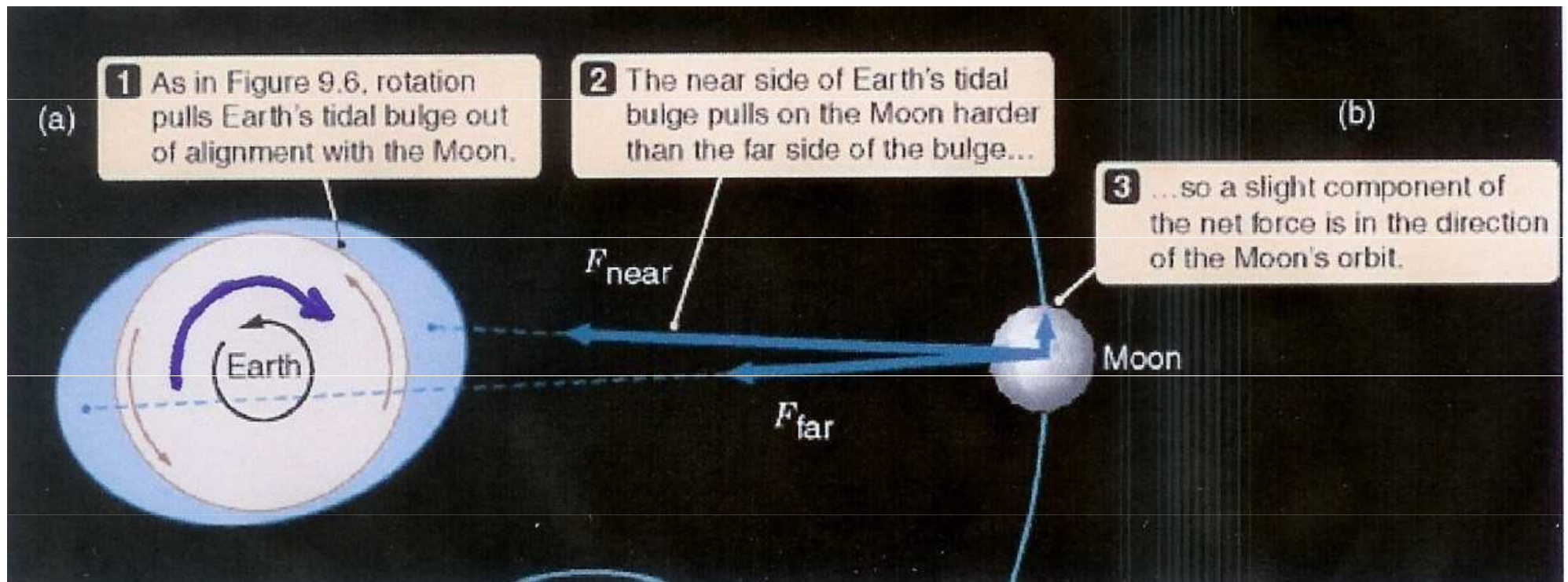
za 2000 roků rozdíl $3^{\text{h}} 15^{\text{m}} \dots 40^{\circ}$

zatmění Slunce
15. dubna 136 př.n.l.



4 Computed track of totality for the eclipse of 15 April in 136 BC, assuming a fixed length of day ($\Delta T = 0$). This track lies more than 50° to the west of Babylon, where totality was actually observed.

Zpomalování rotace Země



Zpomalování rotace Země

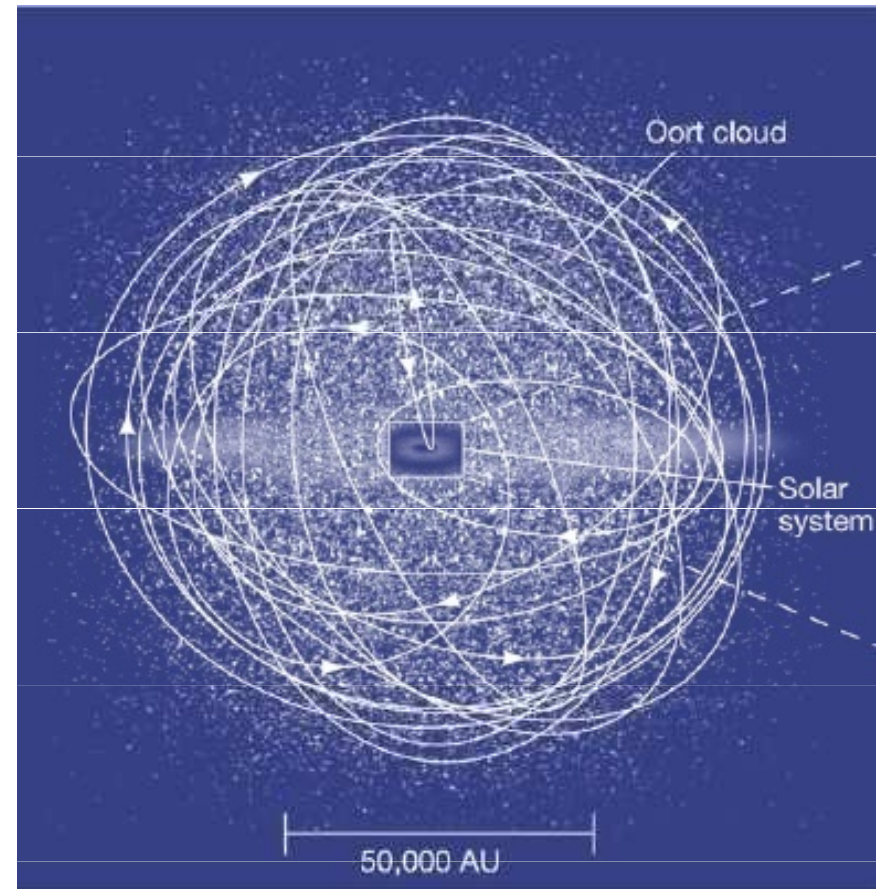
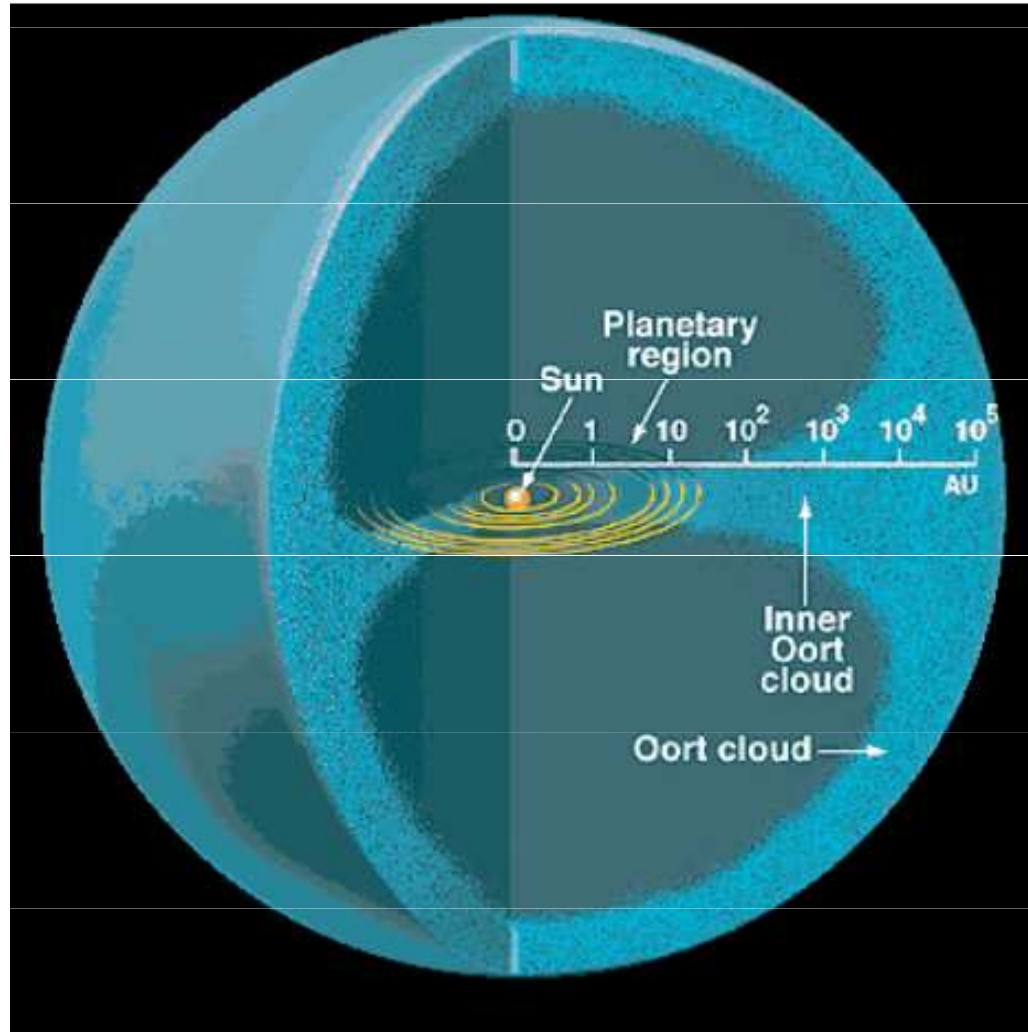
**„Urychlení“ pohybu Měsíce vede k jeho zpomalení, poklesu kinetické a nárůstu gravitační potenciální energie -V.V.
analogie: cvrknutí kuličky do kopce.**



přiložíme ruku na otáčející se glóbus. Cítíme, jak nás tření mezi rukou a glóblem urychluje a současně zpomaluje rotaci glóbusu.

Komety - původ

Oort Cloud



Extends to 100,000 AU

Komety

Anatomy

- **Head**
 - **Nucleus**
 - 1-10 km in diameter
 - **Coma**
 - ~ 100,000 km in diameter
- **Tails**
 - ~ 100 million km long
 - always pointed away from the Sun

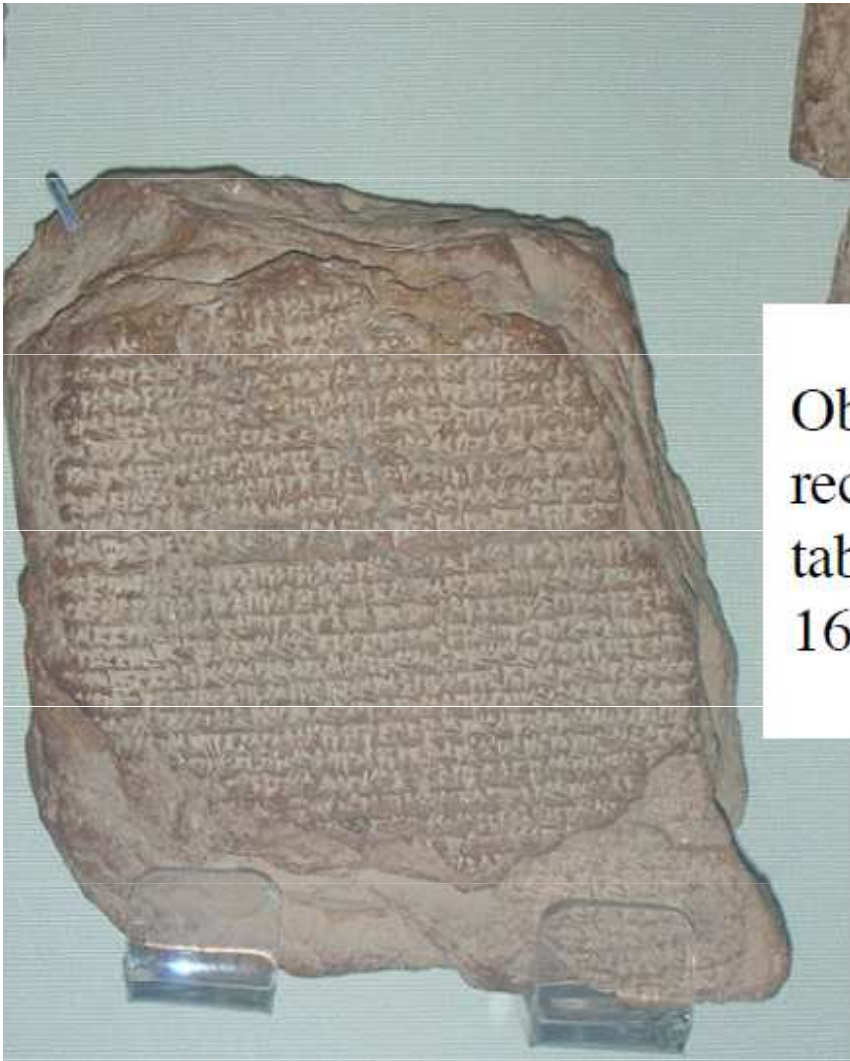
Composition

- **Nucleus** - dirty snowball
 - solid
 - ices of H_2O , CO_2 , NH_3 , & CH_4
 - dust
- **Coma**
 - cloud of gas
 - mostly H_2O , CO_2 , CO
- **Tails**
 - dust & gas



Halleyova kometa

164 BCE



Observation of Halley's Comet, recorded in [cuneiform](#) on a clay tablet between 22–28 September 164 BCE, [Babylon](#), Iraq.

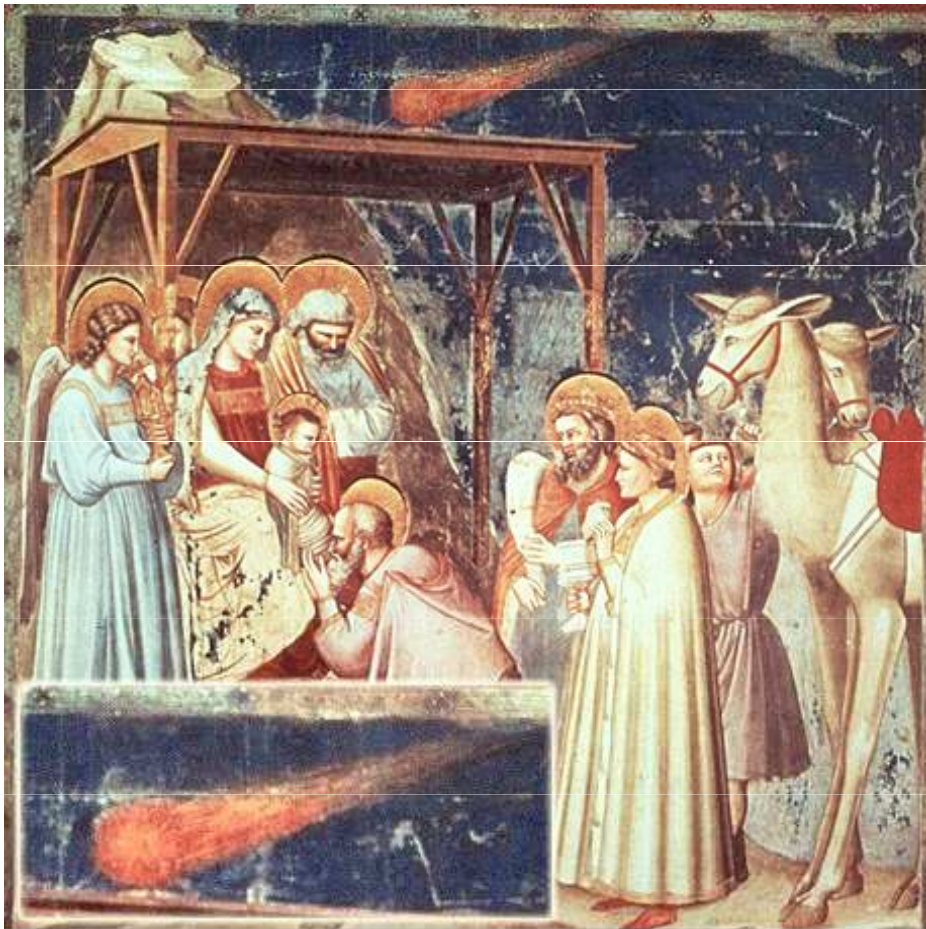
1066



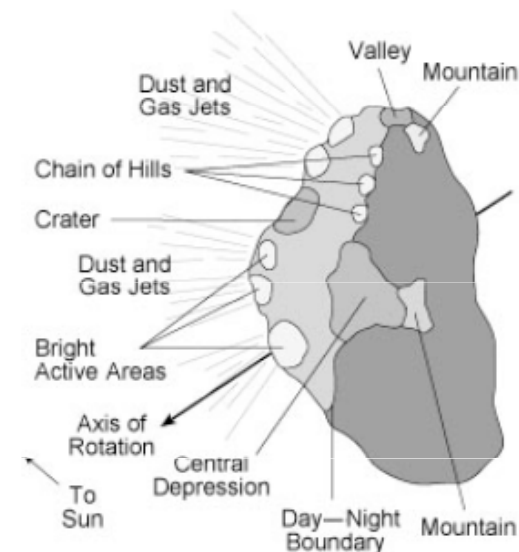
Jádro Halleyovy komety, sonda Giotto 1986

Giotto di Bondone 1267 -1337,
pozorování 1301

snímek ze sondy Giotto



Betlémská nebo Vánoční hvězda, tentokrát již s ohonem, v podobě komety (vlevo dole ve výřezu). Fresku v kapli Scrovegni v italské Padově, kterou pořídil Giotto di Bondone, inspiroval průlet Halleyovy komety v říjnu 1301. Podle malíře byla pojmenována i sonda Giotto.



Halleyova kometa, historie

Komety, tělesa s velmi malými hmotnostmi ve srovnání s planetami, jsou podrobovány velkým poruchovým silám, zejména pokud procházejí oblastí tzv. aktivit u velkých planet, jejichž poloměr činí v případě Jupiteru přibližně 0,322 au, u Saturnu 0,365 au. Výsledkem je změna dráhových elementů (pro žáky na středoškolské úrovni lze zmínit srozumitelnou velikost velké poloosy a oběžnou dobu).

Velmi podrobně byl zkoumán pohyb známé Halleyovy komety, nazvané na počest *Edmonda Halleyho* (1656–1742), který prokázal její periodický charakter a předpověděl návrat v roce 1758. Jeho přesný výpočet *Alexisem Claudem Clairautem* (1713–1765) [6], byl úspěšným potvrzením zákona všeobecné gravitace. Clairaut ještě nepoužil k řešení problému tří těles diferenciální rovnice, viz detailní rozbor v [7]. Přesto přesvědčivě vyložil zpoždování návratu komety, objasnil, že příčinou je poruchové působení Jupiteru a Saturnu. Jak bylo propočítáno, vlivem Jupiteru se kometa zdržela při návratu k Slunci o 518 dnů, Saturnu o 100 dnů. Předpověděl průchod perihéliem na 13. dubna 1759, ve skutečnosti kometa jím prošla 13. března 1759. Poslední návrat ke Slunci rozebereme podrobněji v další části článku.

Halleyova kometa

Přejděme ke konkrétním kometám. Jak jsme již uvedli, poslední návrat Halleyovy komety ke Slunci nastal v roce 1986. K jejímu jádru s tvarem burského oříšku o rozměrech $8 \times 7 \times 16$ km se přiblížila až na vzdálenost 600 km západoevropská sonda Giotto. Získala řadu snímků, z nichž jeden z 14. března 1986 ze vzdálenosti 6 500 km je na obr. 5, kde na Sluncem ozářené části jádra zřetelně pozorujeme aktivní výtrysky. Na povrchu jádra jsou dále viditelné terénní nerovnosti a krátery. Během každého návratu ke Slunci jádro ztratí přibližně 1 m až 10 m povrchové vrstvy. Denně při průchodu perihéliem unikne z povrchu zhruba 10^9 kg prachu a plynu. V aféliu dráhy dosahuje povrchová teplota jádra kolem 60 K, ve vzdálenosti 1 au od Slunce 276 K, v perihéliu se povrch zahřívá až na 400 K. Velký teplotní gradient způsobuje prohřívání povrchových vrstev. Gravitační zrychlení na povrchu jádra dosahuje $1,5 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-2}$, úniková rychlost činí $9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vyvržené částice s hmotností nad 0,01 g se pohybují kolem jádra po balistických drahách, méně hmotné unikají a vytvářejí „prachovou komu“. Její vnitřní část sahá do vzdálenosti 80 000 km, vnější až do 300 000 km. Ve větších vzdálenostech od Slunce je plynný obal jádra spíše symetrický, při přibližování k němu se mění na oválný.

Halleyova kometa

1. 1986 jaro

sondy Vega 1, 2 ; * Giotto ; Suisei

* 600 km od kom. jadra $8 \times 8 \times 16$ km

$V \dots 400 - 700 \text{ km}^3$, $M \sim 10^{14} \text{ kg}$

$\bar{\rho} \sim (1 - 1,5) \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $T \sim 54$ hodiny

30 různých druhů atomů, molekul, iontů

na povrchu kóstry $\phi 1 \text{ km}$, aktivní složky
vyfukování

vprůběhu oběhu k odpružení (1-10 / m vzdálenost)
povrchu jadra

Halleyova kometa

• prach v perihéliu až 400 K , v aféliu
leptota 60 K

denšní zhuba 10^9 kg prachu a plynu
dníková rychlost z jadra činí 9 m.s^{-1}
sférický oblak prachu sahá do $3-4\text{ km}$,
prachová vnitřní kónus $\sim 80\ 000\text{ km}$
vnější kónus $\sim 300\ 000\text{ km}$

Halleyova kometa je velmi aktivní
řádově ještě desítkyrát

Halleyova kometa, jádro



Jak ve škole připravíme kometu?
sáček PVC: suchý led, saze, písek,
sliny



Halleyova kometa, jádro

drobně vysvětlíme. Současně odpovíme na žáky nejčastěji kladené otázky:

- Které gravitační a negravitační síly ovlivňují pohyb komet?
- Podle kterých zákonů a po jakých drahách se komety pohybují?
- Proč u komet dochází často ke změnám dráhových elementů, co je důvodem?
- Kde se nachází zdroj komet, jaký mechanismus vyvolává vychýlení z okraje sluneční soustavy na jejich dráhu do vnitřní části?
- Co je příčinou vzniku ohonu, z čeho je složen, mají ho všechny komety?
- Jak se mění jasnost komet při přibližování ke Slunci?
- Jaká je stavba komet, kde je uložena jejich největší hmotnost?
- Co je zdrojem energie záření komet?

Pohyb periodických komet po eliptické dráze

Jde o nejjednodušší a nejnázornější situaci, obvykle připomínanou ve středoškolských učebnicích. Hovoříme o řešení tzv. problému dvou těles, kdy působící přitažlivá síla jakož i gravitační potenciální energie jsou závislé pouze na vzdálenosti od centrálního tělesa. Skalární veličina energie je pro žáky srozumitelná, a proto, jak je navrhováno např. v [5], při popisu pohybu komety budeme vycházet ze zákona zachování celkové mechanické energie. Je součtem kinetické a potenciální energie $E_c = E_k + E_p$. Pro

eliptické dráhy platí

$$\frac{mv^2}{2} - G\frac{mM}{r} = -G\frac{mM}{2a}, \quad (1)$$

kde m je hmotnost komety, M hmotnost Slunce ($M \doteq 1,99 \cdot 10^{30}$ kg), r je měnící se vzdálenost komety od Slunce a v její okamžitá rychlost. Platí pro ni vztah

$$v = \sqrt{GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}. \quad (2)$$

Je tedy nenulová a proměnlivá, závislá na velikosti velké poloosy a . Rychlost dosahuje maximální hodnoty při největším silovém působení Slunce, tedy v perihéliu.

Pohyb Halleyovy komety

Aplikujme zákon zachování celkové mechanické energie na případ Halleyovy komety ($m = 3 \cdot 10^{14}$ kg), budeme dosazovat do vztahů pro jednotlivé energie a do rovnice (1) pro případ perihélia $r = 0,587$ au a rychlosti $v = 54,6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, a afélia $r = 35,079$ au a rychlosti $v = 0,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Připomínáme, že rychlost je počítána podle vztahu (2), kde $a = 17,834$ au. Z vypočítaných hodnot vytvoříme tabulku

	perihélium	afélium
E_k	$4,47 \cdot 10^{23} \text{ J}$	$1,22 \cdot 10^{20} \text{ J}$
E_p	$-4,54 \cdot 10^{23} \text{ J}$	$-7,58 \cdot 10^{21} \text{ J}$
E_c	$-7,00 \cdot 10^{21} \text{ J}$	$-7,46 \cdot 10^{21} \text{ J}$

Podle očekávání je maximální kinetická energie komety v perihéliu a minimální v aféliu. Gravitační potenciální energie je nulová v nekonečnu, větší zápornou hodnotu dosahuje v perihéliu. Úplný číselný souhlas velikostí energií nelze očekávat, dosud není úplně jistá hodnota hmotnosti Halleyovy komety a také se projevují nepřesnosti vyplývající ze zaokrouhlování.

Halleyova kometa, dráha kolem Slunce

