1. Vypočtěte následující limity.

$$a)\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3+n^2} - n$$
$$b)\ \lim_{n\to\infty} \sqrt{(n+a)(n+b)} - n$$
$$c)\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{2^n+3^n}$$

2. Vypočtěte limitu posloupnosti

$$a)\ a_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$$
$$b)\ a_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{n^2-1}$$
$$c)\ \lim_{n\to\infty} \frac{\sin(n^2)+n}{n+1}$$

Nápověda: jestliže $a_n = b_n \cdot c_n$, *kde* b_n *je ohraničená a* $\lim_{n\to\infty} c_n = 0$, *potom* $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

3. Zjistěte, zda jsou následující posloupnosti konvergentní, své tvrzení dokažte. *Nápověda: monotonní a ohraničená* $\Rightarrow$ *konvergentní.*

$$a)\ a_n = \frac{n-1}{n}$$
$$b)\ a_n = \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

4. Najděte hromadné body posloupností

$$a)\ \{a_n\} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \ldots, \frac{1}{2^n}, \frac{2^n-1}{2^n}, \ldots\}$$
$$b)\ a_n = \frac{n}{n+1} \sin\frac{n\pi}{6}$$
$$c)\ a_n = \sqrt[n]{1+(-1)^n}$$

5. Najděte lim sup a lim inf posloupností

$$a)\ a_n = (-1)^{n-1}(2+\frac{1}{n})$$
$$b)\ a_n = 1 + \frac{n}{n+1}\cos\frac{n\pi}{2}$$
$$c)\ a_n = (-1)^n(1+\frac{1}{n})^n + \sin\frac{n\pi}{4}$$

Nápověda: $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = e$