Věta: Nechť X_1, X_2, … jsou stochasticky nezávislé celočíselné nezáporné náhodné veličiny, které mají všechny totéž rozložení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2. Nechť N je celočíselná nezáporná náhodná veličina nezávislá na náhodných veličinách X_1, X_2, … Pak náhodná veličina $S = X_1 + X_2 + \ldots$ má střední hodnotu $E(S) = E(N)\,\mu$ a rozptyl $D(S) = D(N)\,\mu^2 + E(N)\,\sigma^2$.

Důkaz:

$$E(S) = \frac{d}{dz} g_S(z)\Big|_{z=1} = \frac{d}{dz} g_N(g_X(z))\Big|_{z=1} = g'_N(g_X(z))g'_X(z)\Big|_{z=1} = g'_N(g_X(1))g_X'(1) = g'_N(1)g_X'(1) =$$
$$= E(N)E(X) = E(N)\mu$$

$$D(S) = \frac{d^2}{dz^2} g_S(z)\Big|_{z=1} + E(S) - [E(S)]^2$$

$$\frac{d^2}{dz^2} g_S(z)\Big|_{z=1} = g''_N(g_X(z))g'_X(z)^2\Big|_{z=1} + g'_N(g_X(z))g''_X(z)^2\Big|_{z=1} = g''_N(1)g'_X(1)^2 + g'_N(1)g''_X(1)^2$$

$$D(N) = g''_N(1) + E(N) - [E(N)]^2 \Rightarrow g''_N(1) = D(N) - E(N) + [E(N)]^2$$

$$D(X) = g''_X(1) + E(X) - [E(X)]^2 \Rightarrow g''_X(1) = D(X) - E(X) + [E(X)]^2$$

$$\frac{d^2}{dz^2} g_S(z)\Big|_{z=1} = \left\{D(N) - E(N) + [E(N)]^2\right\}\mu^2 + E(N)\left(\sigma^2 - \mu + \mu^2\right)$$

Celkem:

$$D(S) = D(N)\mu^2 - E(N)\mu^2 + [E(N)\mu]^2 + E(N)\sigma^2 - E(N)\mu + E(N)\mu^2 + E(N)\mu - [E(N)\mu]^2 =$$
$$= D(N)\mu^2 + E(N)\sigma^2$$