

# Modely nedokonalé konkurence

## Cournot, Stacklberg, Bertrand

Jan Mysliveček

Přf Muni

3.října 2008

# Předpoklady

- Velké množství malých firem (bez bariér vstupu)
- Velké množství malých spotřebitelů
- Dokonale homogenní zboží (kvalita, transakční náklady)
- Dokonalé informace

- Velké množství malých firem (bez bariér vstupu)
- Velké množství malých spotřebitelů
- Dokonale homogenní zboží (kvalita, transakční náklady)
- Dokonalé informace

Výsledky:

- Firmy prodávají za mezní náklady, mají nulový zisk
- Maximalizace blahobytu (welfare)
- Rozhodnutí jedné firmy neovlivní ceny, množství

Co se stane, když některý předpoklad neplatí?

# Nedokonalá konkurence

- Jen několik firem, či některé velké
- Nehomogenní zboží (kvalita, doprava)
- Informace o tom, kde se zboží prodává a za jakou cenu
- Málo spotřebitelů

Obvykle výsledky:

- Ceny jsou nad mezními náklady
- Firmy dosahují kladného zisku
- Někdy selhání trhu (blahobyt není maximalizován)

# Cournot-konkurence v množství

Motivace:

- Omezený počet firem
- Všechny zhruba stejně velké
- Rozhodnutí každé z nich má vliv na ostatní
- Strategické interakce
- Strategické rozhodnutí o rozsahu výroby
- Rozhodování je současné
- Cena je stanovena rovnováhou na trhu, poptávkou

- $n$  firem
- Každá volí vyráběné množství  $q_i \in \mathbb{R}_+$
- Poptávková funkce  $p(Q)$ ,  $Q = \sum_i q_i$ , diferencovatelná

- $n$  firem
- Každá volí vyráběné množství  $q_i \in \mathbb{R}_+$
- Poptávková funkce  $p(Q)$ ,  $Q = \sum_i q_i$ , diferencovatelná
- Současné rozhodování, množství volená ostatními daná
- Jediná cena, homogenní výrobky
- Náklady  $c_i(q_i)$ —spojité, rostoucí,  $c(0) = ?$
- Zisk  $pq_i - c_i(q_i)$
- Rovnováhy, kde jsou všechny firmy aktivní,  $q_i > 0$ .

# Nashova rovnováha

- Vnitřní řešení—podmínky prvního řádu

# Nashova rovnováha

- Vnitřní řešení—podmínky prvního řádu

$$\max_{q_i} p(q_i + Q_{-i})q_i - c_i(q_i),$$

kde  $Q_{-i} = \sum_{j \neq i} q_j$

- FOC:

$$p'(Q)q_i + p(Q) - c'(q_i) = 0$$

- Existence řešení? Předpokládáme  $c'(0) = 0, c''(q) \geq 0, p'(Q) < 0$
- Pro  $q_i = 0$  je FOC kladná
- Pro dostatečně velké  $q_i$  je záporná
- Existuje  $q_i^*$  kde je nulová
- Je nutné ověřit, že jde o maximum (jak?)

# Podmínky druhého řádu

$$p''(Q)q_i + 2p'(Q) - c''(q_i) < 0$$

- Pro  $p''(Q)$  dostatečně malé (vzhledem k  $p'(Q), c''(q_i)$ ) jde o maximum
- Lze použít větu o implicitní funkci pro studium  $q_i(c, Q)$

# Příklad—lineární náklady

Předpokládejte  $c_i(q) = c_i q$ ,  $p = a - bq$ ,  $a, b, c_i > 0$  nalezněte analytické řešení

## Příklad—lineární náklady

Předpokládejte  $c_i(q) = c_i q$ ,  $p = a - bq$ ,  $a, b, c_i > 0$  nalezněte analytické řešení

$$-bq_i + (a - bQ) - c_i = 0$$

# Příklad—lineární náklady

Předpokládejte  $c_i(q) = c_i q$ ,  $p = a - bq$ ,  $a, b, c_i > 0$  nalezněte analytické řešení

$$-bq_i + (a - bQ) - c_i = 0$$

Sečtením těchto podmínek pro všechna  $i$

$$bQ + na - nbQ - \sum c_j = 0$$

# Příklad—lineární náklady

Předpokládejte  $c_i(q) = c_i q$ ,  $p = a - bq$ ,  $a, b, c_i > 0$  nalezněte analytické řešení

$$-bq_i + (a - bQ) - c_i = 0$$

Sečtením těchto podmínek pro všechna  $i$

$$bQ + na - nbQ - \sum c_j = 0$$

$$Q = \frac{1}{(n+1)b} (na - \sum c_j)$$

Odvod'te  $p, q_i$ .

## Příklad—vstup na trh

Předpokládejte  $c_i(q) = F + q^2$ ,  $p = a - bq$ , kde  $a, b > 0$ . Kolik firem vstoupí na trh v symetrické rovnováze?

## Příklad—vstup na trh

Předpokládejte  $c_i(q) = F + q^2$ ,  $p = a - bq$ , kde  $a, b > 0$ . Kolik firem vstoupí na trh v symetrické rovnováze?

Dvě kola hry—rozhodnutí o vstupu a pak rozhodnutí o výrobě. Vyřešíme druhé kolo (DRVP!)

## Příklad—vstup na trh

Předpokládejte  $c_i(q) = F + q^2$ ,  $p = a - bq$ , kde  $a, b > 0$ . Kolik firem vstoupí na trh v symetrické rovnováze?

Dvě kola hry—rozhodnutí o vstupu a pak rozhodnutí o výrobě. Vyřešíme druhé kolo (DRVP!)

Necht' vstoupilo  $n$  firem. Jako v předchozím příkladu

$$-bq_i + a - bQ - 2q_i = 0$$

## Příklad—vstup na trh

Předpokládejte  $c_i(q) = F + q^2$ ,  $p = a - bq$ , kde  $a, b > 0$ . Kolik firem vstoupí na trh v symetrické rovnováze?

Dvě kola hry—rozhodnutí o vstupu a pak rozhodnutí o výrobě. Vyřešíme druhé kolo (DRVP!)

Nechť vstoupilo  $n$  firem. Jako v předchozím příkladu

$$-bq_i + a - bQ - 2q_i = 0$$

Až teď je možné předpokládat symetrii  $Q = nq$ !

$$q_i = \frac{a}{2 + b(n+1)}, p = \frac{2a + ba}{2 + b(n+1)}$$

## Příklad—vstup na trh

Předpokládejte  $c_i(q) = F + q^2$ ,  $p = a - bq$ , kde  $a, b > 0$ . Kolik firem vstoupí na trh v symetrické rovnováze?

Dvě kola hry—rozhodnutí o vstupu a pak rozhodnutí o výrobě. Vyřešíme druhé kolo (DRVP!)

Nechť vstoupilo  $n$  firem. Jako v předchozím příkladu

$$-bq_i + a - bQ - 2q_i = 0$$

Až teď je možné předpokládat symetrii  $Q = nq$ !

$$q_i = \frac{a}{2 + b(n+1)}, p = \frac{2a + ba}{2 + b(n+1)}$$

Zisk je

$$\Pi_i = a^2 \frac{b+1}{(2+b(n+1))^2} - F$$

Rozhodnutí v prvním kole: vstoupit, pokud kladný (nezáporný?) zisk

## Příklad—vstup na trh

Předpokládejte  $c_i(q) = F + q^2$ ,  $p = a - bq$ , kde  $a, b > 0$ . Kolik firem vstoupí na trh v symetrické rovnováze?

Dvě kola hry—rozhodnutí o vstupu a pak rozhodnutí o výrobě. Vyřešíme druhé kolo (DRVP!)

Nechť vstoupilo  $n$  firem. Jako v předchozím příkladu

$$-bq_i + a - bQ - 2q_i = 0$$

Až teď je možné předpokládat symetrii  $Q = nq$ !

$$q_i = \frac{a}{2 + b(n+1)}, p = \frac{2a + ba}{2 + b(n+1)}$$

Zisk je

$$\Pi_i = a^2 \frac{b+1}{(2+b(n+1))^2} - F$$

Rozhodnutí v prvním kole: vstoupit, pokud kladný (nezáporný?) zisk

# Interpretace modelu

- Reakce na výrobu ostatních firem
- Kladný zisk
- Ceny vyšší než mezní

- Reakce na výrobu ostatních firem
- Kladný zisk
- Ceny vyšší než mezní
- S počtem firem se blíží dokonalé konkurenci
- Tedy klesá zisk, klesá vliv každé firmy na cenu atd.

# Stacklebergův model

- Kritika Cournotova modelu—současné rozhodování
- Existují lídři na trhu—rozhodují se první
- Je to výhoda?

# Stacklebergův model

- Kritika Cournotova modelu—současné rozhodování
- Existují lídři na trhu—rozhodují se první
- Je to výhoda?
- Stále rozhodování o vyrobeném množství
- Menší firmy se rozhodují po lídrech (lídru)

- Model podobný minulému (zisk, poptávka, volba množství)
- Dvě kola
- Lídr volí množství jako první
- Následovník (ci) volí množství jako druzí.

Co jsou strategie hráčů?

# Řešení modelu

- Strategie prvního hráče je množství,  $q_1$
- Strategie druhého hráče je funkce  $q_2(q_1)$
- DRVP: Řešíme hru od konce

$$\max_{q_2} p(q_1 + q_2)q_2 - c_2(q_2)$$

- Řešení je  $q_2^*(q_1)$
- Řešení prvního kola

$$\max_{q_1} p(q_1 + q_2(q_1)) - c_1(q_1)$$

# příklad

- Uvažujte opět  $p = a - bQ, c_i(q) = c_i q$ . Vyřešte.

# příklad

- Uvažujte opět  $p = a - bQ, c_i(q) = c_i q$ . Vyřešte.

$$q_2(q_1) = \frac{a - bq_1 - c_2}{2b}$$

# příklad

- Uvažujte opět  $p = a - bQ, c_i(q) = c_i q$ . Vyřešte.

$$q_2(q_1) = \frac{a - bq_1 - c_2}{2b}$$

- Kompletní řešení

$$q_1 = \frac{a + c_2 - 2c_1}{2b}$$

$$q_2 = \frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b}$$

## příklad

- Uvažujte opět  $p = a - bQ$ ,  $c_i(q) = c_i q$ . Vyřešte.

$$q_2(q_1) = \frac{a - bq_1 - c_2}{2b}$$

- Kompletní řešení

$$q_1 = \frac{a + c_2 - 2c_1}{2b}$$

$$q_2 = \frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b}$$

Interpretace:

- Pro  $c_1$  blízké  $c_2$  volí první hráče více
- Zisk prvního hráče je větší než v Cournotově modelu

# Bertrandův model

- Volba množství je nerealistická
- Firmy volí ceny, ne množství
- Stále homogenní zboží
- Peníze jsou libovolně jemně dělitelné
- Trh získá firma, která nastaví nižší cenu

# Bertrandův model

- Volba množství je nerealistická
  - Firmy volí ceny, ne množství
  - Stále homogenní zboží
  - Peníze jsou libovolně jemně dělitelné
  - Trh získá firma, která nastaví nižší cenu
- Model:
- Dvě firmy, každá volí cenu a prodává množství požádané za tuto cenu
  - Konstantní mezní náklady  $c$
  - Trh si rozdělí napůl při stejné ceně
  - Strategie jsou ceny  $p_i \in \mathbb{R}$

- Zisk je

$$q_i = \begin{cases} 0 & \text{pokud } p_i > a \\ 0 & \text{pokud } p_i > p_j, i \neq j \\ \frac{a-p}{2b} & \text{pokud } p_i = p_j = p < a \\ \frac{a-p}{b} & \text{pokud } p_i < \min\{p_j, a\} \end{cases}$$

- Nashovy rovnováhy?
  - Obě ceny  $p_1, p_2 > c$  nad mezními náklady
- Bertrandova rovnováha  $p_1 = p_2 = c$

- Zisk je

$$q_i = \begin{cases} 0 & \text{pokud } p_i > a \\ 0 & \text{pokud } p_i > p_j, i \neq j \\ \frac{a-p}{2b} & \text{pokud } p_i = p_j = p < a \\ \frac{a-p}{b} & \text{pokud } p_i < \min\{p_j, a\} \end{cases}$$

- Nashovy rovnováhy?
  - Obě ceny  $p_1, p_2 > c$  nad mezními náklady
  - Alespoň jedna cena pod mezními náklady
- Bertrandova rovnováha  $p_1 = p_2 = c$

- Zisk je

$$q_i = \begin{cases} 0 & \text{pokud } p_i > a \\ 0 & \text{pokud } p_i > p_j, i \neq j \\ \frac{a-p}{2b} & \text{pokud } p_i = p_j = p < a \\ \frac{a-p}{b} & \text{pokud } p_i < \min\{p_j, a\} \end{cases}$$

- Nashovy rovnováhy?
  - Obě ceny  $p_1, p_2 > c$  nad mezními náklady
  - Alespoň jedna cena pod mezními náklady
  - Jedna cena rovna mezním nákladům, druhá stejná nebo vyšší
- Bertrandova rovnováha  $p_1 = p_2 = c$

- Nulový zisk firem
- Větší počet firem nemá žádný vliv.

# Interpretace

- Nulový zisk firem
- Větší počet firem nemá žádný vliv.
- Výsledky silně závislé na předpokladu dokonale homogenního zboží

- Nulový zisk firem
- Větší počet firem nemá žádný vliv.
- Výsledky silně závislé na předpokladu dokonale homogenního zboží
- Motivace firem odlišit se
- Modely horizontální a vertikální diferenciace příště

- Nalezněte Nashovy rovnováhy pokud konstantní mezní náklady firem jsou různé.

- Nalezněte Nashovy rovnováhy pokud konstantní mezní náklady firem jsou různé.
- Co když peníze nejsou nekonečně jemně dělitelné?

- Nalezněte Nashovy rovnováhy pokud konstantní mezní náklady firem jsou různé.
- Co když peníze nejsou nekonečně jemně dělitelné?
- Co když mají firmy omezené kapacity, které žádné z nich nestačí k pokrytí celého trhu?

- Motivace pro spolupráci

- Motivace pro spolupráci
- Monopolní strategie (cena, množství)

- Motivace pro spolupráci
- Monopolní strategie (cena, množství)
- Opakované hry—role diskontního faktoru

- Motivace pro spolupráci
- Monopolní strategie (cena, množství)
- Opakované hry—role diskontního faktoru
- Příklad  $p = a - bQ$ , konstantní mezní náklady  $c$ . Pro jaký diskontní faktor je kartel udržitelný v C. a B. modelu?