



# SIGNÁLY A LINEÁRNÍ SYSTEMY



**prof. Ing. Jiří Holčík, CSc.**

[holcik@iba.muni.cz](mailto:holcik@iba.muni.cz)

© Institut biostatistiky a analýz

# LITERATURA

- ✓ Holčík, J.: přednáškové prezentace  
webová stránka předmětu
- ✓ Holčík, J.: Úvod do systémů a signálů  
(Elektronické studijní texty)  
webová stránka předmětu
- ✓ Jiřina, M., Holčík, J.: Úvod do systémů a  
signálů (Elektronické studijní texty)  
webová stránka předmětu

# LITERATURA

- ✓ Proakis J. G. Manolakis D. K. Digital Signal Processing (4th Edition), CRC; 1 edition, 2006
- ✓ Kamen, E.W., Heck, B.S. Fundamentals of Signals and Systems Using the Web and Matlab (3rd Edition), Prentice Hall (2006)
- ✓ Lathi, B.P. Signal Processing and Linear Systems, Oxford Univ. Press, Oxford 1998
- ✓ Carlson G.E. Signal and Linear System Analysis: with MATLAB, 2e, John Wiley & Sons, Inc., 1998,
- ✓ Oppenheim, A.V., Willsky, A.S., Hamid, S.: Signals and Systems (2nd Edition) Prentice-Hall Signal Processing Series, Prentice Hall; 1996

# LITERATURA

- ✓ Kalouptsidis N. Signal Processing Systems: Theory and Design. John Wiley & Sons, Inc., 1997
- ✓ Chen C.T. Linear System Theory and Design (Oxford Series in Electrical and Computer Engineering) Oxford University Press, USA; 3rd ed. 1998
- ✓ Oppenheim A V., Schafer R W., Buck J R. Discrete-Time Signal Processing (2nd Edition) (Prentice-Hall Signal Processing Series), Prentice Hall; 1999
- ✓ Brockwell, P.J., Davis, R.A.: Introduction to Time Series and Forecasting, Springer; 2 edition (2003),
- ✓ Engelberg, S. Random Signals and Noise: A Mathematical Introduction, CRC Press, Inc., 2007

# UKONČENÍ PŘEDMĚTU

Požadavky:

☑ ústní zkouška

→ učená rozprava o některém z témat, která budou náplní předmětu



# I. ZAČÍNÁME



# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

reálný objekt

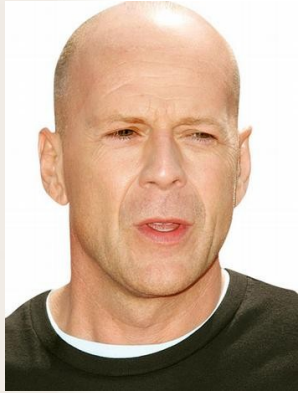


# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

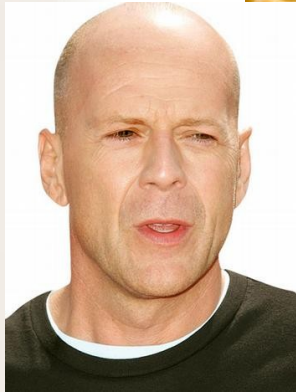
reálný objekt  
(zdroj informace)

# ZÁKLADNÍ KONCEPT



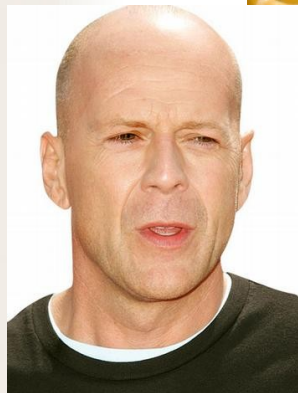
reálný objekt  
(zdroj informace)

# ZÁKLADNÍ KONCEPT



reálný objekt  
(zdroj informace)

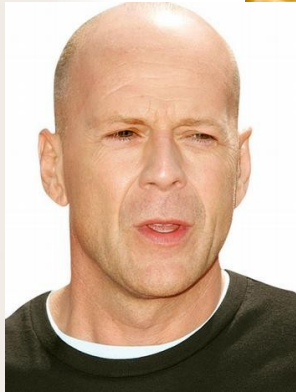
# ZÁKLADNÍ KONCEPT



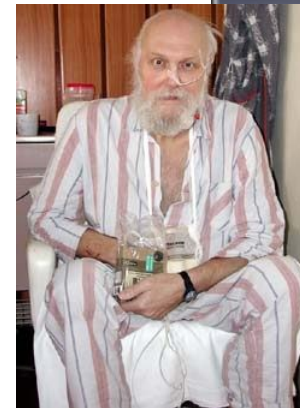
reálný objekt  
(zdroj informace)



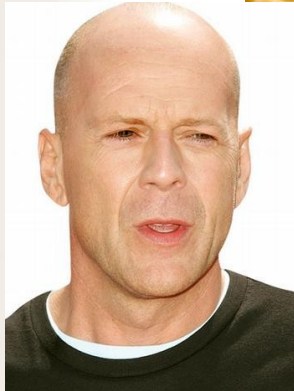
# ZÁKLADNÍ KONCEPT



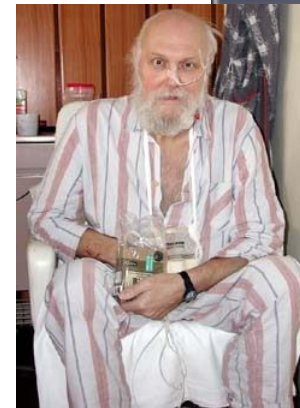
reálný objekt  
(zdroj informace)



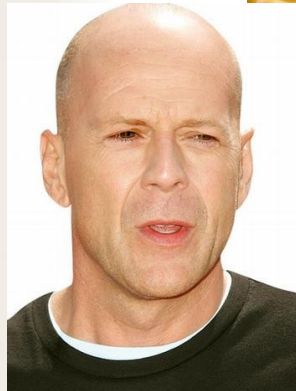
# ZÁKLADNÍ KONCEPT



reálný objekt  
(zdroj informace)



# ZÁKLADNÍ KONCEPT



reálný objekt  
(zdroj informace)



# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

K čemu ta informace bude?



# ZÁKLADNÍ KONCEPT

- ☑ abychom dokázali říct, co to je za objekt (rozpoznání, klasifikace,...);
- ☑ abychom dokázali posoudit jeho stav (O.K., hypertenze, epilepsie, exitus, úroveň chemického zamoření dané lokality, ...);
- ☑ abychom dokázali předpovědět jeho budoucnost (lze léčit a vyléčit, ocenit finanční nároky léčení po dobu přežití, les do 20 let odumře, sociální složení obyvatelstva v daném časovém rozpětí, ...);

# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

Jak tu informaci zjistíme?

# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

Musíme něco „změřit“.

# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

Musíme něco „změřit“.  
A co?

# ZÁKLADNÍ KONCEPT

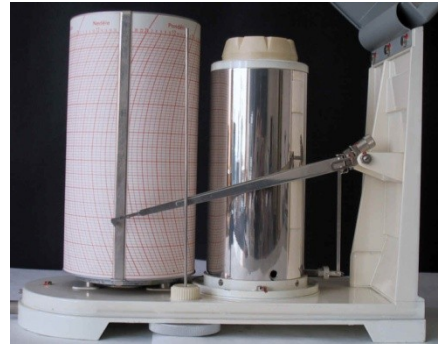
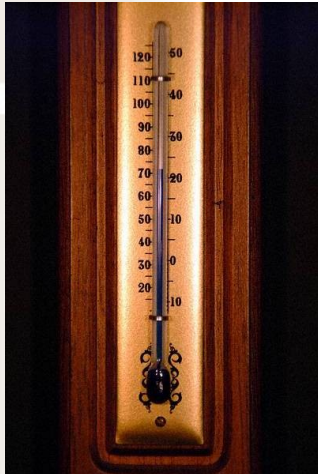
---

Musíme něco „změřit“.

A co?

To na začátku bohužel moc nevíme.

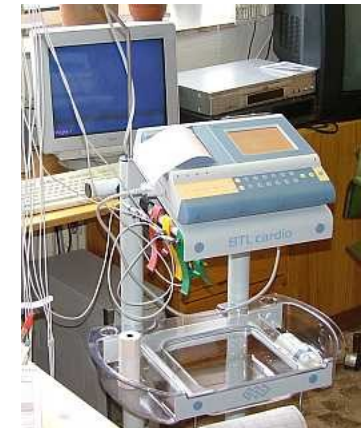
# ZÁKLADNÍ KONCEPT



Musíme něco „změřit“.

A co?

To bohužel moc nevíme.



# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

Musíme něco „změřit“.  
Za jakých podmínek?

# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

Musíme něco „změřit“.  
Za jakých podmínek?  
Pozorování experiment



# POZOROVÁNÍ

je založeno na *pasivním* sledování procesů a souvisejících skutečností, pokud možno v jejich přirozeném stavu, co nejméně ovlivněným pozorovatelem. Pozorování poskytuje informace o vnějších projevech a vztazích systému (tvar, rozměry, podobnost, fyzikální či chemické vlastnosti, časová následnost, ...). Význam pozorování klesá v situacích, kdy nabývají na důležitosti příčiny pozorovaných jevů, příp. charakter a podstata uvnitř zkoumaného objektu.

# EXPERIMENT

vychází z *aktivního* přístupu ke zkoumání objektu. Spočívá na záměrně vyvolaných změnách podmínek existence a funkce daného objektu, které mají přimět zkoumaný objekt projevit se za různých, uměle navozených situací. Výchozím předpokladem pro uspořádání experimentu je formulace *hypotézy* o analyzovaném objektu.

# EXPERIMENT

**Hypotézy** a pak i následné experimenty, jsou dvojího typu:

- **vyhledávací (heuristické)** - „co se stane, uděláme-li toto?“
- **ověřovací (verifikační)** - stane se toto, když uděláme toto?“

# ZÁKLADNÍ KONCEPT

---

Musíme něco „změřit“.  
A když něco změříme, co dostaneme?

# ZÁKLADNÍ KONCEPT

Musíme něco „změřit“.  
A když něco změříme, co dostaneme?  
Nějaká data, údaje, ....

# A Z ČEHO SE TA DATA SKLÁDAJÍ?

- ☑ nesou **informaci** o tom měřeném objektu (informace je nehmotná) na nějakém **nosiči** (hmotném – to bývá nějaká hmotná – fyzikální, chemická, biologická, ... veličina);

# INFORMACE

- ☑ poznatek (znalost) týkající se jakýchkoliv objektů, např. faktů, událostí, věcí, procesů nebo myšlenek včetně pojmů, které mají v daném kontextu specifický význam (ISO/IEC 2382-1:1993 „Informační technologie – část I: Základní pojmy“)
- ☑ název pro obsah toho, co se vymění s vnějším světem, když se mu přizpůsobujeme a působíme na něj svým přizpůsobováním. Proces přijímání a využívání informace je procesem našeho přizpůsobování k nahodilostem vnějšího prostředí a aktivního života v tomto prostředí (WIENER);
- ☑ poznatek, který omezuje nebo odstraňuje nejistotu týkající se výskytu určitého jevu z dané množiny možných jevů;

**!!! NEHMOTNÁ !!!**

# A Z ČEHO SE TA DATA SKLÁDAJÍ?

- ☑ nesou **informaci** o měřeném objektu (informace je nehmotná) na nějakém **nosiči** (hmotném – to bývá nějaká hmotná – fyzikální, chemická, biologická, ... veličina);
- ☑ nesou jednak **užitečnou informaci**, která se příčinně (deterministicky) váže k měřenému reálnému objektu (!!!!), jednak **balast**, který se na tu informaci připojil někde po cestě od objektu k měřicímu zařízení



# ZÁKLADNÍ KONCEPT

## CÍL VŠECH MOŽNÝCH ANALÝZ

Odhalit ten příčinný (deterministický) vztah navzdory tomu všemu, co nám to odhalení kazí.

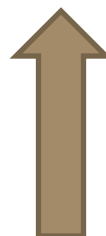
# A Z ČEHO SE TA DATA SKLÁDAJÍ?



## ☑ chyby (rušení, poruchy) zdroje

- pacient má i jiné orgány a ty se pletou do výsledku vyšetření;
- měříme něco, co vůbec měřit nechceme, nebo o čem nevíme, že pro nás nemá informační hodnotu
- špatně si uspořádáme měření (vyšetření);
- na různých pacientech v ekvivalentním stavu změříme nějaké jiné hodnoty – **interindividuální variabilita**
- z jednoho pacienta v různých časech či za různých podmínek získáme různé výsledky - **intraindividuální variabilita**

# A Z ČEHO SE TA DATA SKLÁDAJÍ?



## ☑ rušení v přenosové cestě

- špatně upevníme (umístíme, ...) snímací senzor/elektrodu;
- do kabelu mezi pacientem a přístrojem se naindukuje rušení z vnějšího prostředí – rušení v prostoru;
- při skladování dat dojde ke ztrátě údajů – rušení v čase;

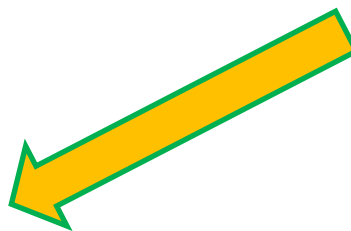
# A Z ČEHO SE TA DATA SKLÁDAJÍ?



☑ chyby měřicího zařízení

- přístroj používá nevhodnou metodu měření
- přístroj používá nevhodný algoritmus zpracování změřených dat;
- je použit nevhodný přístroj;
- ...

# A Z ČEHO SE TA DATA SKLÁDAJÍ?



LOVĚČE ODPOVĚZ  
PROČ JE TI TAK ZLE  
BUDE HŮŘ TO MI VĚZ  
ROZVAŽ UZ LE  
VZPOMEŇ  
NĀCHVĚLE  
KRÁSNE  
ČAS Y  
ŮZASNE  
TAK PROČ  
ZÁČ, NĀČ  
JE SLYŠET  
TVŮS PLÁČ

# A Z ČEHO SE TA DATA SKLÁDAJÍ?



**Matematický biolog**

# CHARAKTER DAT

## Anamnéza + výsledky základního vyšetření



52 letá pacientka:

RA: matka kardiačka, zemřela v 78 letech na IM.

AA: alergie na Ketazon a náplast.

OA: obezita, 3 roky má hypertenzi, před 19 roky hluboká flebotromboza dolní končetiny po úraze Achillovy šlachy.

GA: porody 0, interupce 0, antikoncepce 0, menses pravidelné.

FA: Tenormin 100 1x1, Rhefluin 1x1, Enap 10 2x1, Lipanthyl 100 mg 1x1.

NO: Pacientka je 14 dní dušná s progresí poslední tři dny. Je bez zvýšených teplot, nekašle. Má pálivé bolesti na hrudníku po styku s chladným vzduchem trvající asi 20 minut. Nyní je bez bolestí. Občas má křeče v lýtkách.

Pro dušnost byla hospitalizována na int. oddělení.

Obj. nález: pacientka obezní, TK 150/80..140/80, TF 120/min..80/min reg. Nález na hrudníku, břichu i DK bez patol.nálezu. TT 36,6 oC. **RTG** srdce a plic: nález v normě. KO: leukocyty: 9,7..5,0..5,7, jinak KO v normě. FW 3..10/1 hod. **EKG**: negat. TIII, V1-4.

D-dimery: hladiny zvýšené. Antitrombin III 82,5%. Hraniční hodnoty proteinu C a proteinu S, rezistence na aktiv. protein C., antifosfolipidové protilátky neprokázány. Saturace HbO<sub>2</sub>: 0,912..0,942..0,867..0,869, pH 7,386..7,436..7,301..7,369.

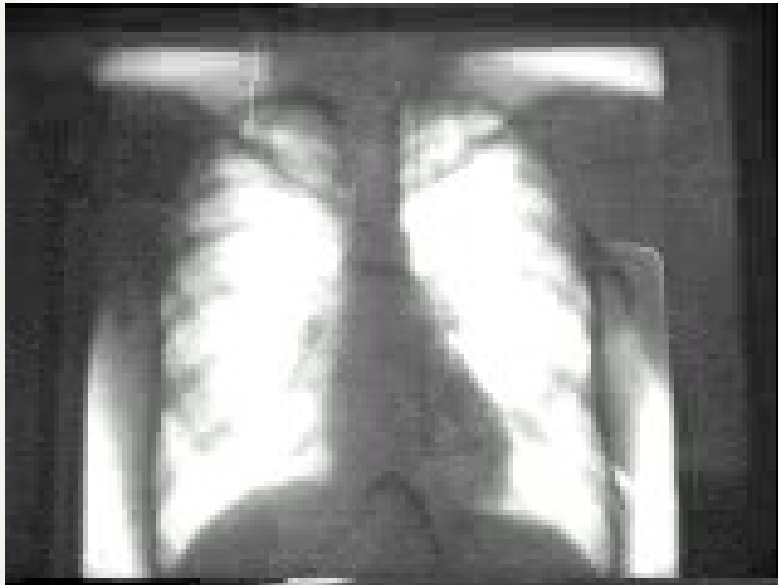
Biochem. vyš.: triacylglyceroly 2,5 mmol/l (zvýšená hladina), troponin I do 0,22 ug/ml (v normě).

Sonografie venozního systému dolních končetin: bez známek flebotrombozy hlubokého žilního systému DKK.

Echokardiografie: LK nezvětšená, EF asi 60%, lehká trikuspidální insuficience, nadhraniční velikost PK, známky lehké plicní hypertenze, bez průkazu trombů.

# CHARAKTER DAT

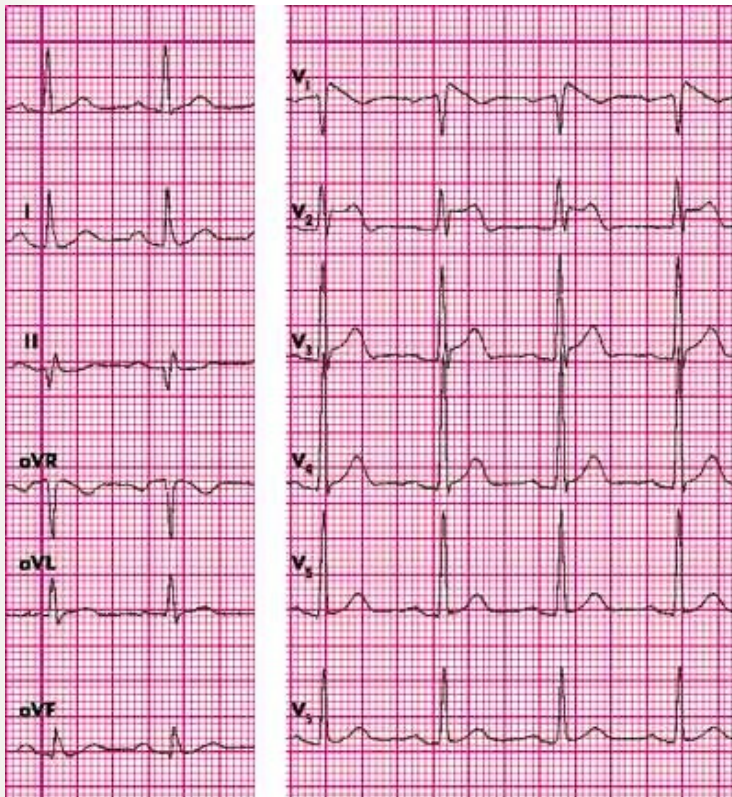
## RTG srdce a plic





# CHARAKTER DAT

## EKG - elektrokardiogram



# CHARAKTER DAT

Po zakódování lze vyjádřit stav pacientky v určitém čase vektorem (strukturovaným záznamem) hodnot různých veličin a různého charakteru (číselná hodnota, výčtová hodnota, kód, logická hodnota, ...)



# CHARAKTER DAT

Po zakódování lze vyjádřit stav pacientky v určitém čase vektorem (strukturovaným záznamem) hodnot různých veličin a různého charakteru (číselná hodnota, výčtová hodnota, kód, logická hodnota, ...)



# CHARAKTER DAT

Po zakódování lze vyjádřit stav pacientky v určitém čase vektorem (strukturovaným záznamem) hodnot různých veličin a různého charakteru (číselná hodnota, výčtová hodnota, kód, logická hodnota, ...)



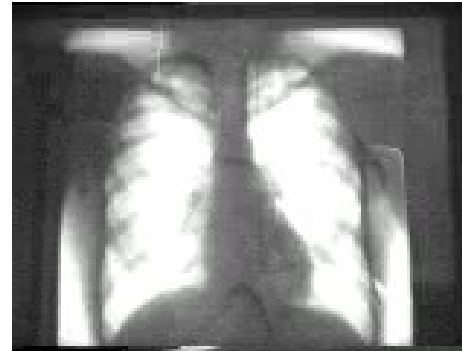
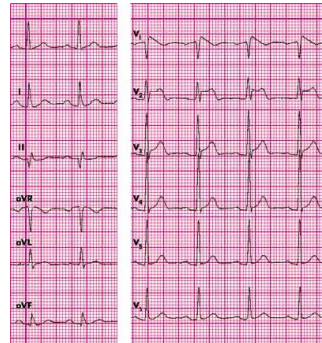
# CHARAKTER DAT

Po zakódování lze vyjádřit stav pacientky v určitém čase vektorem (strukturovaným záznamem) hodnot různých veličin a různého charakteru (číselná hodnota, výčtová hodnota, kód, logická hodnota, ...)



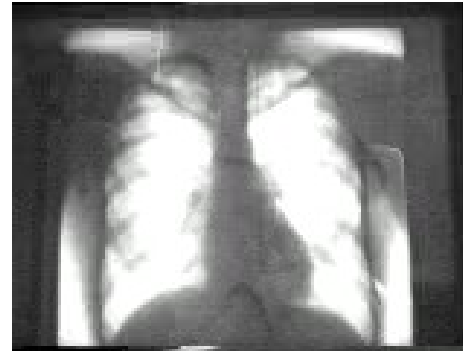
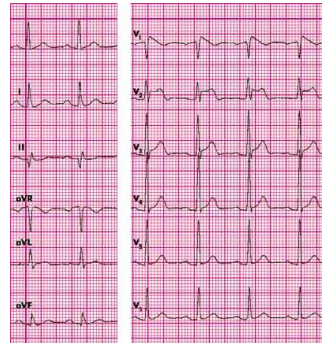
# CHARAKTER DAT

- ☑ a co s daty jako je elektrokardiogram, resp. RTG snímek?



# CHARAKTER DAT

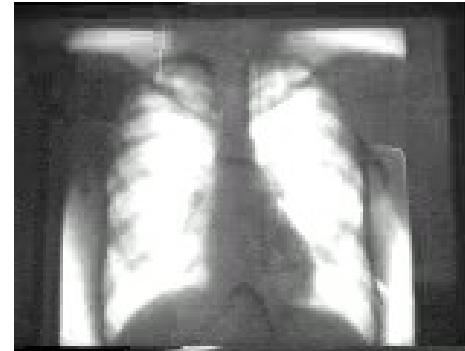
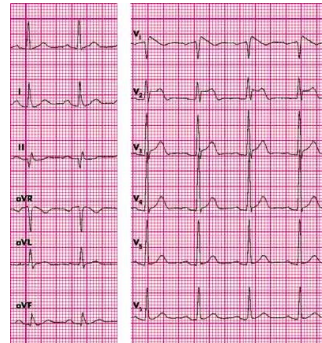
- ☑ a co s daty jako je elektrokardiogram, resp. RTG snímek?



**V ČEM SE LIŠÍ?**

# CHARAKTER DAT

- ☑ a co s daty jako je elektrokardiogram, resp. RTG snímek?



## V ČEM SE LIŠÍ?

vyjadřují změny stavu sledovaného objektu (jeho dynamiku) - v čase, prostoru



# SIGNÁL - DEFINICE

---

# SIGNÁL - DEFINICE

- ☑ **Signál** je jev fyzikální, chemické, biologické, ekonomické či jiné materiální povahy, nesoucí informaci o stavu systému, který jej generuje.

# SIGNÁL - DEFINICE

- ☑ **Signál** je jev fyzikální, chemické, biologické, ekonomické či jiné materiální povahy, nesoucí informaci o stavu systému, který jej generuje, **a jeho dynamice.**

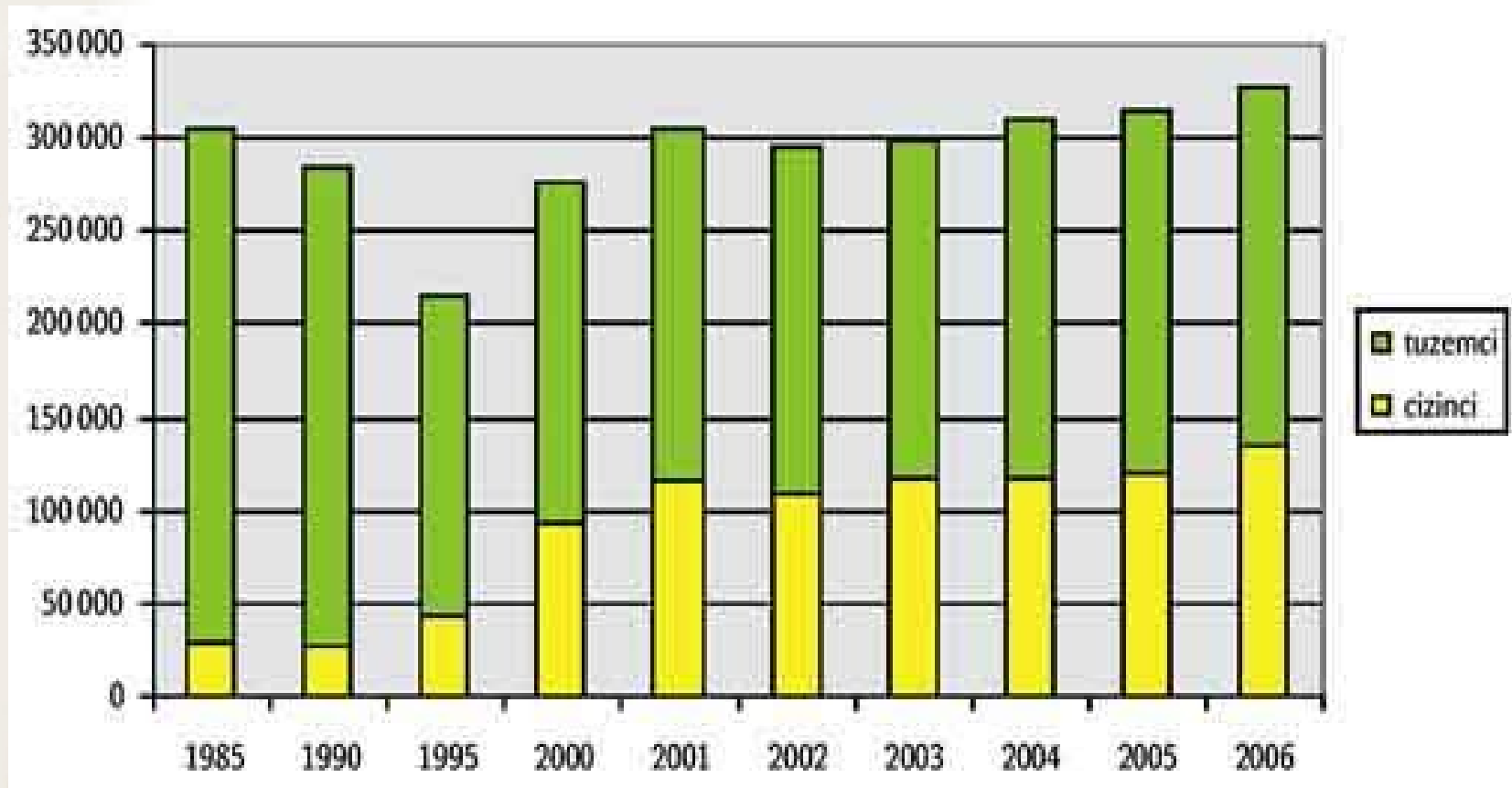
# SIGNÁL - DEFINICE

- ☑ **Signál** je jev fyzikální, chemické, biologické, ekonomické či jiné materiální povahy, nesoucí informaci o stavu systému, který jej generuje, a jeho dynamice.
- ☑ Je-li zdrojem informace živý organismus, pak hovoříme o **biosignálech** bez ohledu na podstatu **nosiče informace**.

# SIGNÁL - DEFINICE

- ☑ **Signál** je jev fyzikální, chemické, biologické, ekonomické či jiné materiální povahy, nesoucí informaci o stavu **systemu**, který jej generuje, a jeho dynamice.
- ☑ Je-li zdrojem informace živý organismus, pak hovoříme o **biosignálech** bez ohledu na podstatu **nosiče informace**.

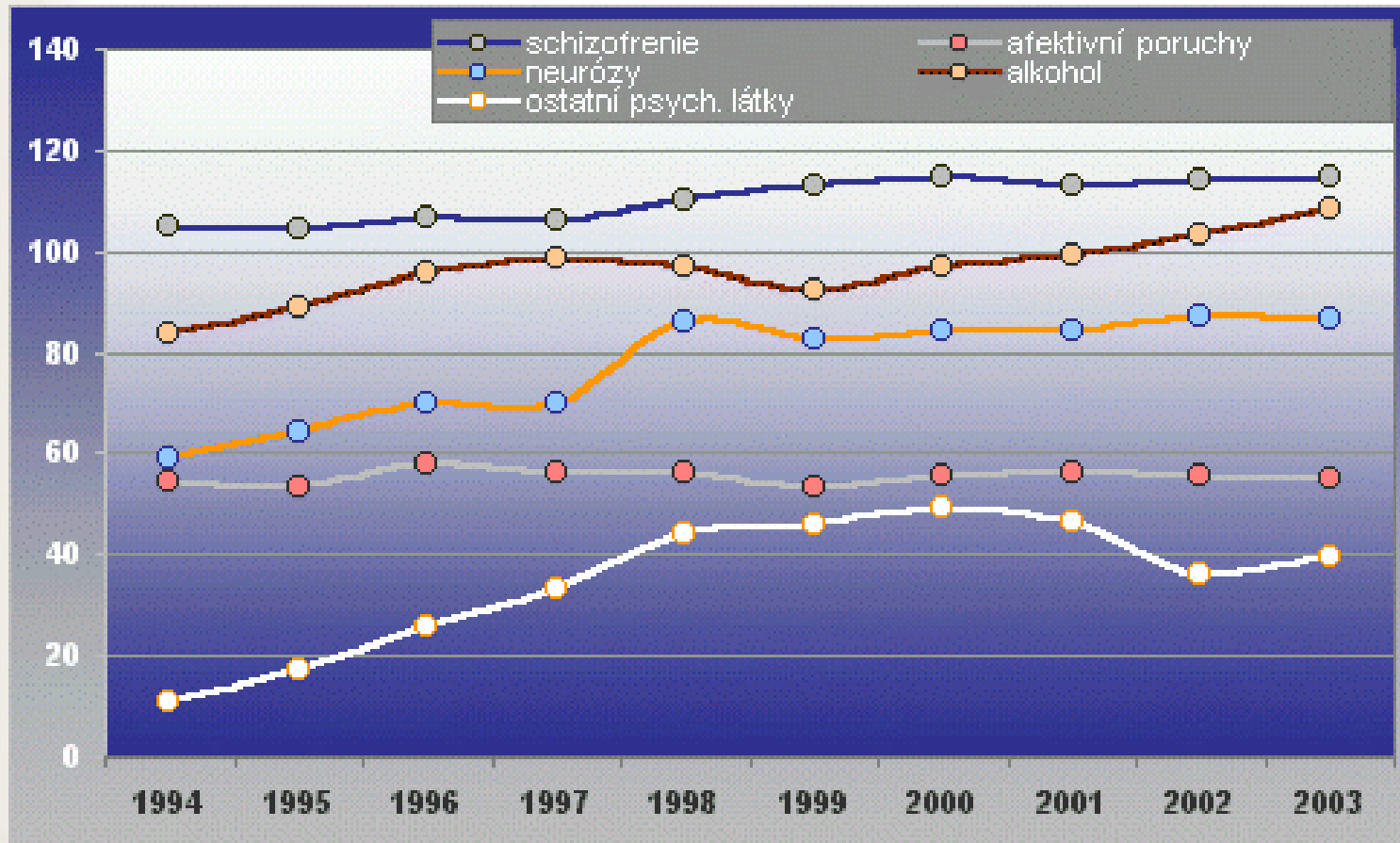
# ČASOVÁ ŘADA



**Vývoj počtu pacientů v lázeňských zařízeních**

*Pramen: Ústav zdravotnických informací a statistiky*

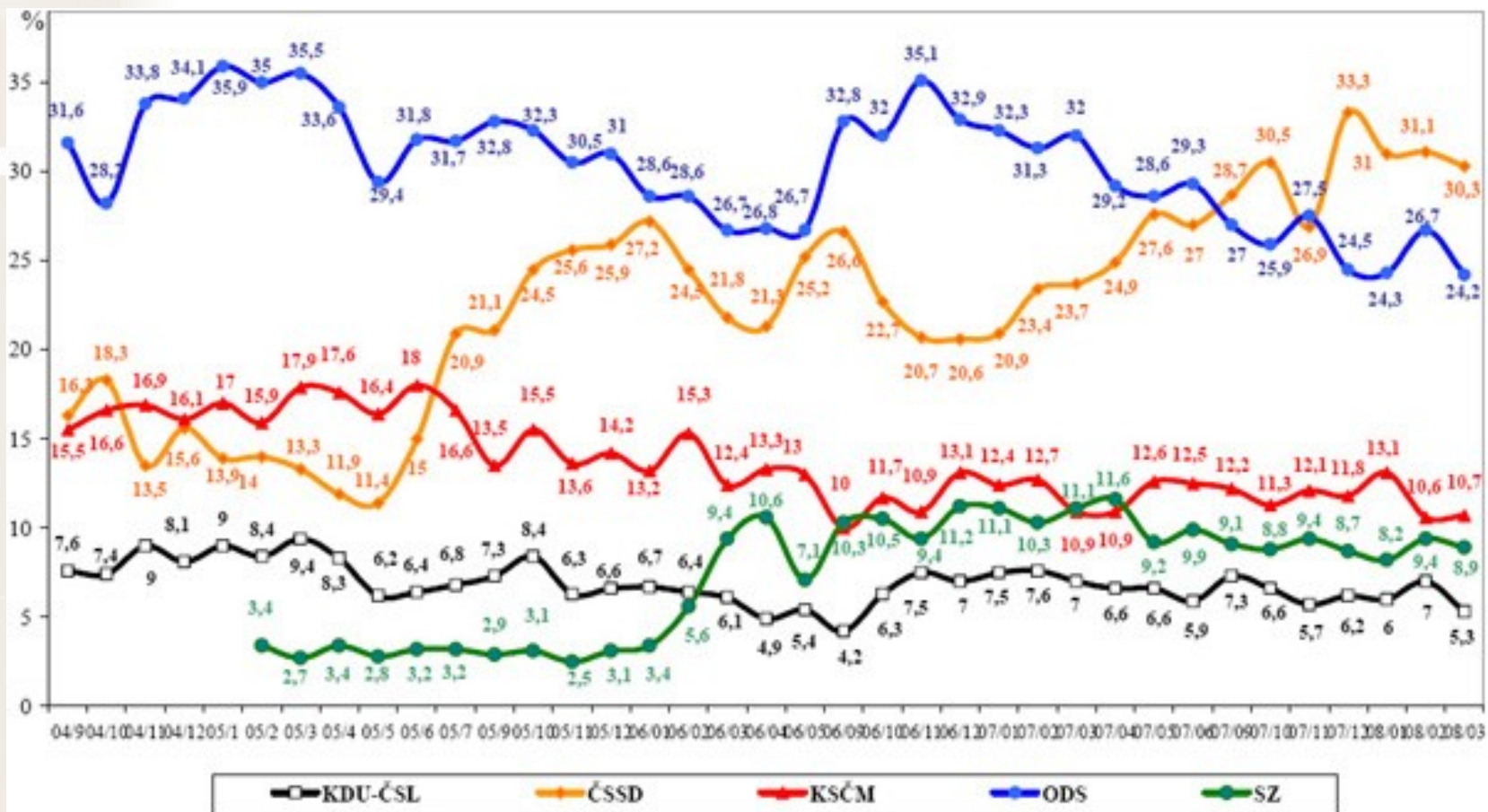
# ČASOVÁ ŘADA



**Vývoj počtu hospitalizací v lůžkových psychiatrických zařízeních (na 100 000 osob)**

*Pramen: Ústav zdravotnických informací a statistiky*

# ČASOVÁ ŘADA



Zdroj: STEM, Trendy 2004/9 - 2008/03

Preference politických stran v ČR v období od 8/2004 do 3/2008



# ČASOVÁ ŘADA

Definice (základní):

Časová řada je uspořádaná množina hodnot  $\{y_t : t=1, \dots, n\}$ , kde index  $t$  určuje čas, kdy byla hodnota  $y_t$  určena.

# ČASOVÁ ŘADA

Definice (základní):

Časová řada je uspořádaná množina hodnot  $\{y_t : t=1, \dots, n\}$ , kde index  $t$  určuje čas, kdy byla hodnota  $y_t$  určena.

Mnohé další modifikace:

- ☑ Časové okamžiky  $t$  jednotlivých pozorování nemusí být rovnoměrné  $\{y(t_i) : i=1, \dots, n\}$ .
- ☑ Každá hodnota může mít akumulární (integrační) charakter za určité období než že by vyjadřovala okamžitý stav

# ČASOVÁ ŘADA

Definice (základní):

Časová řada je uspořádaná množina hodnot  $\{y_t : t=1, \dots, n\}$ , kde index  $t$  určuje čas, kdy byla hodnota  $y_t$  určena.

Mnohé další modifikace:

- ☑ Hodnoty mohou být rozšířeny o násobná měření (vývoj hmotnosti každého experimentálního zvířete v dané skupině)
- ☑ Každý skalár  $y_t$  může být nahrazen vektorem  $p$  hodnot  $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, \dots, y_{pt})$

# ČASOVÉ ŘADY – CO S NIMI?

- ☑ **stručný popis jejích vlastností** (pomocí několika některých souhrnných statistik) – na jednoduchá data příliš složitý průběh



k popisu spíše funkce než jednoduchá hodnota, např.  
klouzavý průměr než střední hodnota;  
složky řady – trend, sezónní změny, pomalé a rychlé změny,  
nepravidelné oscilace – **frekvenční analýza**

- ☑ **predikce budoucích hodnot** – velká část analytických metod pro časové řady;

(**Predikce** (z [lat. prae-](#), před, a [dicere](#), říkat) znamená **předpověď** či [prognózu](#), tvrzení o tom, co se stane nebo nestane v [budoucnosti](#). Na rozdíl od [věštění](#) nebo hádání se slovo predikce obvykle užívá pro [odhady](#), opřené o [vědeckou hypotézu](#) nebo [teorii](#).)

# ČASOVÉ ŘADY – CO S NIMI?

- ✓ **monitorování průběhu a detekce významných změn** - např. sledování funkce ledvin po transplantaci;
- ✓ **modelování průběhu**
  - pochopení procesů způsobujících vznik dat;
  - pragmatický nástroj pro splnění výše uvedených cílů

všechno např. lineárních systémů – autoregresivní (AR), integrační (I), s klouzavým průměrem (moving average – MA)

# ČASOVÉ ŘADY – ZÁKLADNÍ POJMY

- ☑ všechny časové řady mají prakticky konečný rozsah, ale pro jejich teoretický popis je obvykle užitečné zabývat se jimi jako s důsledkem **nekonečného** procesu



nekonečné (náhodné) posloupnosti  $\{Y_i\}$   
nebo (náhodné) funkce  $\{Y(t)\}$

- z principu diskrétní proces;
- veličina **navzorkovaná** v určitých časových okamžicích - pravidelně; nepravidelně
- akumulace náhodné veličiny v určitém časovém intervalu

$$Y_t = \int_{t-\tau}^t X(s) ds$$

# TREND, VZÁJEMNÁ ZÁVISLOST, STACIONARITA

- ☑ **trend**  $\{Y(t)\}$  je (nenáhodná, deterministická) funkce  $\mu(t) = E[Y(t)]$ , kde  $E[.]$  označuje očekávanou, resp. střední hodnotu;
- ☑ **vzájemná závislost** odráží skutečnost, že dvě náhodné proměnné  $Y(t)$  a  $Y(s)$  jsou statisticky závislé, při nejmenší pro některé hodnoty  $(s,t)$  pro  $s \neq t$   
  
(korelační funkce, kovarianční funkce, autokorelační funkce, autokovarianční funkce)
- ☑ **stacionarita** – pravděpodobnostní struktura  $\{Y(t)\}$  nezávisí na počátku časové osy – bílý šum; **ergodicita**

# TREND, VZÁJEMNÁ ZÁVISLOST, STACIONARITA

## ☑ **model časové řady**

$$Y(t) = \mu(t) + U(t),$$

kde  $\mu(t)$  je trend a  $U(t)$  je (stacionární) náhodná funkce