ZÁKLADY OPTIKY

POLARIZACE ELEKTROMAGNETICKÝCH VLN

KRUHOVÁ A ELIPTICKÁ POLARIZACE

ODRAZ NA ROVINNÉM ROZHRANÍ

Literatura:

Chatak A., Thyagarajan K.: Introduction To Fiber Optics,
Cambridge University Press, 1998

POLARIZACE VLN

Lineárně polarizovaná vlna je nejjednodušším typem elektromagnetické vlny. Pokud předpokládáme šíření vlny ve směru osy *z*, můžeme vyjádřit elektrické pole ve tvaru

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}} E_0 \cos(\omega t - kz + \theta) \tag{1.1}$$

kde kmity vektoru elektrického pole předpokládáme ve směru *x*, ω (=$2\pi\nu$) je úhlová frekvence a *k* je konstanta šíření.

Ve volném prostoru platí

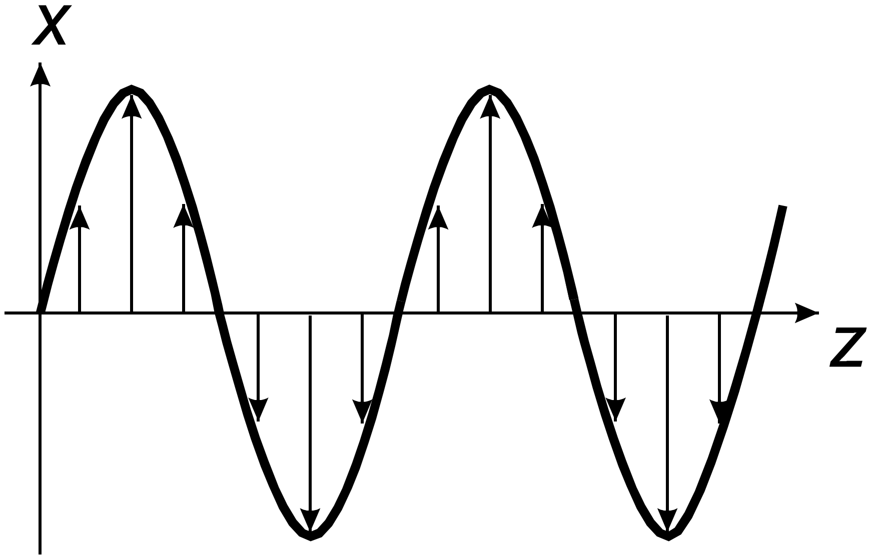
$$k = \frac{\omega}{c}$$

V prostředí s indexem lomu *n*

$$k = \frac{\omega}{v}, \qquad \text{kde} \qquad v = \frac{c}{n}$$

c a *v* jsou rychlosti světla ve vakuu, resp. v prostředí s indexem lomu *n*.

Rovnice (1) popisuje vlnu polarizovanou ve směru *x*. Běžněji se používá termín *lineárně polarizovaná vlna*, protože vektor elektrické intenzity kmitá ve směru osy *x*. Obecněji – *rovinně polarizovaná vlna*, protože elektrické pole je vždy omezeno na určitou rovinu; v případě *x* – polarizované vlny šířící se ve směru *z*, kmitá elektrické pole v rovině *x*-*z*.



Rovinná elektromagnetická vlna polarizovaná ve směru osy x. Šipky reprezentují směr a velikost vektoru elektrické intenzity v daném čase.

Při použití komplexních čísel můžeme psát

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}} E_0 e^{i(\omega t - kz + \theta)} \tag{1.2}$$

kde skutečné pole je dáno reálnou částí rovnice. Obecně je rovinná vlna šířící se ve směru **k** popsána rovnicí

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{e}} E_0 e^{i(\omega t - \mathbf{kr} + \theta)} \tag{1.3}$$

kde $\hat{\mathbf{e}}$ představuje jednotkový vektor ve směru polarizace. Pro příčně polarizovanou vlnu musí platit

$$\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{e}} = 0$$

Odpovídající vektor magnetické intenzity je dán vztahem

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\omega \mu_0} [\mathbf{k} \times \mathbf{E}] \tag{1.4}$$

KRUHOVÁ A ELIPTICKÁ POLARIZACE

Uvažujme superpozici dvou rovinných vln – jedna polarizovaná ve směru *x* a druhá ve směru *y* s rozdílem fází π/2.

$$\mathbf{E_1} = E_0 \hat{\mathbf{x}} \cos(\omega t - kz)$$
$$\mathbf{E_2} = E_0 \hat{\mathbf{y}} \cos(\omega t - kz - \pi / 2) \qquad (1.5)$$

U obou vln předpokládáme stejnou amplitudu (=E_0). Výsledné elektrické pole bude mít tvar

$$\mathbf{E} = E_0 \left[\hat{\mathbf{x}} \cos(\omega t - kz) + \hat{\mathbf{y}} \sin(\omega t - kz) \right] \qquad (1.6)$$

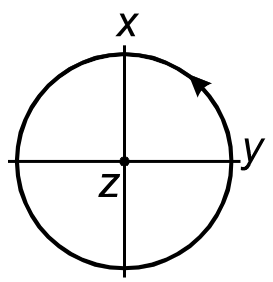
Kruhově polarizovaná vlna (pravotočivě). Konec vektoru **E** opisuje kružnici (pro dané *z* a libovolné *t*), resp., šroubovici s měnícím se *z*. Například pro *z* = *0*, budou mít složky vektoru elektrického pole velikost

$$E_x = E_0 \cos(\omega t), \qquad E_y = E_0 \sin(\omega t) \qquad (1.7)$$

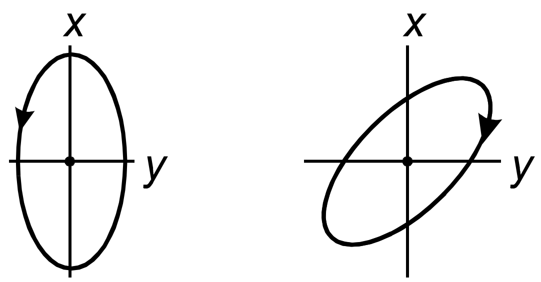
Obecně vzniká superpozicí dvou lineárně polarizovaných vln

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz) \quad \text{a} \quad E_y = E_1 \cos(\omega t - kz - \phi) \qquad (1.8)$$

elipticky polarizovaná vlna.



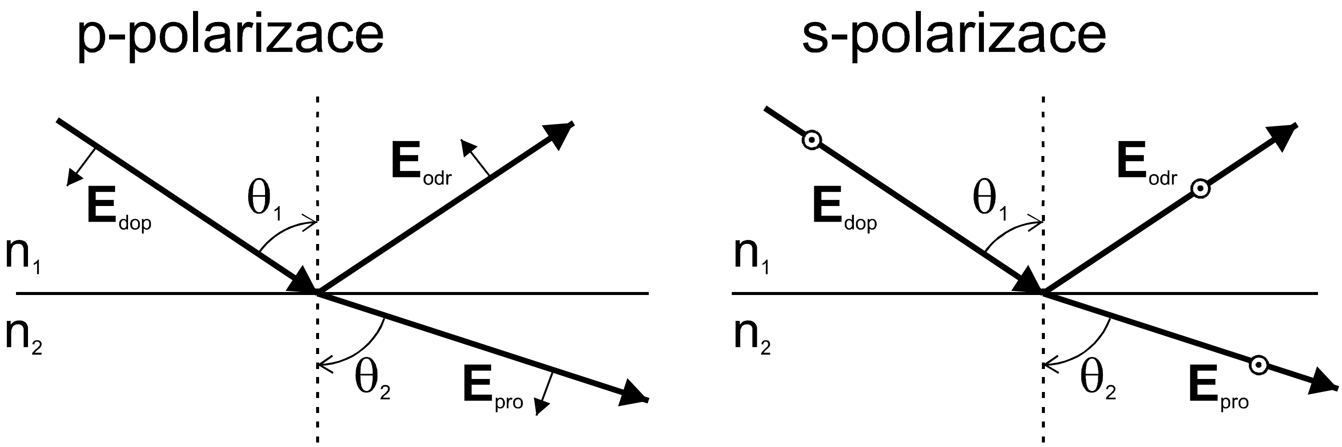
Kruhově polarizovaná vlna
pravotočivá



Elipticky polarizované vlny

$E_1 = 1/2\ E_0$, $\phi = -\pi/2$ $\qquad$ $E_1 = E_0$, $\phi = \pi/3$

ODRAZ NA ROVINNÉM ROZHRANÍ



Uvažujme rovinné rozhraní mezi dvěma prostředími s indexy lomu n_1 a n_2. Dopadající elektromagnetická vlna se rozdělí na vlnu odraženou (*reflected)* a lomenou *(refracted)*. Amplitudy odražené a lomené vlny lze získat na základě elektromagnetické teorie a hraničních podmínek. Koeficienty odrazu a lomu se definují jako poměr intenzity el. pole odražené, resp. lomené vlny k intenzitě el. pole vlny dopadající:

$$r_p = \frac{n_1 \cos\theta_2 - n_2 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_2 + n_2 \cos\theta_1} \qquad t_p = \frac{2n_1 \cos\theta_1}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} \qquad (1.9)$$

$$r_s = \frac{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \qquad t_s = \frac{2n_1 \cos\theta_1}{n_1 \cos\theta_1 + n_2 \cos\theta_2} \qquad (1.10)$$

kde indexy *p* a *s* odpovídají dopadající vlně polarizované v rovině dopadu (*p*) nebo kolmo na ni (*s*). θ_1 je úhel dopadu, θ_2 je úhel lomu

Snellův zákon:

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \tag{1.11}$$

Brewsterův úhel

Podle rovnice (1.9) platí $r_p = 0$ při podmínce

$$n_1 \cos\theta_2 = n_2 \cos\theta_1 \tag{1.12}$$

Použijeme-li rovnici (1.11), dostaneme

$$\frac{n_2^2}{n_1^2}\cos^2\theta_1 = (1-\sin^2\theta_2) = 1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\sin^2\theta_1$$

nebo

$$\frac{n_2^2}{n_1^2} = \frac{1}{\cos^2\theta_1} - \frac{n_1^2}{n_2^2}\tan^2\theta_1 = 1 + \left(1 - \frac{n_1^2}{n_2^2}\right)\tan^2\theta_1$$

Takže

$$\tan\theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \tag{1.13}$$

Tento úhel se nazývá Brewsterův. Při tomto úhlu dopadu je nulový odraz pro polarizaci rovnoběžnou s rovinou dopadu (p).

(Pro polarizaci *s*, takový úhel neexistuje: $\tan^2\theta_1 = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_2^2 - n_1^2} < 0$. Pokud bude na rozhraní dopadat nepolarizované světlo pod Brewstrovým úhlem, odražené světlo bude lineárně polarizované (kolmo na rovinu dopadu).

Totální odraz

Pokud bude elmag. vlna dopadat na rozhraní dvou prostředí směrem z hustšího ($n_2 > n_1$), pak podle Snellova zákona (1.11) platí $\theta_2 > \theta_1$ (lom od kolmice). Bude-li úhel dopadu $\theta_1 = \theta_c$ splňovat podmínku

$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \qquad (1.14)$$

lomený paprsek se bude šířit podél rozhraní a pro úhly větší jak θ_c dojde k <u>totálnímu odrazu</u>. Tento úhel se označuje jako <u>kritický úhel</u> nebo <u>úhel totálního odrazu</u>. Pro úhly dopadu $\theta_1 > \theta_c$ je $\sin\theta_2 > 1$, neexistuje tedy v tomto případě homogenní lomená vlna a $\cos\theta_2$ se stane imaginární veličinou

$$\cos\theta_2 = (1-\sin^2\theta_2)^{1/2} = -\frac{i}{n_2}(n_1^2\sin^2\theta_1 - n_2^2)^{1/2}$$

Komplexním se stane i koeficient odrazu. Například

$$r_s = \frac{n_1\cos\theta_1 + i\left(n_1^2\sin^2\theta_1 - n_2^2\right)^{1/2}}{n_1\cos\theta_1 - i\left(n_1^2\sin^2\theta_1 - n_2^2\right)^{1/2}} = \exp\left[2i\arctan\frac{\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_1 - n_2^2}}{n_1\cos\theta_1}\right] \qquad (1.15)$$

Pokud budeme uvažovat energii, $R_s = |r_s|^2 = 1$, tedy odraz je totální. Stejně bychom dokázali, že pro $\theta_1 > \theta_c$ platí $R_p = |r_p|^2 = 1$.

Skutečnost, že i při totálním odrazu jsou koeficienty lomu t_s a t_p nenulové (viz vztahy (1.9) a (1.10)) odpovídá tomu, že i v prostředí řidším existuje konečná hodnota elektrického pole. Jedná se o tzv. evanescentní vlnu, která má význam ve vláknové optice (např. směrové vazební členy). Dá se dokázat, že intenzita el. pole exponenciálně klesá v řidším prostředí a nedochází k toku energie.

Příklad:

a) Rozhraní mezi křemenným sklem (n_1 = 1,45) a vzduchem (n_2 = 1,0):

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 43{,}6°$$

b) Rozhraní mezi dopovaným křemenným sklem (n_1 = 1,46) a čistým křemenným sklem (n_2 = 1,45):

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 83{,}3°$$

Čím větší je θ_c, tím méně vidů se může šířit.