

4. PŘEDNÁŠKA

HYDRODYNAMICKÁ DISPERZE

Hydrodynamická disperze je proces působící na všechny rozpuštěné látky migrující v podzemní vodě. Jejím důsledkem je v podstatě rozšiřování látek nesouhlasně s procesem samotné advekce. Důsledkem hydrodynamické disperze je tak rozptyl látek i do těch částí pórového prostředí, kam by se látky pohybující se pouze advekcí nedostaly. Hydrodynamická disperze tak způsobuje, že se např. geometrický „odraz“ ohniska kontaminace jakoby rozmazává. Pokud by např. ohnisko mělo v průtočné ploše tvar čtverce, jeho odraz by po směru proudění nezůstával čtvercový. Okraje by se postupně „rozptylovaly“ a po určité vzdálenosti by se čtvercový tvar změnil na elipsu, s kratší osou ve vertikálním směru. Ve skutečném 3-D prostředí by se např. kulovité těleso deformovalo do tvaru podobnému ragbyovému míči, s delší osou protaženou ve směru proudění podzemní vody. Zmíněné ohnisko s průtočnou plochou ve tvaru čtverce by formovalo těleso s tvarem podobným jazyku.

Velice důležité je to, že proces hydrodynamické disperze nemůže způsobit reálný úbytek migrující látky z prostředí. Protože dochází k rozptylu látky na okrajích migrujícího tělesa (např. kontaminačního mraku), snižují se současně i koncentrace uvnitř tělesa a po určité vzdálenosti i v podélné ose symetrie tohoto tělesa. Tento proces můžeme chybně zaměnit např. s procesy rozpadu nebo sorpce látek. Proto musíme být v některých případech schopni definovat intenzitu procesů hydrodynamické disperze. Vzhledem k tomu, že kontaminanty které migrují horninovým prostředím se často sorbují nebo podléhají rozpadu, je nejsnazší a nejpřesnější stanovit intenzitu procesů hydrodynamické disperze pomocí tzv. inertních stopovačů, tedy látek, které se nerozpadají a nesorbují. Nejčastěji používanými inertními stopovači jsou halogenové aniony - chloridy, bromidy, jodidy, ale i některé radioaktivní izotopy, apod.

Pokud bychom rozebrali hydrodynamickou disperzi do nejmenších detailů, zjistíme, že ji tvoří 2 vzájemně neoddělitelné procesy – difúze a mechanická disperze (též disperze nebo rozptyl). Zatímco difúze se uplatňuje i v případech, kdy podzemní voda neproudí, mechanická disperze se uplatňuje pouze v případě proudění podzemní vody. Ke zhodnocení převažujícího transportního procesu se používá tzv. Pecletovo číslo (Pe).

Stanovit intenzitu samotné difúze a posoudit tak její vliv není příliš komplikované. Podrobně je tato problematika diskutována v jiných předmětech.

Vzhledem k tomu, že zpravidla popisujeme migraci látek v prostředí s proudící podzemní vodou, má na její šíření řádově větší vliv mechanická disperze. Disperze je šíření látek na základě různé rychlosti proudění. Ta je způsobena v měřítku pórů různou velikostí vektoru rychlosti uprostřed pórů a při jeho okrajích – „mikrodisperze“, ve větším měřítku nehomogenitou kolektoru mezi jednotlivými vrstvičkami (různé propustnosti způsobují odlišné rychlosti proudění) až po větší vrstvy – „makrodisperze“.

K popisu hydrodynamické disperze používáme koeficient hydrodynamické disperze D [m^2/s]. Vzhledem k tomu, že migraci látek řešíme ve 3-D nebo 2-D prostředí, je potřeba rozlišit i koeficienty podle směru, ve kterém se látky šíří a ve kterém disperzi popisujeme.

V podélném směru (souhlasně s advekcí) je definován koeficient hydrodynamické disperze D_L :

$$D_L = \alpha_L \cdot v + D_e$$

[4.1]

kde α_L je disperzivita [m], v je rychlost advekce [m/s] a D_e je efektivní difúzní koeficient [m^2/s], tedy člen charakterizující odděleně proces difúze. První člen na pravé straně rovnice definuje samotnou disperzi, druhý člen potom difúzi. Indexy L zde znamenají longitudinální, tedy podélná. Ve 2-D a 3-D prostředí proto definujeme ještě další koeficienty hydrodynamické disperze, D_T :

$$D_{T(y,z)} = \alpha_{T(y,z)} \cdot v + D_e \quad [4.2]$$

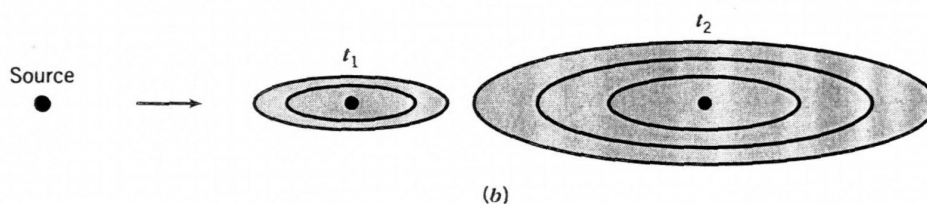
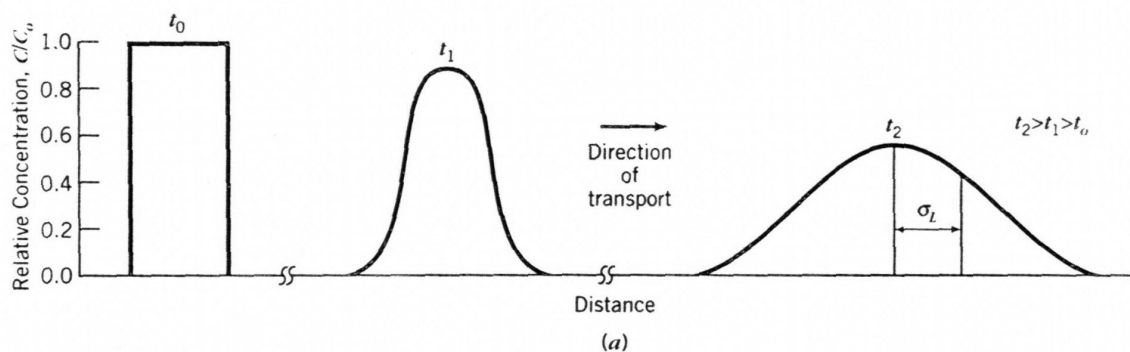
kde α_T je příčná disperzivita [m], v je rychlost advekce [m/s] a D_e je efektivní difúzní koeficient [m^2/s]. Index T znamená, že se jedná o proces v příčném (transverzálním) směru. Ve 3-D prostředí však máme celkem 2 příčné směry, a to směr příčný ve směru osy y a směr příčný (vertikální) ve směru osy z . Pokud tedy řešíme procesy ve 2-D a 3-D prostředí, zavádíme kromě podélného koeficientu hydrodynamické disperze ještě příčný člen - D_T , kterým rozumíme disperzi ve směru horizontálním podle osy y , nebo člen D_V , kterým rozumíme disperzi ve směru vertikálním podle osy z (osa x je vždy orientována podélně se směrem proudění podzemní vody, tedy s advekci). Z uvedených vzorců je zřejmé, že pokud je rychlost proudění (advekce) v rovna nule, potom člen mechanické disperze nabývá nulové hodnoty a koeficient hydrodynamické disperze je roven pouze efektivnímu difúznímu koeficientu D_e . Potom nezáleží na směrech pozorování, protože hodnota D_e je ve všech směrech (x , y a z) stejná a tak je hodnota koeficientu hydrodynamické disperze D konstantní.

Existuje celá řada metod, jakými můžeme stanovit hodnotu koeficientu hydrodynamické disperze D v různých typech prostředí a zejména v různých měřítkách, resp. objemech zvodněného horninového prostředí. Základní metody jsou následující:

- laboratorní testy
- terénní experimenty – analýza kontaminačních mraků
- výpočet disperzivit podle empirických vzorců
- dopočítání disperzivních parametrů při modelování
- stanovení metodami injektáže stopovače do vrtů
- stochastické metody - korelace disperzivity s nehomogenitou kolektoru

Na základě publikovaných výsledků disperzivit stanovených jednotlivými metodami se přitom ukazuje, že hodnoty disperzivit α se liší v závislosti na měřítku pozorování, resp. v závislosti na délce působení procesů hydrodynamické disperze. Proto vždy musíme citlivě přebírat hodnoty disperzivit α z literatury.

S výjimkou metody stanovení disperzivit pomocí empirických vzorců a stochastických metod uvažují všechny ostatní metody jeden základní předpoklad – rozptyl látek působením disperze je prakticky identický s rozptylem jakýchkoliv dat, které můžeme popsat normálním (Gaussovým) rozdělením. To znamená, že pokud jsme schopni popsat základní vlastnosti souboru dat, jako jsou rozptyl a směrodatná odchylka, jsme schopni stanovit koeficient hydrodynamické disperze D . V tomto případě jsou souborem dat koncentrace látek (kontaminantů, inertního stopovače), které formují těleso ve 3-D prostoru definované svým rozložením podél jednotlivých os symetrie x , y a z . To je dobře patrné z následujícího obrázku (obr. 4.1). Rozptylem látek při okrajích migrujícího tělesa se toto protahuje a rozšiřuje a pochopitelně klesají i relativní koncentrace uvnitř tělesa (vyjádřené relativní koncentrací C/C_0).



Obr. 4.1: Vliv hydrodynamické disperze na šíření kontaminačního mraku ve 2-D systému os x - z (horní obrázek) a x - y (dolní obrázek) (Domenico & Schwartz 2000)

Koeficienty hydrodynamické disperze jsou s prostorovou distribucí koncentrací spojeny následujícími vzorci:

pro směr paralelní se směrem proudění
$$D_L = \frac{\sigma_L^2}{2 \cdot t} \quad [4.3]$$

pro jeden ze směrů kolmý na směr proudění
$$D_T = \frac{\sigma_T^2}{2 \cdot t} \quad [4.4]$$

kde σ^2 je rozptyl souboru ve směrech os x , y nebo z . Těchto vzorců se využívá zejména při vyhodnocování terénních experimentů se stopovacími látkami. Nejjednoduššími jsou však z hlediska realizace a finančních nároků laboratorní experimenty.

METODY STANOVENÍ DISPERZIVITY

1. LABORATORNÍ TESTY

První metodou je metoda založená na **stanovení počtu objemů pórů** (Pickens & Grisak 1981). V laboratoři je instalovaná kolona naplněná porózním materiálem. Do kolony se v určitém čase začne zavádět roztok inertního stopovače se známou koncentrací. Na odtoku se sleduje relativní koncentrace inertního stopovače a objem vody. Objem vody, který protekl kolonou, je vyjádřen jako objem pórů. Objem vody je vztažen k objemu pórů proto, že k hydrodynamické disperzi dochází v koloně s velikostí v řádu centimetrů pouze „mikrodisperzí“ způsobenou různou velikostí vektorů rychlosti při okrajích a ve středu pórů.

Postup touto metodu je jednoduchý:

1. stanoví se celkový objem pórů kolony na základě její geometrie (F – průřezná plocha, L – délka kolony) a pórovitosti n .
2. jeden objem pórů je potom roven $F \cdot L \cdot n$
3. celkový odtok z kolony můžeme potom definovat jako rovný součinu $v_x \cdot n \cdot F$
4. pro celkový počet objemů vyteklých pórů označený U platí $U = \frac{v_x \cdot n \cdot F \cdot t}{F \cdot L \cdot n} = \frac{v_x \cdot t}{L} = t_r$, kde t je čas od zahájení experimentu (začátek výtoku vody z kolony)
5. po úpravě základní advekčně-disperzní rovnice (její integrování na podmínky kolony) dostaneme rovnici

$$\frac{C}{C_0} = 0,5 \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{1 - U}{2(U \cdot D_L - v_x \cdot L)^{1/2}} \right) \right] \quad [4.5]$$

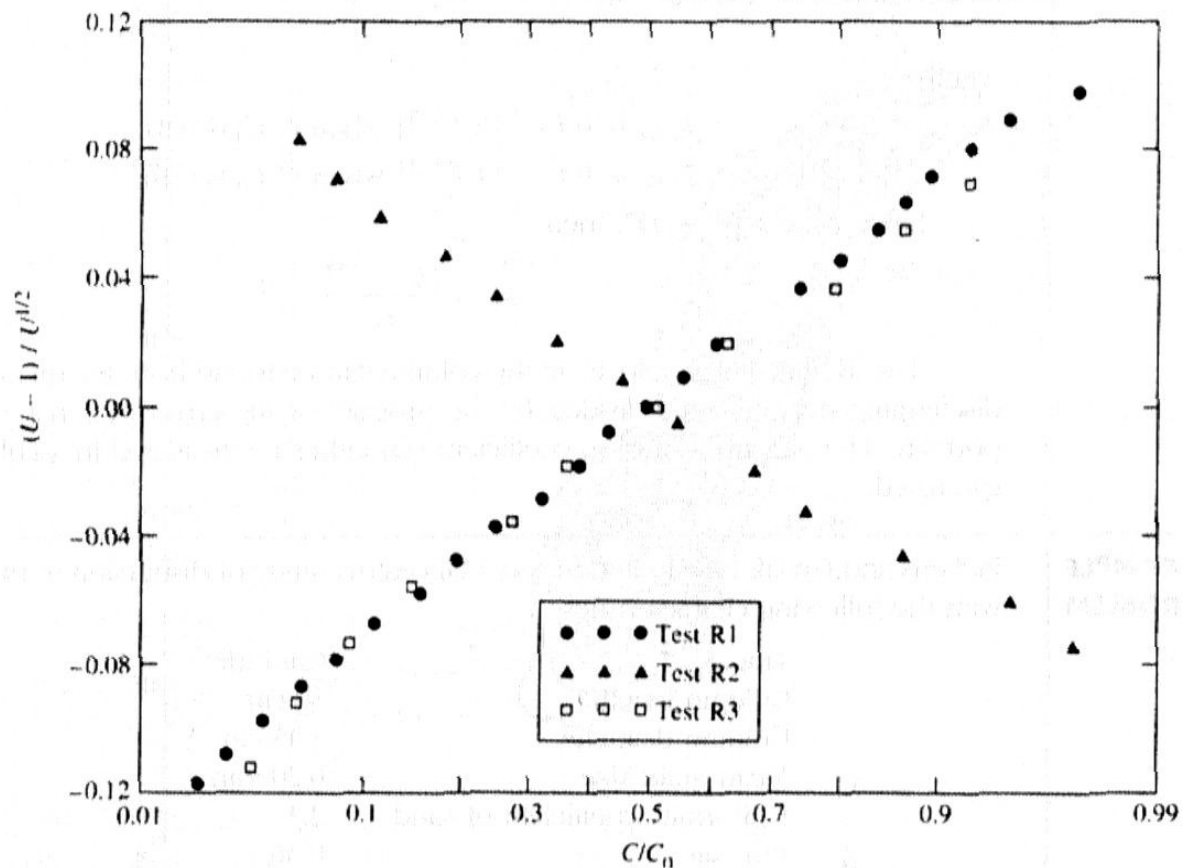
kde U je celkový počet vyteklých objemů pórů

6. v grafu vykreslíme závislost relativní koncentrace stopovače, kterou měříme na odtoku z kolony ve formě C/C_0 , proti $(U-1)/U^{0,5}$ – při vykreslení na pravděpodobnostní papír se závislost zobrazuje jako přímka (obr. 4.2)
7. sklon této přímky je roven koeficientu hydrodynamické disperze D (v tomto případě D_L)
8. hodnotu koeficientu hydrodynamické disperze určíme tak, že z grafu C/C_0 , proti $(U-1)/U^{0,5}$ (obr. 4.2) odečteme hodnoty $(U-1)/U^{0,5}$ odpovídající relativním koncentracím 0,84 a 0,16 a tyto hodnoty dosadíme spolu se známou délkou kolony L a rychlostí proudění (advekce) v_x do následujícího vzorce:

$$D_L = \frac{v_x \cdot L}{8} [J(0,84) - J(0,16)]^2 \quad [4.6]$$

$$\text{přičemž } D_L = \alpha_L \cdot v_x + D_e \quad [4.7]$$

$$\text{z čehož } \alpha_L = \frac{D_L - D_e}{v_x} \quad [4.8]$$



Obr. 4.2: Graf závislosti relativní koncentrace stopovače na objemu vyteklých pórů (Pickens & Grisak 1981)

Druhá laboratorní metoda je obdobná, pouze způsob vyhodnocení koeficientu hydrodynamické disperze ze získaných relativních koncentrací je odlišný. Princip metody vychází z řešení základní advektivně-disperzní rovnice v 1-D prostředí:

$$D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v_x \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial C}{\partial t} \quad [4.9]$$

Laboratorní kolona je v podstatě příkladem 1-D prostředí. Za předpokladu, že $C(0,t) = C_0$ a současně $C(x,0) = 0$ a určitého zjednodušení (do kolony vstupuje stopovač jako z okrajové podmínky 1. typu – jeho koncentrace je v čase konstantní a stopovač do kolony vstupuje celou průtočnou, navíc zanedbáváme difúzi) získáme po integrování rovnici ve tvaru

$$\frac{C}{C_0} = 0,5 \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{x - v \cdot t}{2(\alpha_L \cdot v \cdot t)^{1/2}} \right) \right] \quad [4.10]$$

kteřá již je snadno řešitelná. Proměnná x je délka kolony, v a t jsou rychlost advekce a čas výskytu určité relativní koncentrace C/C_0 od počátku injektáže stopovače do kolony. Symbol erfc je komplementární chybová funkce, která je spjata s Gaussovým rozdělením dat (podrobně v předmětech Kontaminační hydrogeologie, Ochrana podzemních vod). Pokud jsme schopni na výstupu z kolony určit hodnotu relativní koncentrace C/C_0 změřenou v určitém čase, známe čas a délku kolony, jsme schopni určit hodnotu podélné disperzivity α_L .

Obě laboratorní metody slouží více méně pouze k demonstraci procesů hydrodynamické disperze (použitelné jsou např. pro získání sorpčních parametrů). Z nich získané hodnoty koeficientů hydrodynamické disperze nebo podélných disperzivit jsou však v praxi téměř nepoužitelné. Platí pouze pro podmínky a rozměry laboratorní kolony. Oproti reálnému přírodnímu prostředí je testován jen velmi malý výřez porózního prostředí, které je homogenní. Na celkové intenzitě disperze se však podílí především nehomogenita prostředí, které není kolona schopná zachytit. Navíc proudění v koloně je skutečně 1-D, protože od jednoho konce proudí roztok se stopovačem výhradně souhlasně se směrem proudění k druhému konci a příčná disperzivita se tak nemůže uplatňovat. Pokud bychom tedy vzali stejně malou část horninového prostředí v reálném 3-D prostředí, po vzdálenosti odpovídající délce kolony by byly koncentrace oproti koloně nižší, protože dochází navíc i k disperzi příčné a vertikální. Hodnoty získané z laboratorních experimentů nemůžeme zadávat do transportních modelů simulujících horninové prostředí na lokalitách zejména vzhledem k jejich řádově odlišným měřítkům. Srovnání výsledků terénních experimentů se stopovači a výsledků stanovení disperzivit z laboratorních kolon jednoznačně ukazuje, že disperzivita je ovlivněna délkou, resp. časem. Navíc, jak uvidíme za chvíli, se v horninovém prostředí na vzniku disperzivity projevuje spíše makrodisperze v důsledku nehomogenity, než mikrodisperze.

2. TERÉNNÍ EXPERIMENTY – ANALÝZA KONTAMINAČNÍCH MRAKŮ

Podstatně přesnější informace o disperzivitách prostředí poskytují terénní experimenty. Jejich obrovskou nevýhodou je však značná časová a finanční náročnost, spojená zejména s obrovským počtem objektů pro odběry vzorků a počtem vzorků. Z těchto důvodů byly do současnosti realizovány pouze 3 dlouhodobé terénní experimenty se stopovači. V literatuře se nejčastěji setkáme s výsledky z lokality Borden Site Ontario. Nevýhodou terénních experimentů je rovněž to, že šíření kontaminantů je ovlivněno dalšími procesy (sorpce, rozpad). Pokud není intenzita těchto procesů známa, výsledné hodnoty disperzivit mohou být podhodnoceny. Terénní experimenty je proto vhodné realizovat výlučně s inertními stopovači.

Základním předpokladem vyhodnocení terénních metod je znovu to, že disperze se ve svém důsledku projeví na koncentracích stejně, jako nahodilé chyby na výsledném normálním rozdělení dat jakéhokoliv souboru. Základní statistické veličiny souboru potom musí charakterizovat i disperzivní vlastnosti prostředí. Měřítkem roztažení či rozšíření tělesa stopovače oproti čisté advekci jsou směrodatná odchylka a rozptyl koncentrací v rámci tělesa stopovače (event. kontaminačního mraku),

σ = směrodatná odchylka

σ^2 = rozptyl

při současné platnosti základního vztahu pro výpočet koeficientu hydrodynamické disperze

$$\sigma = (2 \cdot D \cdot t)^{1/2}$$

Připomeňme si (obr. 4.1), že relativní koncentrace se v tělese stopovače (nebo kontaminačního mraku) mění jako funkce času s dobou transportu v systému s **konstantní rychlostí**. To je proto, že uvažujeme pouze dokonale homogenní prostředí, které je charakteristické konstantní rychlostí proudění (advekce). Potom je konstantní rychlost proudění spojená s dvěma proměnnými - časem a dráhou. Proto můžeme základní vzorec pro výpočet koeficientu hydrodynamické disperze

$$D_L = \frac{\sigma_L^2}{2t}$$

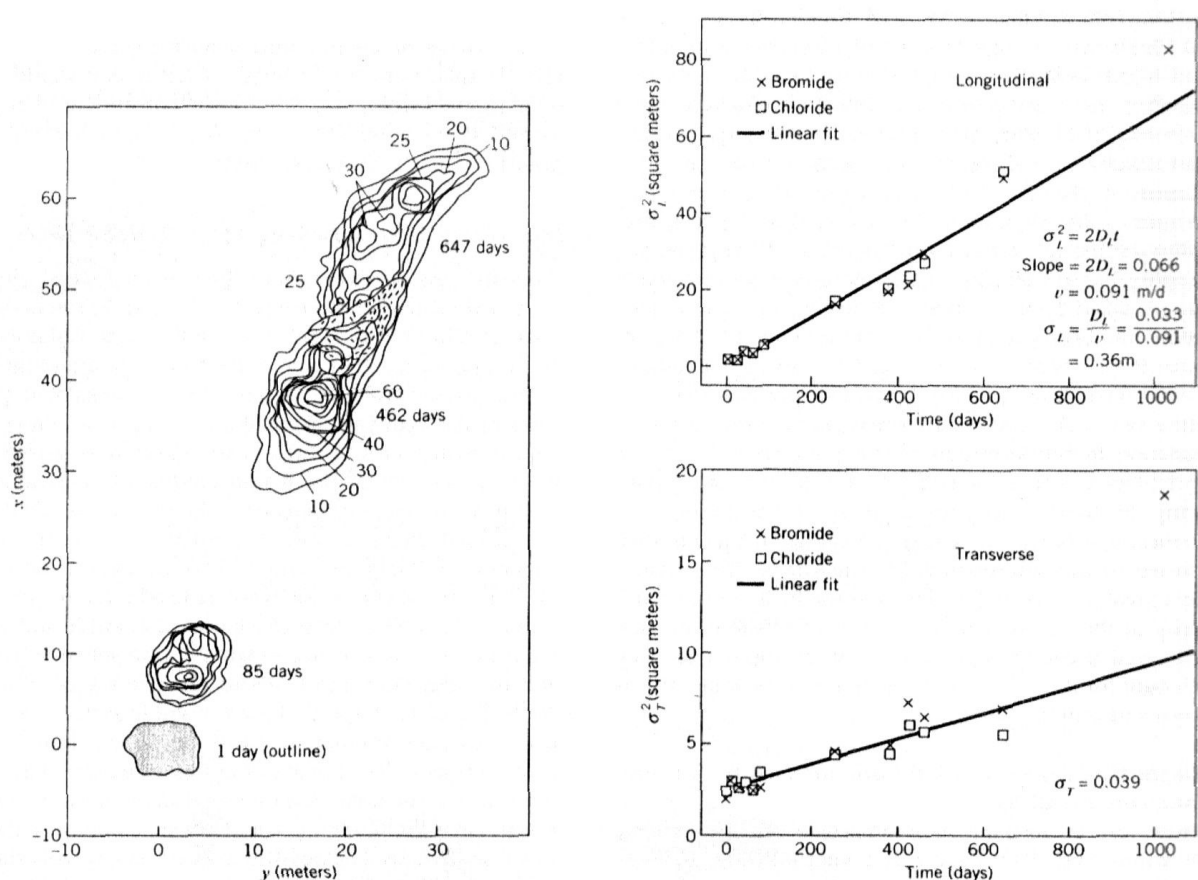
[4.11]

transformovat také do podoby

$$D_L = \frac{\sigma_L^2 \cdot v}{2x} \quad [4.12]$$

kde σ_L^2 je rozptyl souboru, v je rychlost advekce a x je dráha (vzdálenost od zdroje – místa odkud začaly procesy disperze působit). Tento vztah je identický se vztahem používaným pro laboratorní kolony. Jeho platnost potvrdily nejen laboratorní, ale i terénní experimenty realizované v relativně homogenním prostředí.

Z obou vzorců je patrné, že pokud je v nějakém prostředí koeficient hydrodynamické disperze konstantní, musí být konstantní podíl rozptylu souboru a dvojnásobku času, nebo podíl součinu rozptylu a rychlosti k dvojnásobku vzdálenosti. Tento předpoklad platí v poměrně homogenním prostředí (např. glacienní sedimenty, hrubě klastické fluvialní sedimenty, apod.), jak dokazuje následující obrázek 4.3.



Obr. 4.3: Šíření tělesa inertního stopovače v časech 85, 462 a 647 dnů od injeckáže (levý obrázek) a vyhodnocení podélné a příčné disperzivity (pravý obrázek) (Mackay et al. 1986, Freyberg et al. 1986)

V levé části obrázku je znázorněno šíření tělesa inertního stopovače Br⁻ v časech 85, 462 a 647 dnů od injeckáže. Těleso se v důsledku hydrodynamické disperze výrazně protahuje souhlasně se směrem advekce a do určité míry se roztahuje i příčně.

V pravé části obrázku (nahore) jsou vyneseny hodnoty rozptylu tělesa stopovače v podélném směru (osa x) proti času. Hodnotami lze především v kratším čase proložit přímkou, která prokazuje konstantní hodnotu koeficientu hydrodynamické disperze D_L . Při

známé rychlosti advekce a zanedbání difúze můžeme spočítat hodnotu podélné disperzivity α_L (vzorec 4.8), která je v tomto případě 0,36 m.

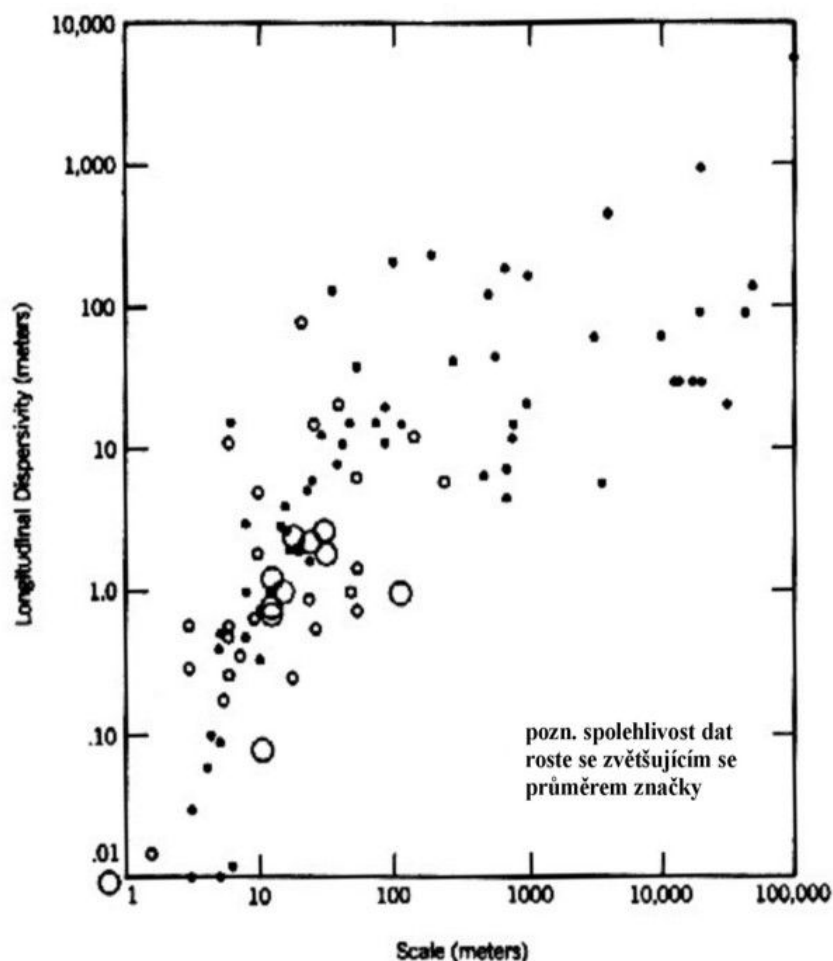
V pravé dolní části obrázku jsou vyneseny hodnoty rozptylu tělesa stopovače v příčném směru (osa y) proti času. Znovu vidíme zřetelný lineární trend prokazující konstantní hodnotu koeficientu hydrodynamické disperze $D_{T(y)}$ v počátečním čase (současně i kratší vzdálenosti). Koeficient příčné disperzivity spočítáme podle vzorce 4.4, a nakonec i příčnou disperzivit α_T podle vzorce analogického se vzorcem 4.8 pro výpočet podélných disperzivních charakteristik.

Jestliže chceme zjistit disperzivní charakteristiky z konkrétní pozice tělesa stopovače (event. kontaminačního mraku), základní postup je následující:

1. vykreslíme rozsahu kontaminačního mraku nebo tělesa stopovače
2. v osách symetrie tělesa (podélná osa musí být shodná se směrem advekce) stanovíme rozptyl
3. při známé rychlosti proudění vypočítáme koeficient hydrodynamické disperze nejčastěji D_L a případně potom $D_{T(y)}$
4. následně můžeme spočítat i hodnoty disperzivit α_L , případně $\alpha_{T(y)}$

I hodnoty disperzivit α získané z takto komplikovaných terénních experimentů mají do určité míry omezenou platnost, respektive ne zcela platí předpoklad lineární závislosti rozptylu tělesa s rostoucím časem působení disperze nebo vzdáleností, na které se procesy disperze projevují. To je patrné z obou grafů na pravé straně obr. 4.3. Pro větší časy pozorování přestává platit lineární regrese času a rozptylu. To je způsobeno narůstajícím projevem makrodisperzivity vyvolané nehomogenitou prostředí a přechodem porózního prostředí do jiné sedimentární facie s odlišnými hodnotami hydraulické vodivosti, pórovitosti a tím i rychlosti proudění. Je třeba si uvědomit, že disperzi v nehomogenní prostředí tato metody neumožňují stanovit. Touto metodou stále stanovujeme především „mikrodisperzi“.

V reálném kolektoru je disperzivit ovlivněna délkou a tím i časem působení - čím delší je vzdálenost, tím větší jsou výsledné hodnoty disperzivit. Tuto závislost ukazuje následující obrázek (4.4), sestavený na základě publikovaných hodnot podélných disperzivit a vzdáleností pozorování. Rozptyl dat v grafu je způsoben především odlišnou nehomogenitou kolektorů. Z obrázku je však patrné, že trend není lineární a při vyšších vzdálenostech se nárůst podélné disperzivity snižuje. To jde až tak daleko, že po určité vzdálenosti se hodnoty podélné disperzivity ustalují a jsou konstantní. Tato vzdálenost se pohybuje od stovek po tisíce metrů a je odrazem nehomogenity kolektoru. Ustálení hodnot podélné disperzivity znamená, že nehomogenity již nemají na disperzi látek žádný vliv. Obecně platí, že čím je kolektor více homogenní, tím je vzdálenost ustálení disperzivit kratší. Naopak u extrémně nehomogenních kolektorů (způsobeno např. častými výraznými faciálními změnami fluvialních sedimentů) se disperzivity ustálí až po značných vzdálenostech.



Obr. 4.4: Vztah mezi podélnou disperzivitou a vzdáleností od ohniska (Gelhar et al. 1985)

V praxi se však často setkáváme s případy, kdy nemáme informace o kompletní plošné distribuci kontaminačního mraku v kolektoru. Vhodnou možností ke stanovení disperzivních charakteristik prostředí mohou poskytnout všechny pravidelně vzorkované vrty, ve kterých se objevuje čelo kontaminačního mraku. Z postupného růstu koncentrací kontaminantů můžeme při známých sorpčních a rozpadových parametrech snadno stanovit podélnou disperzivitou. Výpočet si ukážeme na následujícím konkrétním příkladu.

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD – ÚKOL č. 1

Koncentrace trichloretylenu byla změřena ve vrtu PV208 ležícím 110 m od bodového ohniska kontaminace. V průběhu několika let docházelo k postupnému nárůstu koncentrací až na 14 600 $\mu\text{g/l}$, poté začaly koncentrace pozvolna klesat. Z těchto informací byla zkonstruována vzestupná část průnikové křivky jako závislost koncentrací na čase vyjádřeném ve dnech (obr. 4.5). Rychlost advekce je 0,02 m/den. Zjistěte podélnou disperzivitou, jestliže víte, že trichloretylén se v daném prostředí nesorbují a nerozpadá.

POSTUP

Nejprve musíme stanovit relativní koncentrace trichloretylénu, které jsou spojené se stanovením rozptylu při normálním rozdělení koncentrací, tj. 0,16 a 0,84. Těmito relativním koncentracím odpovídají koncentrace 2336 $\mu\text{g/l}$ a 12 264 $\mu\text{g/l}$. Jelikož jsou koncentrace

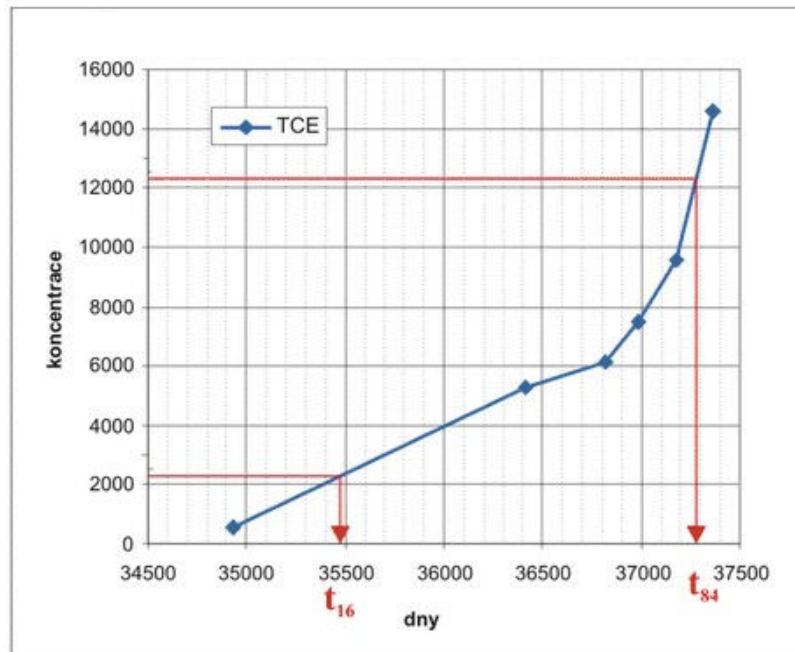
vyneseny jako funkce času, pro rozptyl souboru koncentrací potřebujeme znát časy odpovídající těmto relativním koncentracím. Z grafu odečteme tyto časy - 35 480 dnů (t_{16}) a 37 290 dnů (t_{84}). Tyto časy dosadíme do vzorce 4.13 a určíme směrodatnou odchylku souboru a z té potom rozptyl.

$$\sigma_t = \frac{t_{84} - t_{16}}{2} \quad [4.13]$$

Vypočítanou hodnotu rozptylu souboru použijeme spolu s rychlostí advekce pro výpočet koeficientu hydrodynamické disperze (vzorec 4.14). Do jmenovatele vzorce 4.14. dosadíme čas příchodu advekční fronty, který snadno spočítáme ze známé rychlosti advekce a vzdálenosti vrtu PV208 od ohniska.

$$D_L = \frac{v_x^2 \cdot \sigma_t^2}{2t_{0,5}} \quad [4.14]$$

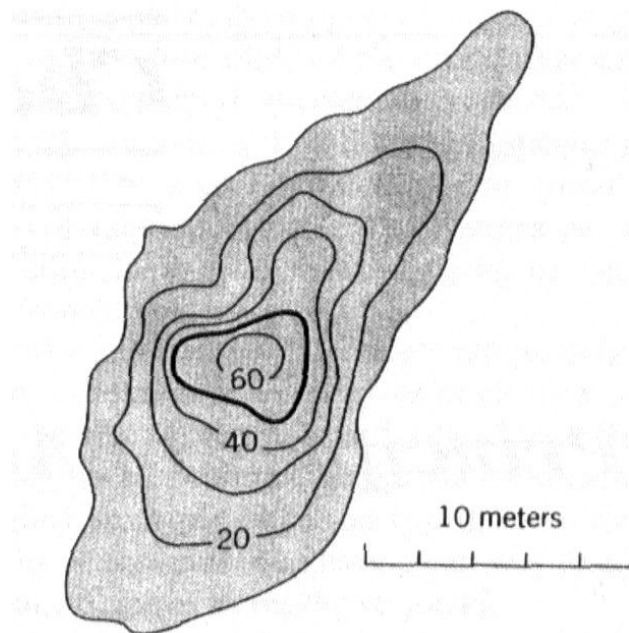
Vypočítaná hodnota koeficientu hydrodynamické disperze D_L je 0,059 m²/s. Při zanedbání difúze můžeme snadno po zjednodušení vzorce 4.8 spočítat hodnotu podélné disperzivity α_L , která je 2,95 m.



Obr. 4.5: Určení podélné disperzivity z čela kontaminačního mraku na příkladu vrtu PV208 v Brně - Židenicích

ÚKOL č. 2

Vypočítejte hodnoty koeficientu hydrodynamické disperze D_L a podélnou disperzivitu α_L z analýzy tělesa stopovače na obr. 4.5. Pozice mraku je vykreslena v čase 486 dnů od zahájení injecktáže, rychlost proudění je 0,09 m/den.



Obr. 4.6: Těleso stopovače v čase 462 od injektáže (Domenico & Schwartz 2000)

3. EMPIRICKÉ VZORCE

Zjištěná závislost mezi podélnou disperzivitou a vzdáleností od ohnisek kontaminace nebo míst injektáže stopovačů (obr. 4.4) vedla k formulování empirických vzorců, které lze orientačně použít v případech, kdy nemáme jinou možnost jak stanovit disperzivity kolektoru. Nejčastěji používaným vzorcem pro kalkulaci podélné disperzivity α_L (m) je:

$$\alpha_L = 0,83(\log L)^{2,414} \quad [4.15]$$

kde L je vzdálenost pozorování od místa vstupu dispergující látky do prostředí (v metrech). Pokud vypočítáme nebo známe podélnou disperzivitou, můžeme orientačně určit příčnou disperzivitou α_T podle vzorce:

$$\alpha_T \cong 0,1 \cdot \alpha_L \quad [4.16]$$

K výpočtu vertikální disperzivity α_V potom můžeme orientačně použít vzorec

$$\alpha_V \cong 0,1 \cdot \alpha_T \rightarrow 0,01 \cdot \alpha_T \quad [4.17]$$

Měli bychom si pamatovat, že typické hodnoty α_L jsou v metrech a jen zřídka dosahují hodnot v desítkách metrů. Hodnoty ve vyšších desítkách metrů jsou již zpravidla nereálné. Hodnoty příčné disperzivity (směr osy y) α_T se nejčastěji pohybují v decimetrech a jen zřídka v metrech. Vertikální disperzivita je výrazně nejnižší, typické hodnoty α_V se pohybují jen v milimetrech a ani v několika kilometrech dlouhých kontaminačních mracích nedosahují hodnot převyšujících několika málo centimetrů.

4. DOPOČÍTÁNÍ PARAMETRŮ DISPERZIVIT PŘI MODELOVÁNÍ

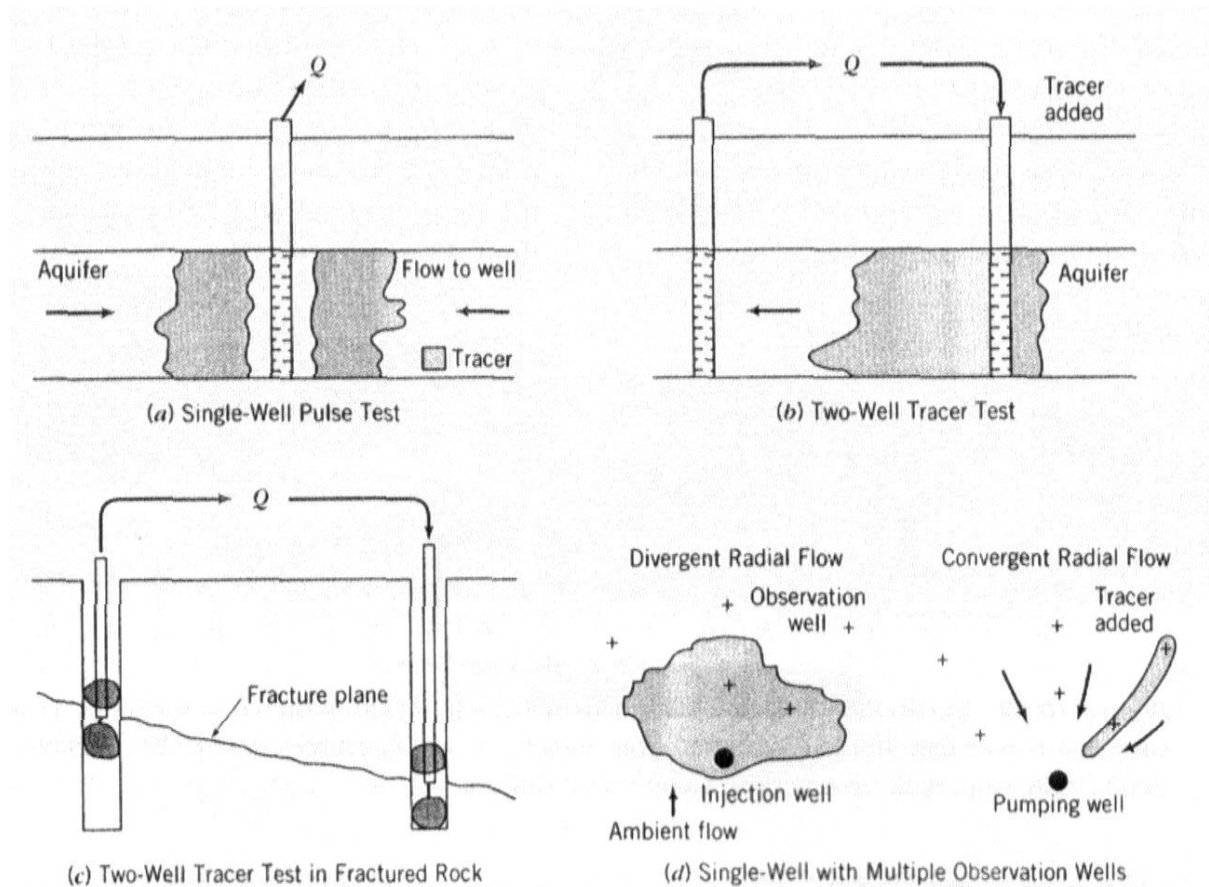
Pokud nemáme jinou možnost, můžeme určit parametry disperzivit i metodou pokusu-omylu při známém rozsahu kontaminačního mraku nebo tělesa stopovače. Tato metoda je však zdoluhavá a zpravidla obsahuje mnoho chybných kroků. Pro zrychlení celého procesu je vhodné zadat jako první hodnoty disperzivit hodnoty spočítané z empirických vzorců a ty v následných krocích upravovat tak dlouho, dokud nedojde ke shodě prostorového rozsahu reálného a modelovaného kontaminačního mraku nebo tělesa stopovače.

Tato metoda má však jedno základní úskalí. Jak již bylo uvedeno v úvodu kapitoly, šíření látek ovlivňují i další procesy (především sorpce a rozpad), které šíření látek zpomalují. Ke kvalitnímu vyhodnocení disperzivních charakteristik prostředí tedy musíme přesně znát sorpční a rozpadové charakteristiky migrujících látek.

Metodu stanovení disperzivních charakteristik prostředí jejich dopočítáním při modelování si vyzkoušíme na jednoduchém analytickém programu transportu látek CONTz.

5. STANOVENÍ METODAMI INJEKTÁŽE STOPOVAČE DO VRTŮ

Disperzní charakteristiky prostředí můžeme určit i na základě injecktáže stopovače do horninového prostředí, jeho následném odčerpání a analýzy rozptylu koncentrací na čele takto vytvořeného tělesa stopovače (obr. 4.7).



Obr. 4.7: Stanovení disperzivních charakteristik prostředí metodami injecktáže stopovače do horninového prostředí (Domenico & Schwartz 2000)

Existují 2 základní metody vyhodnocení disperzivních charakteristik prostředí na základě injektáže stopovacích látek do vrtů.

Metoda jednoho vrtu spočívá v tom, že nejprve infiltrujeme roztok se stopovací látkou do vrtu (obr 4.7a). Infiltrace musí probíhat s konstantním známým průtokem Q , a současně musíme znát koncentraci stopovače, která rovněž musí být v průběhu injektáže konstantní. Infiltrace stopovače je potom prudce ukončena, přičemž pokračuje infiltrace čisté vody se stále stejným průtokem. Po skončení injektáže následuje čerpání z původně injektovaného vrtu, přičemž platí, že čerpané množství musí mít stejný průtok jaký byl při injektáži. Čerpané množství musí být zvoleno tak, aby rychlosti proudění při vtoku roztoku do zvodně a jejím následném odběru mnohonásobně překračovaly přírodní rychlosti proudění ve zvodni. V průběhu čerpání vody z vrtu sledujeme koncentrace stopovače a ty potom vynášíme jako průnikovou křivku relativní koncentrace proti času. Čas je na ose x vyjádřen jako podíl odčerpaného objemu (proměnná) k celkovému objemu infiltrované vody a roztoku stopovače (konstantní hodnota). Za předpokladu radiálního šíření stopovače do okolí injektovaného vrtu má metoda analytické řešení následujícím vzorcem:

$$\frac{C}{C_0} = 0,5 \operatorname{erfc} \left(\frac{(U_p - U_i) - 1}{\left(\frac{16}{3} \left(\frac{\alpha}{R_f} \right) \left[2 - \left(1 - \frac{U_p}{U_i} \right)^{1/2} \right] \left[1 - \left(\frac{U_p}{U_i} \right) \right] \right)^{1/2}} \right) \quad [4.18]$$

U_p - kumulativní objem odčerpané vody v čase

U_i - celkový objem vody injektované do vrtu

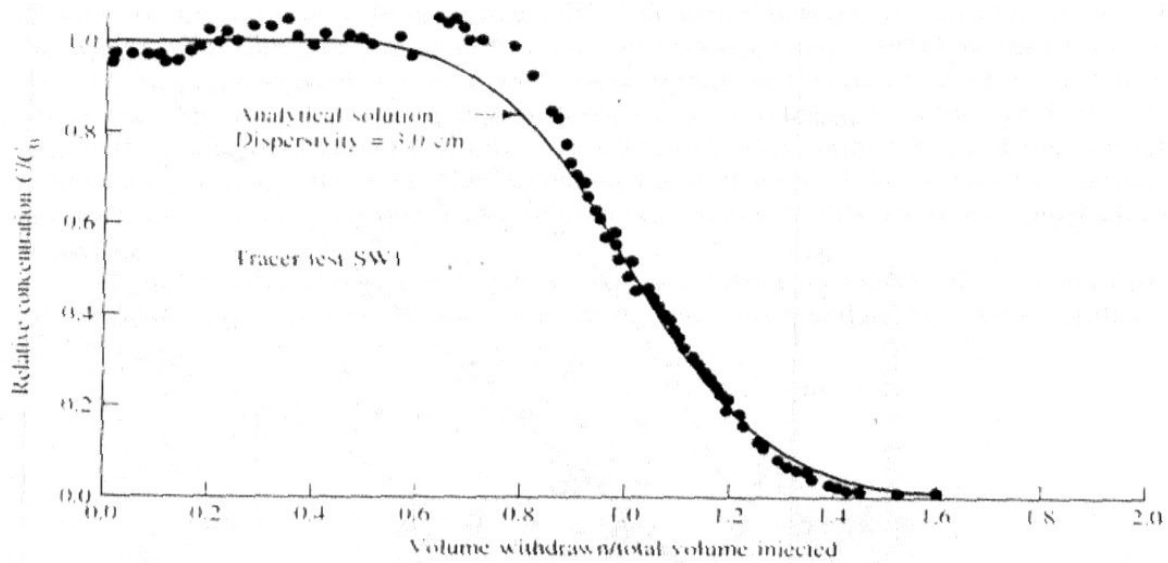
R_f - průměrná pozice fronty injektované vody na konci vsakování do zvodně.

Jak již bylo uvedeno, podmínkou je radiální šíření stopovače do okolí injektovaného vrtu. To znamená, že metoda má analytické řešení za předpokladu, že prostředí je homogenní a stopovač se kolem injektovaného vrtu šíří radiálně se stejnou rychlostí a i intenzita hydrodynamické disperze je stejná. Těleso stopovače tedy kolem injektovaného vrtu formuje válec. Dosah fronty stopovače (vnějšího okraje tohoto válce) šířícího se advekcí určíme při platnosti Dupuitových předpokladů podle vzorce:

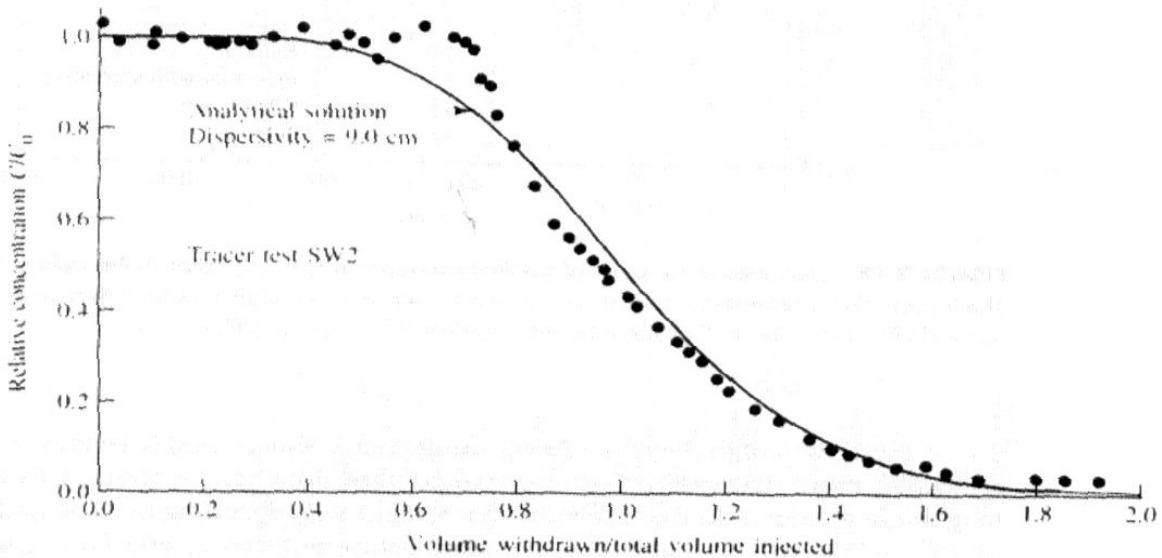
$$R_f = \left(\frac{Q \cdot t}{\pi \cdot b \cdot n} \right)^{1/2} \quad [4.19]$$

kde Q je čerpané množství, t je čas od zahájení injektáže, b je mocnost zvodně a n je pórovitost kolektoru.

Postup vyhodnocení je jednoduchý. Do grafu vynášíme párové hodnoty relativních koncentrací proti podílu odčerpaného objemu k celkovému objemu infiltrované vody a roztoku stopovače. Do stejného grafu vyneseme křivky odpovídající řešení rovnice 4.18 pro jednotlivé zvolené hodnoty podélné disperzivity. Správná hodnota disperzivity je potom ta, jejíž modelová křivka se nejvíce překrývá s body v grafu. Na obr. 4.8 je to první vrt SW1 (horní graf) 3 cm a pro druhý vrt SW2 (dolní graf) 9 cm.



(a)



(b)

Obr. 4.8: Srovnání modelové křivky a reálných dat při stanovení podélné disperzivity metodou jednoho vrtu (Domenico & Schwartz 2000)

Nevýhodou metody je to, že stále testujeme poměrně malý objem kolektoru. Přesnost a tím i použitelnost metody je tímto značně limitována. V podstatě se nacházíme v měřítku mezi laboratorní kolonou a rozsáhlejšími terénními experimenty s analýzou kontaminačních mraků. Metoda je použitelná pouze v úzkoprofilových vrtech, které jsou bez obsypu, jsou hydraulicky úplné a mají průběh perforace přes celou mocnost zvodně. Další podmínkou je zvodně s malým přírodním sklonem hladiny podzemní vody. Vysoký sklon hladiny by neumožnil vznik radiálně symetrického tělesa stopovače v okolí vrtu a použitá rovnice řešení by byla chybná.

Metoda dvou vrtů spočívá v injektáži roztoku stopovače do jednoho vrtu a čerpání roztoku z vrtu druhého, který je situovaný níže po směru proudění podzemní vody (obr. 4.7b). Podmínkou úspěšného vyhodnocení je to, že celý stopovací experiment musí probíhat až po vytvoření ustáleného proudění podzemní vody mezi injektovaným a čerpaným vrtem. Proto se

nejprve začíná injektovat podzemní voda bez stopovače, která cirkuluje mezi oběma vrtly. Teprve po ustálení hladin v celém ovlivněném objemu kolektoru se začíná infiltrovat roztok stopovače. K vyhodnocení touto metodou se používají advekčně disperzní rovnice pro 2-D nebo 3-D prostředí, které jsou řešeny analyticky se zadáváním disperzivit jako proměnných, podobně jako v případě metody jednoho vrtlu. Metoda se používá při vzdálenostech vrtů několika set metrů a její výhodou je vyšší časová efektivita experimentu ve srovnání s přírodními podmínkami, což je způsobeno zvýšením rychlostí proudění v důsledku dynamického zásahu do režimu zvodně. Při použití pakrů je metoda použitelná i v prostředí s puklinovou porozitou (obr. 4.7c).

6. KORELACE DISPERZIVITY S NEHOMOGENITOU KOLEKTORU

Tato metoda se ukazuje jako velmi perspektivní. Je založená na zcela jiném principu, než metody předcházející. Vychází z předpokladu, že na celkových disperzních charakteristikách kolektoru se podílí především makrodisperze, způsobená přírodní nehomogenitou kolektoru. Naopak mikrodisperze se na celkových disperzních charakteristikách podílí podstatně méně. Pokud tedy jsme schopni nehomogenitu prostředí statisticky definovat, jsme současně schopni určit hodnotu podélné makrodisperzivity. Míra nehomogenity kolektoru je spjata s rozptylem hodnot hydraulické vodivosti. Víme, že hodnoty hydraulické vodivosti jsou v kolektoru distribuovány víceméně ve shodě s Gaussovým rozdělením. Proto platí, že čím je prostředí více homogenní, tím menší je rozptyl hodnot hydraulické vodivosti a naopak.

Metoda založená na korelaci podélné disperzivity s rozptylem hodnot hydraulické vodivosti zavádí jako míru nehomogenity kolektoru způsobující makrodisperzi tzv. **asymptotickou podélnou disperzivitou** A_L . Tu je možno snadno spočítat podle vzorce

$$A_L = \frac{\sigma_y^2 \cdot \lambda}{\gamma^2} \quad [4.20]$$

kde σ_y^2 je rozptyl logaritmičtě transformovaných hodnot hydraulické vodivosti, λ je korelační délka v hlavním směru proudění a γ je faktor proudění, který je přibližně roven 1.

Celkovou hydrodynamickou disperzi v kolektoru potom vyjadřuje tzv. **podélná asymptotická makrodisperzivitou** A_L^* , která je součtem vlivů makrodisperze, mikrodisperze a difúze:

$$A_L^* = A_L + \alpha_L + \frac{D_e}{v}$$

Tato metoda je použitelná pouze pro stanovení disperzivity ve směru paralelním se směrem proudění podzemní vody, tedy pro určení celkové podélné disperzivity. Teorie uvažuje, že nehomogenity kolektoru nemohou vytvářet vertikální nebo příčnou nehomogenitu a proto je **příčná asymptotická makrodisperzivitou** rovná disperzivitě vznikající v měřítku pórů:

$$A_T^* = \alpha_T + \frac{D_d^*}{v} \quad [4.21]$$

Nevýhodou tohoto principu stanovení disperzivních charakteristik je to, že musíme mít k dispozici poměrně velké množství hodnot hydraulické vodivosti kolektoru. Body, ve kterých se určují hodnoty hydraulických vodivostí, jsou nejčastěji umístěny ve vrtech. Jestliže však chceme určit podélnou disperzivitou, musíme mít body umístěné paralelně se směrem proudění. To znamená, že musíme mít řadu vrtů na proudnici nebo alespoň těsně při jejím průběhu a z vrtů odebírat v pravidelných intervalech jádro a z něj stanovit hydraulické

vodivosti např. v propustoměrech, nebo realizujeme speciální hydrodynamické zkoušky v krátkých úsecích vrtů izolovaných pakry. Z hodnot hydraulických vodivostí ležících na proudnici a vzdálených od sebe v pravidelných intervalech potom můžeme stanovit asymptotickou podélnou disperzivitou. Metoda je tedy náročná na vrtný průzkum, na druhou stranu odpadá nutnost složitých stopovacích zkoušek.

ŘEŠENÝ PŘÍKLAD - ÚKOL č. 2

Určete korelační délku ve vertikálním směru. V kolektoru byl vyhlouben vrt, z něhož byly v pravidelných intervalech 5 cm odebrány vzorky hornin a v nich byly v propustoměrech stanoveny hodnoty hydraulické vodivosti. Tyto hodnoty byly podle vzorce $Y = \ln K$ logaritmicky transformovány a jsou uvedeny ve druhém sloupci následující tabulky. Celkem bylo odebráno 10 vzorků (pořadí a označení vzorků v prvním sloupci tabulky).

POSTUP

Nejprve musíme logaritmicky transformovat hodnoty hydraulické vodivosti, což již je v tabulce provedeno. Potom určíme z těchto hodnot aritmetický průměr podle vzorce

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum Y_i$$

a s použitím hodnoty aritmetického průměru (v tomto případě je roven 1) spočítáme rozptyl

$$S_Y^2 = \frac{1}{n} \sum (Y_i - \bar{Y})^2$$

který je v případě našeho souboru logaritmicky transformovaných hodnot hydraulické vodivosti 0,182.

Tab. 4.1: Podklady a řešení k úkolu č. 3 (Domenico & Schwartz 2000)

i	Y_i	$Y_i - \bar{Y}$	$(Y_i - \bar{Y})^2$	$(Y_{i+1} - \bar{Y})$	$(Y_{i+2} - \bar{Y})$	$(Y_i - \bar{Y})(Y_{i+1} - \bar{Y})$	$(Y_i - \bar{Y})(Y_{i+2} - \bar{Y})$
1	1,5	0,5	0,25	0,7	0,5	0,35	0,25
2	1,7	0,7	0,49	0,5	0,1	0,35	0,07
3	1,5	0,5	0,25	0,1	-0,2	0,05	-0,10
4	1,1	0,1	0,01	-0,2	-0,6	-0,02	-0,06
5	0,8	-0,2	0,04	-0,6	-0,4	0,12	0,08
6	0,4	-0,6	0,36	-0,4	-0,5	0,24	0,30
7	0,6	-0,4	0,16	-0,5	-0,1	0,20	0,04
8	0,5	-0,5	0,25	-0,1	0,0	0,05	0,0
9	0,9	-0,1	0,01	0,0		0,0	
10	1,0	0,0	0,0				
Σ	10		1,82			1,34	0,58
$\frac{1}{n} \Sigma$	1		0,182			0,149	0,07

Přestože jsou v zadání tohoto příkladu uvedeny hodnoty hydraulických vodivostí stanovené ve vertikálním směru a pro určení podélné asymptotické disperzivity jsou nepoužitelné, postup stanovení korelační délky je stejný bez ohledu na směr. Podíváme-li se na vzorec pro určení podélné asymptotické disperzivity 4.20, vidíme, že jedinou neznámou korelační délka λ . Ta je spojena s funkcemi autokovariance nebo autokorelace. To jsou vzájemně matematicky spojené funkce, které nám dávají informaci o tom, jaká je korelace mezi dvěma hodnotami hydraulických vodivostí. V podstatě nám tyto funkce říkají, o kolik se hodnoty hydraulické vodivosti mezi dvěma hodnotami sníží v určitém kroku (vzdálenosti). Tento krok (vzdálenost) můžeme chápat jako konstantní separační interval. Jestliže zadáme při výpočtu autokovariační funkce krok roven jedné, budou se v našem případě srovnávat hodnoty hydraulických vodivostí vzdálené od sebe o jeden krok – tedy 5 cm (tedy 1. s 2., 2. s 3., 3. s 4., atd.). Jestliže vzdálenost zvýšíme na dvojnásobnou, bude krok roven 10 cm a budeme srovnávat hodnoty hydraulických vodivostí „přes jednu“ (tedy např. 1. s 3., 2. s 4., 3. s 5., atd.). Autokovariační funkci spočítáme podle vzorce při libovolně zvoleném separačním intervalu (kroku):

$$C_y(h) = \frac{1}{m} \sum (Y(y_i) - \bar{Y})(Y(y_i + h) - \bar{Y})$$

m počet párů hodnot

h krok (separační interval)

Autokorelační funkci potom spočítáme tak, že zjištěnou hodnotu autokovariační funkce podělíme rozptylem souboru. Protože je při výpočtu autokorelační funkce souboru dat hydraulických vodivostí používán exponenciální model, musíme nalézt hodnotu kroku, která odpovídá hodnotě autokorelačního koeficientu 0,37. Tento krok (separační interval) potom odpovídá korelační délce λ ve vzorci pro výpočet asymptotické podélné disperzivity A_L . Postup je tedy takový, že zvolíme jeden krok a pomocí autokovariační funkce spočítáme autokorelační koeficient. Jestliže vyjde koeficient přibližně roven 0,37, námi zvolený krok odpovídá korelační délce. Pokud koeficient nebude roven 0,37, zvolíme jiný krok (nejčastěji o jeden větší) a postup budeme opakovat tak dlouho, dokud nezískáme správnou hodnotu autokorelačního koeficientu 0,37 a tomu odpovídající korelační délku.

Vraťme se zpět k řešenému příkladu. Po určení aritmetického průměru a rozptylu spočítáme nejprve autokovariační funkci při nejmenším možném kroku, který je v našem případě 5 cm. Výpočet je v 7. sloupci, výsledná hodnota autokovariační funkce je 0,149. Jestliže tuto hodnotu podělíme rozptylem 0,182, získáme hodnotu autokorelačního koeficientu, která je 0,81. Hodnota se nepřibližuje požadované hodnotě 0,37 a proto musíme zvolit jiný krok. Zvýšíme jej tedy na 10 cm. Jednotlivé výpočty pro stanovení autokovariační funkce při kroku 10 cm (celkem 8 párů hodnot) jsou v 8. sloupci tabulky. Výsledná hodnota autokovariační funkce je 0,07, což při podělení rozptylem dává hodnotu autokorelačního koeficientu 0,38. Nalezli jsme tedy správnou korelační délku, která je 0,1 m.

Jestliže podobně určíme z vhodně rozmístěných bodů se známými hodnotami hydraulických vodivostí korelační délku v podélném směru paralelním s prouděním podzemní vody, můžeme snadno vypočítat podélnou asymptotickou disperzivitu. Např. na lokalitě Borden Site Ontario byl rozptyl logaritmicky transformovaných hodnot hydraulických vodivostí 0,29 a korelační délka 2,8 m. Podélná asymptotická disperzivita potom byla 0,81 m.