

Příklad na třetí cvičení v počítačové učebně, SMI, PS 2007

Zadání: Při analýze situace na trhu práce jednotliví pracovníci buď mohou pracovat ve své profesi (stav 1) nebo mohou pracovat v jiné profesi (stav 2) nebo mohou být nezaměstnaní (stav 3). Při dlouhodobém sledování velkého souboru pracovníků s časovým krokem 1 měsíc se ukázalo, že matice přechodu

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \\ 0,05 & 0,3 & 0,65 \end{pmatrix}.$$

Vypočtete matici \mathbf{M} středních hodnot dob prvních vstupů do stavů 1, 2, 3 a interpretujte její prvky.

Návod: $\mathbf{M} = (\mathbf{I} - \mathbf{Z} + \mathbf{E}\hat{\mathbf{Z}})\hat{\mathbf{M}}$, kde \mathbf{E} je matice ze samých jedniček, matice $\hat{\mathbf{Z}}$ obsahuje jen diagonální prvky matice \mathbf{Z} a matice $\hat{\mathbf{M}}$ obsahuje jen diagonální prvky matice \mathbf{M} . Přitom matice \mathbf{Z} je fundamentální matice nerozložitelného homogenního markovského řetězce a je definována vztahem: $\mathbf{Z} = (\mathbf{I} - (\mathbf{P} - \mathbf{A}))^{-1}$, kde \mathbf{A} je limitní matice přechodu.

Limitní matice přechodu \mathbf{A} má všechny řádky stejné a rovné stacionárnímu vektoru \mathbf{a} matice \mathbf{P} . Matice $\hat{\mathbf{M}}$ má na diagonále střední hodnoty dob prvních návratů řetězce do stavů 1, 2, 3, tj. převrácené hodnoty složek vektoru \mathbf{a} . V MATLABu se získá příkazem `diag(a.^(-1))`. Matice $\hat{\mathbf{Z}}$ se získá příkazem `diag(diag(Z))`.

Výsledek:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 3,5549 & 6,9224 & 7,9993 \\ 12,2172 & 2,4617 & 6,0002 \\ 13,3275 & 3,8467 & 3,2002 \end{pmatrix}.$$