Seminář ze středoškolské matematiky

Pozn.: Pro racionální kořeny tvaru $\frac{p}{q}$ mnohočlenu $F(x)$, kde p, q jsou nesoudělná celá čísla, platí kromě podmínky uvedené ve skriptech následující podmínka. *Pro každé* $k \in \mathbb{Z} : (p - k \cdot q) \mid F(k)$. Obvykle je tato podmínka testována zejména pro $k = \pm 1$.

2. seminář (25.9. – 1.10.2006)

1. Určete, pro která $a \in \mathbb{R}$ má rovnice
$$(2a-5)x^2 - 2(a-1)x + 3 = 0$$
dvojnásobný kořen.

2. Určete všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ tak, aby rovnice
$$\begin{aligned} x^2 + ax + 8 &= 0 \\ x^2 + x + a &= 0 \end{aligned}$$
měly aspoň jeden společný kořen.

3. Řešte v $\mathbb{R}$ nerovnice:
   (a) $|x^2 - 3x + 3| = 2$
   (b) $|x^2 + x - 1| = 2x - 1$
   (c) $|x+1| - |x| + 3|x-1| - 2|x-2| = |x+2|$

4. Řešte v $\mathbb{R}$ nerovnice:
   (a) $(x^2+4)(x^2-x-2)(x^2-x-12) > 0$
   (b) $\dfrac{(x^2+x+1)(x^2+x-2)(x^2-8x+15)}{(x+4)(x^2+2x+5)} < 0$
   (c) $\dfrac{x^4+10x^2+1}{x^2-4x-5} < 0$
   (d) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{4}{x} > \dfrac{4}{3}$
   (e) $|x| > \frac{1}{x}$
   (f) $x|x| - 4x + 3 < 0$
   (g) $\left|\dfrac{2x+3}{3x-2}\right| > 1$
   (h) $|2x - |3-x| - 2| \leq 4|$

2. samostatné procvičování:

1. Řešte v $\mathbb{R}$ rovnici $|x^2-1|+x+1=0$.
2. Řešte v $\mathbb{R}$ nerovnice
   (a) $3x^3-14x^2+20x>8$.
   (b) $1<\dfrac{3x-1}{2x+1}<2$.
   (c) $\big||x-2|-x+3\big|<5$.
3. Určete všechna $a\in\mathbb{R}$ tak, aby daná nerovnost platila pro všechna x:
   (a) $(a+4)x^2-2ax+2a-6<0$.
   (b) $(a-1)x^2-(a+1)x+a+1>0$.