

## Zkouška 5.1.2009

Toto je lehce upravené zadání příkladů z písemky ze dne 5.1.2009. Byly opraveny dva přepisy. Zadání má 2 (dvě) strany. Zkontrolujte si, že zadání je vytištěno i na druhé straně tohoto papíru. Při řešení nemůžete používat žádné knihy, zápisky či texty, ani kalkulačku. Mobilní telefon si vypněte. Na písemku máte 150 minut od zahájení testu. Každý příklad piště prosím na zvláštní papír, který podepíšete a na který napíšete číslo příkladu. Na závěr písemky vložte všechna zadání do průhledné složky, kterou zanedlouho obdržíte. Hodnota písemky je 80% z celkové známky. Všechny následující příklady mají stejnou váhu, ale jejich obtížnosti se liší. Pokud nevíte, jak některý příklad vyřešit, může být optimální věnovat se ostatním částem. Výsledky budou zveřejněny vložení celkové známky do ISu, pravděpodobně do jednoho týdne. V nepravděpodobném případě, že dostanete  $F$ , poslední termín je vypsán na pondělí 19. ledna. V té době si také budete moci prohlédnout hodnocení této písemky. Vzorové řešení bude zanedlouho zveřejněno na webu (v ISu) a bude k dispozici poté, co všichni odevzdají řešení.

Hodně zdaru!

**Příklad 1.1 (Pojištění)** *Váš majetek je 1 milión Kč. Hrozí vám ale nehoda, při které přijdete o všechny majetek. Tato nehoda vám hrozí s pravděpodobností  $1 - p \in (0, 1)$ . Pokud k nehodě nedojde, o žádný majetek nepřijdete.*

- Kolik jste ochotni zaplatit za pojištění, které stojí  $A$  a nahradí vám veškerou škodu, pokud vám nějaká vznikne, jste-li neutrální vzhledem k riziku?*
- Kolik jste ochotni za toto pojištění zaplatit, je-li vaše užitková funkce  $u(x) = \sqrt{x}$ ? Jste averzní k riziku nebo naopak máte riziko rádi?*
- Kolik jste ochotni zaplatit, pokud je vaše užitková funkce  $v(x) = x^\alpha$ ,  $\alpha \in (0, 2)$ ? Jsou hráči s vyšším  $\alpha$  ochotni zaplatit vyšší částku za pojištění, pro dané  $p$ ? Co vám to říká o jejich postoji k riziku?*

**Příklad 1.2** *Vzdělání*

*Na pracovním trhu existují dva typy dělníků: chytrí a hloupí. Chytrý dělník vydělá firmě  $X$ , hloupý  $Y < X$ . Na trhu existuje řada potenciálních firem (více než zaměstnanců), takže zaměstnanci obdrží mzdu rovnou průměrné produktivitě zaměstnanců ve stejné skupině. Existují dvě možné skupiny dělníků: ti, co mají maturitu a ti, co ji nemají. Neexistuje jiná možnost, jak by mohl chytrý zaměstnanec prokázat své schopnosti zaměstnavateli. Oba typy dělníků se vyskytují stejně často a jejich vedlejší příležitosti jsou nulové.*

- Jakou (maximální) mzdu jsou zaměstnavatelé ochotni vyplácet, pokud nikdo nemá žádné vzdělání?*
- Jaké mzdy by byly vypláceny v případě, že chytrí dělníci mají maturitu, ale hloupí ne?*
- Předpokládejte, že získat maturitu chytrého dělníka nic nestojí, ale hloupý dělník musí zaplatit  $z > 0$ . Předpokládejte, že užitek pracovníka je roven jeho mzdě, po odečtení případných nákladů na získání vzdělání. Jaké musí být  $z$ , aby v rovnováze jen chytrí dělníci získali maturitu?*
- Pro jaké  $z$  budou vzdělání získávat oba typy dělníků? Předpokládejte pro jednoduchost, že zaměstnavatel by v takové rovnováze očekával, že dělník bez maturity je hloupý. Kdo je na tom lépe ve srovnání se situací, kdy by žádné vzdělání neexistovalo?*

**Příklad 1.3** *Vyjednávání*

*Dva hráči se účastní následujícího vyjednávacího procesu, ve kterém jde o dělení zisku  $X$ . První hráč podá nabídku<sup>1</sup>  $(x_1, y_1)$  druhému hráči. Pokud ten ji odmítne, druhý hráč podá nabídku  $(x_2, y_2)$  prvnímu hráči. Pokud ten odmítne, hráči získají  $(x_3, y_3)$ . Hra má tři kola, v prvním je to nabídka prvního hráče a odmítnutí či přijetí druhým hráčem, ve druhém kole naopak a ve třetím kole je to obdržení vedlejší příležitosti. Výhry se diskontují<sup>2</sup> faktorem  $1 > \delta > 0$ , který je stejný pro oba hráče. Hra končí přijetím nabídky, nebo po třetím kole. Nalezněte dokonalou rovnováhu vzhledem k podhrám, tedy optimální nabídky podávané příslušným hráčem a optimální odpovědi. Při řešení můžete předpokládat, že  $x_3, y_3$  jsou dostatečně malé.*

**Příklad 1.4** *Hlasování nakupováním* *Předpokládejte, že jste byli najmuti pro plánování výroby jednoho chovatele krav. Krávy se používají na dvě věci—na maso a na mléko. Náklady na chov krav jsou pro tohoto chovatele kvadratické v počtu chovaných krav,  $c(q) = cq^2$ ,  $c > 0$ . Z každé krávy je jedna jednotka masa a jedna jednotka mléka. Kromě nákladů na chov krávy nejsou žádné další náklady s výrobou masa nebo mléka. Na trhu existuje stabilní cena mléka  $p > 0$  a cena masa  $P > 0$ . Protože existuje velká řada chovatelů vyrábějící homogenní statky, tato cena se nezmění se změnou vyráběného množství právě tímto chovatelem. Chovatel se rozhoduje, kolik krav vypěstuje a jeho cíl je maximalizovat svůj zisk.*

<sup>1</sup>První složka vektoru označuje podíl prvního hráče, druhá složka podíl druhého hráče při daném rozdělení.

<sup>2</sup>To znamená že výhra  $A$  v kole  $n$  má pro hráče stejnou hodnotu jako výhra  $A\delta$  v kole  $n - 1$ .

- 1. Jaké je optimální množství krav, které má studovaný chovatel vypěstovat? Vyplatí se vyhodit prodat jiné množství mléka než masa, tj. vychovat určité množství krav a z nich vyrobené mléko nebo maso vyhodit?*
- 2. Předpokládejte, že existuje vegetariánské hnutí, sdružující lidi, kteří nejí maso. Vůdce této skupiny prohlásí, že by členové měli přestat pít mléko, protože kupováním mléka podporují chování krav. Diskutujte, zda má pravdu tak, že uvážíte vliv změny ceny  $p$  na celkový zisk chovatele a množství chovaných krav. Poklesne toto množství, když klesne cena mléka  $p$  z důvodů kampaně vegetariánů?*