



# SIGNÁLY A LINEÁRNÍ SYSTEMY



**prof. Ing. Jiří Holčík, CSc.**

[holcik@iba.muni.cz](mailto:holcik@iba.muni.cz)

© Institut biostatistiky a analýz



# III. SPOJITÉ SIGNÁLY

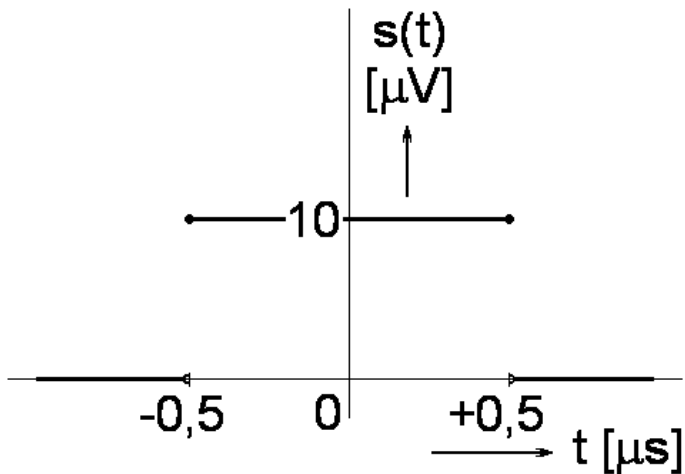
## POPIS V ČASOVÉ A FREKVENČNÍ DOMÉNĚ



# SIGNÁLY

## matematické modely - příklady

### ☑ jednorázový deterministický signál



$$s(t) = 10 \cdot 10^{-6} \text{ V pro } t \in \langle -0,5 \mu\text{s}; 0,5 \mu\text{s} \rangle$$

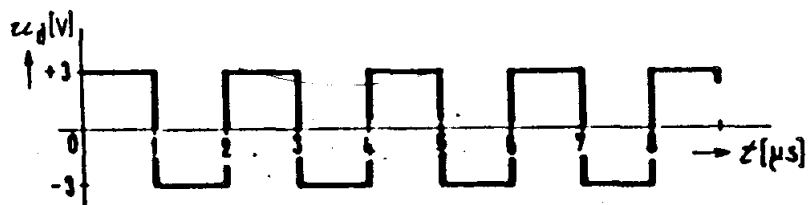
$$s(t) = 0 \text{ V pro } t \in (0,5 \mu\text{s}; \infty \rangle$$

$$s(t) = 0 \text{ V pro } t \in \langle -\infty; -0,5 \mu\text{s} \rangle$$

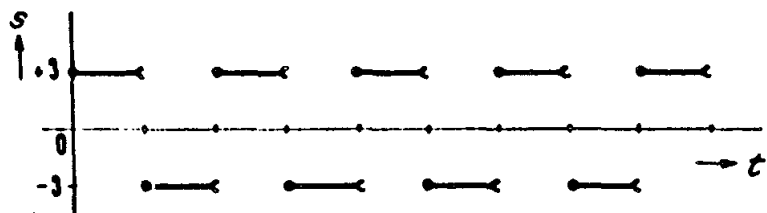
# SIGNÁLY

## matematické modely - příklady

### ☑ periodický deterministický signál



Deterministický fyzikální model datového signálu.



Graf matematického modelu signálu

$$s(t) = 3 \quad \text{pro } t \in \langle 0 \text{ s}; 10^{-6} \text{ s} \rangle$$

$$s(t) = -3 \quad \text{pro } t \in \langle 10^{-6} \text{ s}; 2 \cdot 10^{-6} \text{ s} \rangle$$

$$\forall n \in \mathcal{R}: s(t+n \cdot 2 \cdot 10^{-6}) = s(t)$$

# ZÁKLADNÍ OPERACE SE SIGNÁLY

## ☑ změna časového měřítka

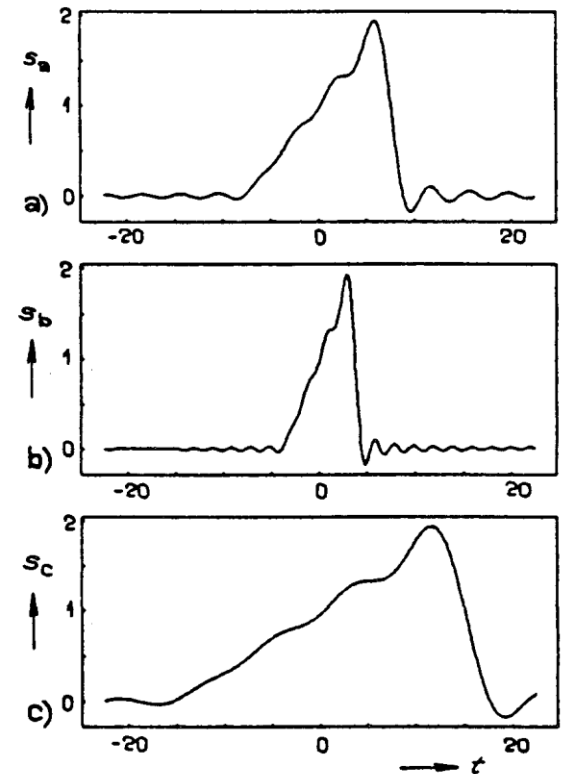
$$s(t) \sim s(mt),$$

kde  $m$  je kladné reálné číslo

$m > 1$  – časová komprese;

$m < 1$  – časová expanze

$m = 1$  – nic se neděje



Změna časového měřítka: a) původní signál; b) stlačený signál,  $m = 2$ ; c) roztažený signál,  $m = 0,5$ .

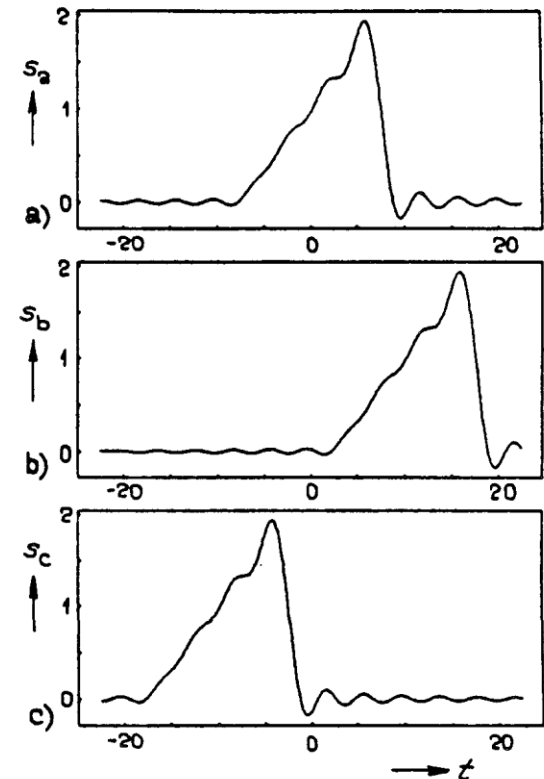
# ZÁKLADNÍ OPERACE SE SIGNÁLY

## ✓ posunutí v čase

$$s(t) \sim s(t+\tau),$$

$\tau$  je reálné, od nuly různé číslo;

$\tau > 0$  – zpoždění

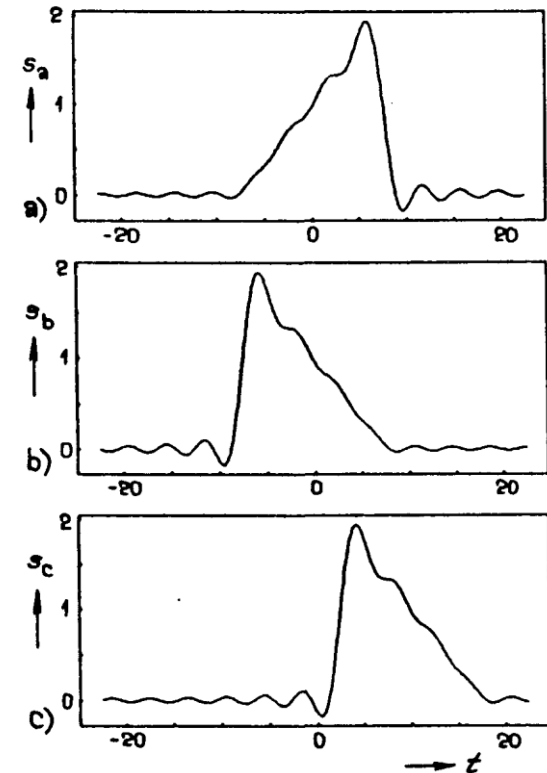


Posunutí v čase: a) původní signál  $s(t)$ , b) signál  $s(t - 10)$ , c) signál  $s(t + 10)$ .

# ZÁKLADNÍ OPERACE SE SIGNÁLY

## ☑ obrácení (inverze) časové osy

$$s(t) \sim s(-t) ,$$



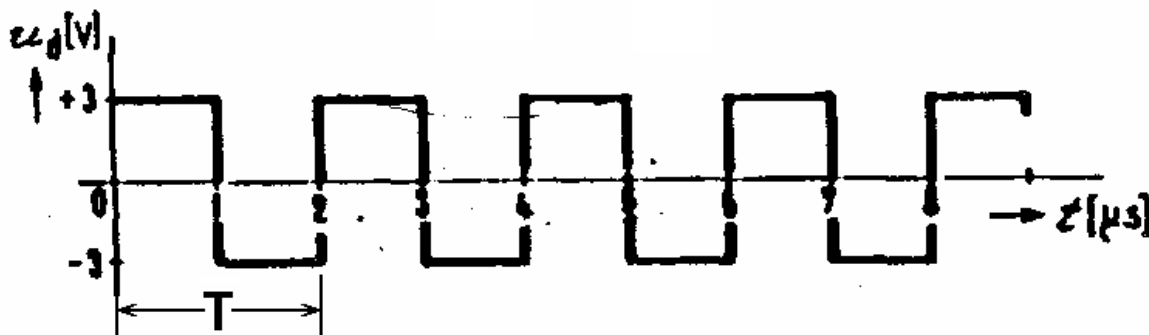
Reversace s translací: a) signál  $s(t)$ , b) signál obrácený,  $s(-t)$ ,  
c) signál obrácený i posunutý,  $s(10 - t)$ .

# PERIODICKÉ SIGNÁLY

- ✓ pro průběh periodického signálu platí vztah

$$s(t+nT) = s(t), \text{ pro } t \in \langle 0, T \rangle$$

kde  $n$  je celé číslo a  $T$  nazýváme **periodou** ( $T$  je nejmenší kladné číslo, pro které výše uvedený vztah platí)





# HARMONICKÝ SIGNÁL

☑ **harmonický signál** je definován funkcí

$$s(t) = C_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1),$$

kde

$C_1 > 0$  je **amplituda** harmonického signálu

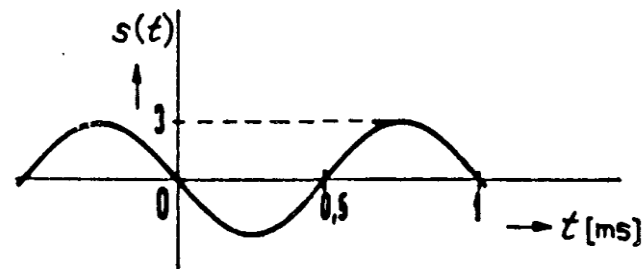
$\omega_1 > 0$  je **úhlový kmitočet** h.s.

$\varphi_1$  je **počáteční fáze**, tj. fáze v čase  $t=0$

$\omega_1 t + \varphi_1$  je **fáze** harmonického signálu

Perioda harmonického signálu je dána vztahem

$$T_1 = 2\pi / \omega_1$$



# HARMONICKÝ SIGNÁL

☑ další definice

$$s(t) = \operatorname{Re}\{\hat{S}(t)\} = \operatorname{Re}\{C_1 \cdot \exp[j(\omega_1 t + \varphi_1)]\}$$

(vyplývá z Eulerových vztahů)

# HARMONICKÝ SIGNÁL

kupodivu lze použít i vztah

$$s(t) = \operatorname{Re}\{C_1 \cdot \exp[j(-\omega_1 t - \varphi_1)]\} = \operatorname{Re}\{\hat{S}^*(t)\}$$

**pozor !!! pozor**

- záporný kmitočet - ale funguje to

# HARMONICKÝ SIGNÁL

Protože platí

$$s(t) = \operatorname{Re}\{\hat{S}(t)\} = \operatorname{Re}\{\hat{S}^*(t)\} \text{ a } \operatorname{Im}\{\hat{S}(t)\} = -\operatorname{Im}\{\hat{S}^*(t)\}$$

je i

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot \{\hat{S}(t) + \hat{S}^*(t)\}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot \{C_1 \exp(j\varphi_1) \cdot \exp(j\omega_1 t)\} + \\ + \frac{1}{2} \cdot \{C_1 \exp(-j\varphi_1) \cdot \exp(-j\omega_1 t)\}$$

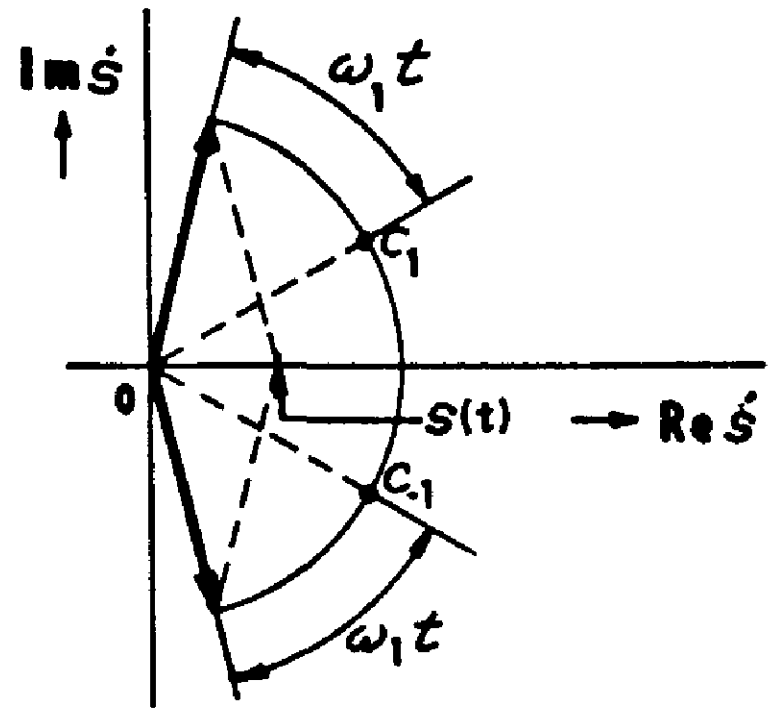
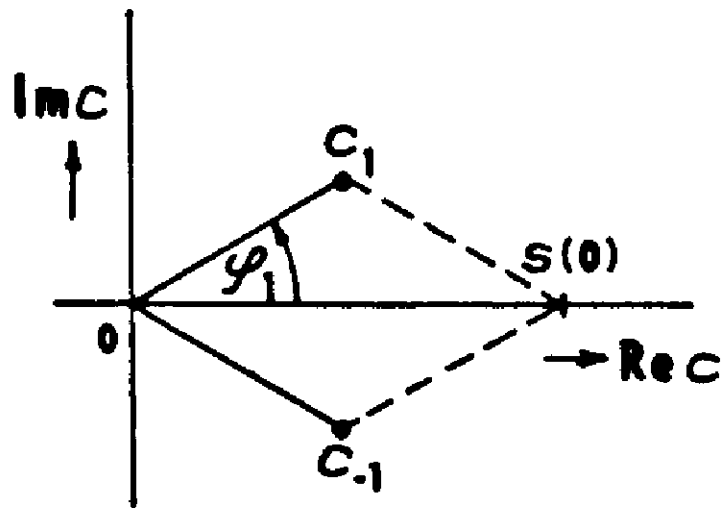
Označíme-li

$$c_1 = \frac{1}{2} \cdot C_1 \exp(j\varphi_1) \quad \text{a} \quad c_{-1} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \exp(-j\varphi_1)$$

je

$$s(t) = c_1 \cdot \exp(j\omega_1 t) + c_{-1} \cdot \exp[j(-\omega_1)t]$$

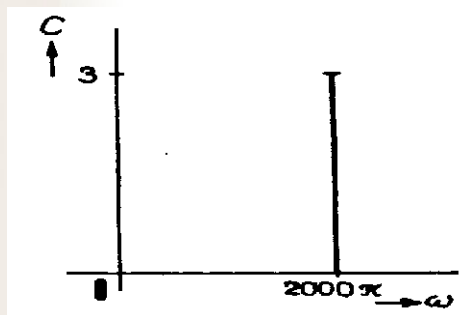
# HARMONICKÝ SIGNÁL



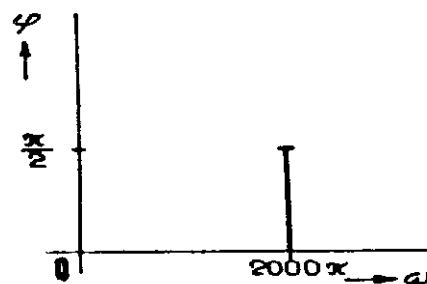
# HARMONICKÝ SIGNÁL

- ☑ tříparametrický harmonický signál lze graficky vyjádřit pomocí dvou bodů v rovinách  
amplituda  $\times$  úhlový kmitočet a počáteční fáze  $\times$  úhlový kmitočet:

$$C_1 = C_1(\omega) \quad \text{a} \quad \varphi_1 = \varphi_1(\omega);$$



**spektrum** amplitud



**spektrum** počátečních fází

# FREKVENČNÍ SPEKTRUM



**Frekvenční spektrum** signálu je vyjádření rozložení amplitud a počátečních fází jednotlivých harmonických složek, ze kterých se signál skládá, v závislosti na frekvenci.

**! ZAPAMATOVAT NA VĚKY !**

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

- ✓ Fourierova analýza – snaha vyjádřit (rozložit, rozvinout) signál jako součet jednoduchých funkcí (harmonických signálů, složek).
- ✓ počty těchto harmonických složek, jejich amplitudy, frekvence a fázové posuny charakterizují analyzovaný signál.
- ✓ Fourierova řada
- ✓ Fourierův integrál, Fourierova transformace
- ✓ Fourierovy řady mohou být vyjádřeny buď v **trigonometrickém** nebo **komplexním** tvaru.
- ✓ zpracovávat můžeme spojité nebo diskrétní signály.



# TAYLORŮV ROZVOJ

Nechť funkce  $f(x)$  má v okolí  $U(x_0)$  bodu  $x_0$  derivace až do řádu  $n+1$  včetně

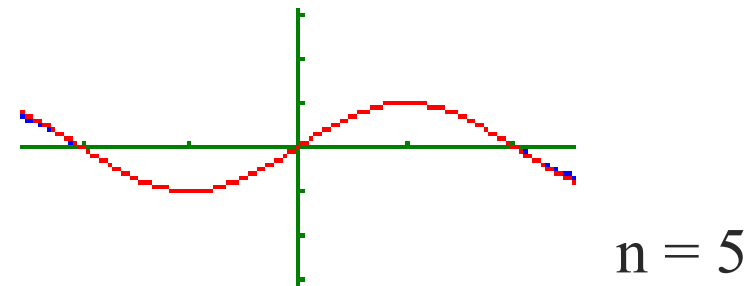
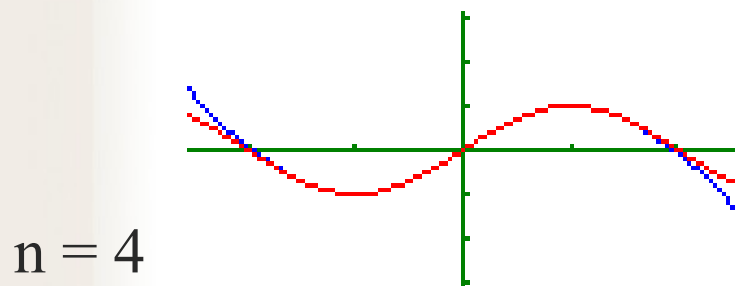
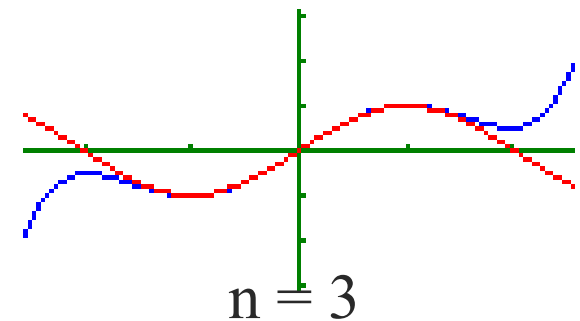
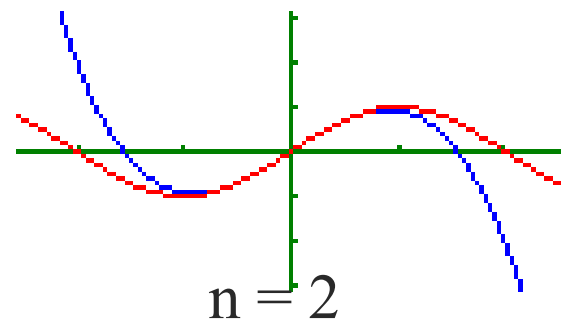
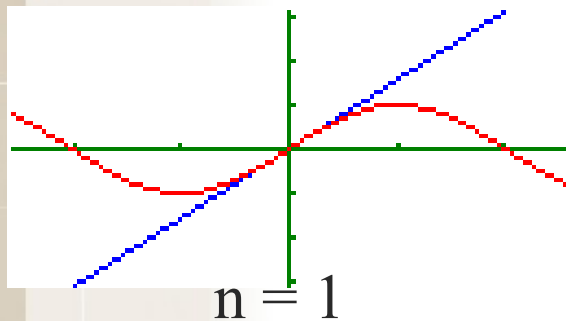
Taylorova řada

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \mathcal{R}_n(x)$$

Maclaurinova řada, tj. Taylorova řada pro  $x_0 = 0$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \mathcal{R}_n(x)$$

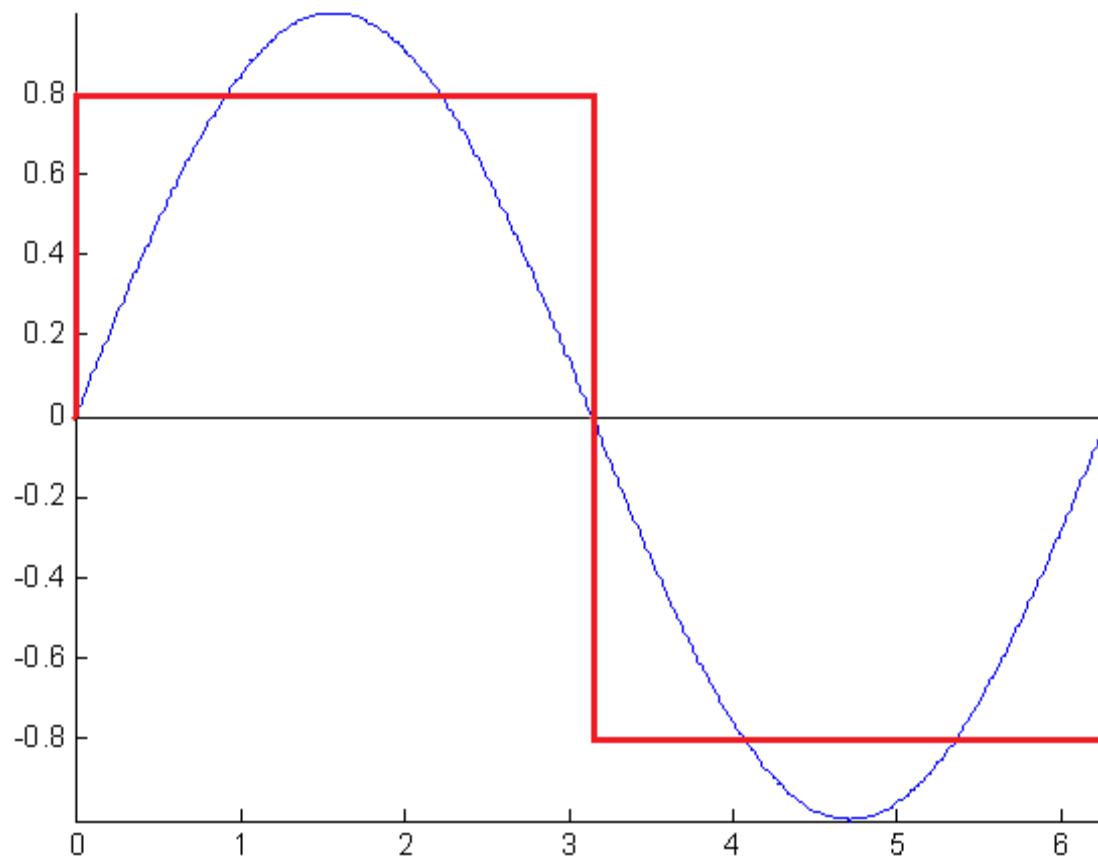
# TAYLORŮV ROZVOJ FUNKCE $y = \sin(x)$ PRO $x = 0$

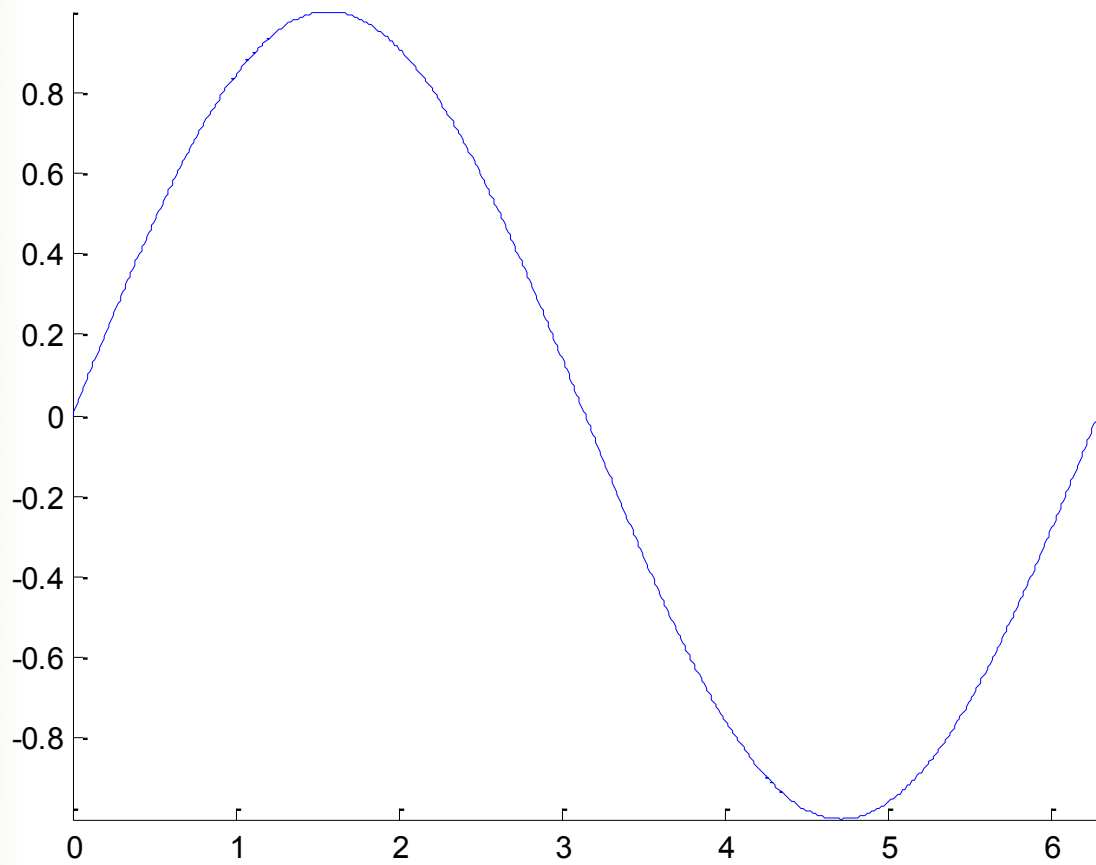


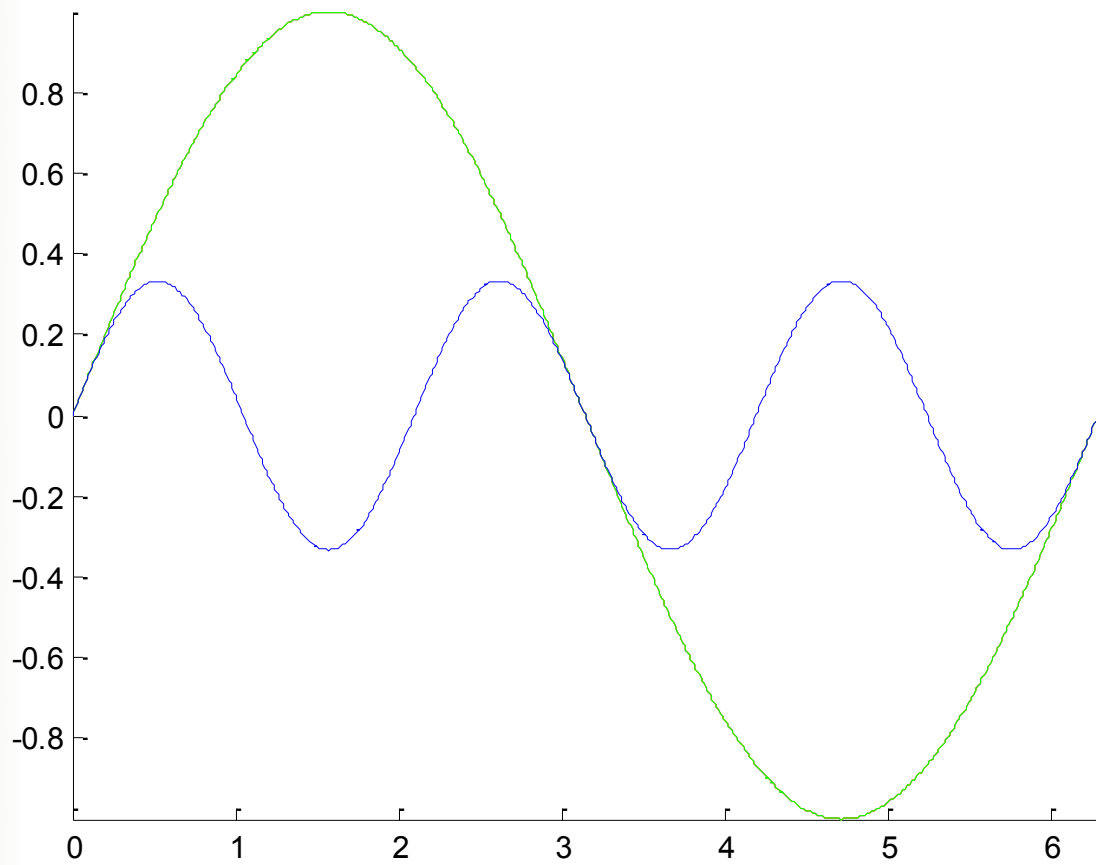
$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

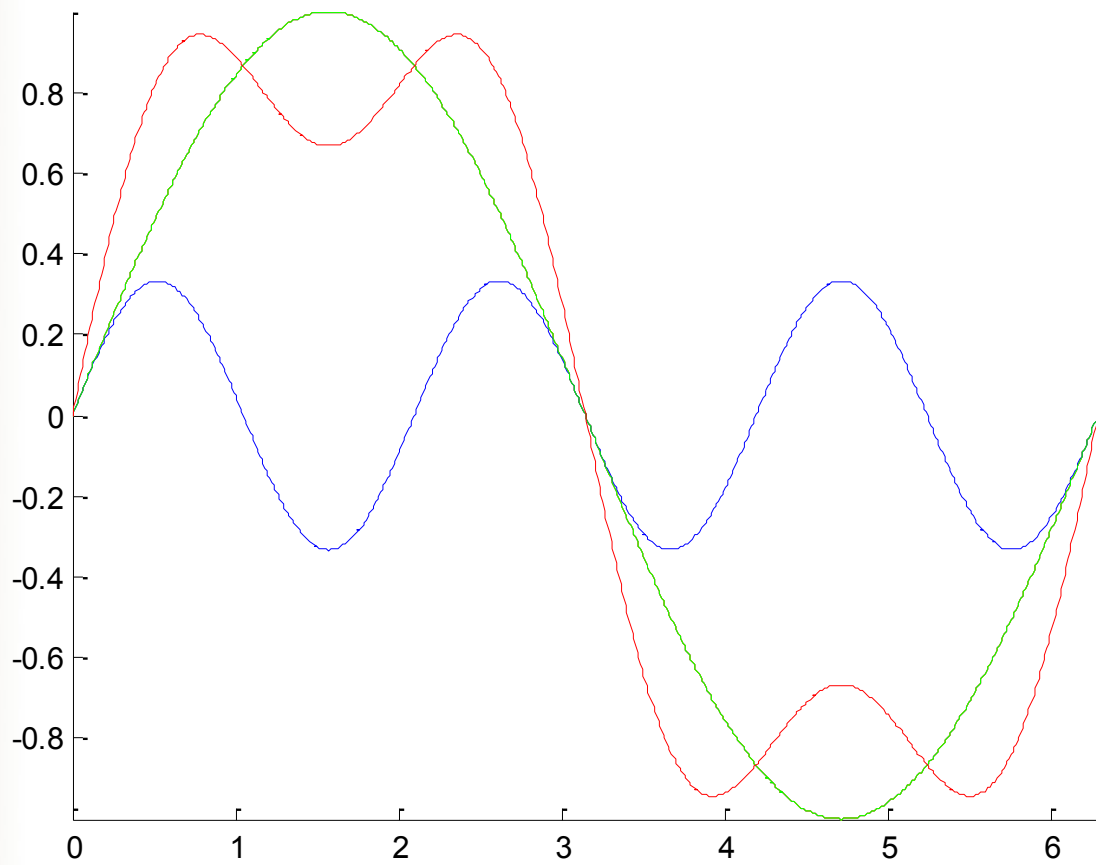
# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY FOURIEROVY ŘADY

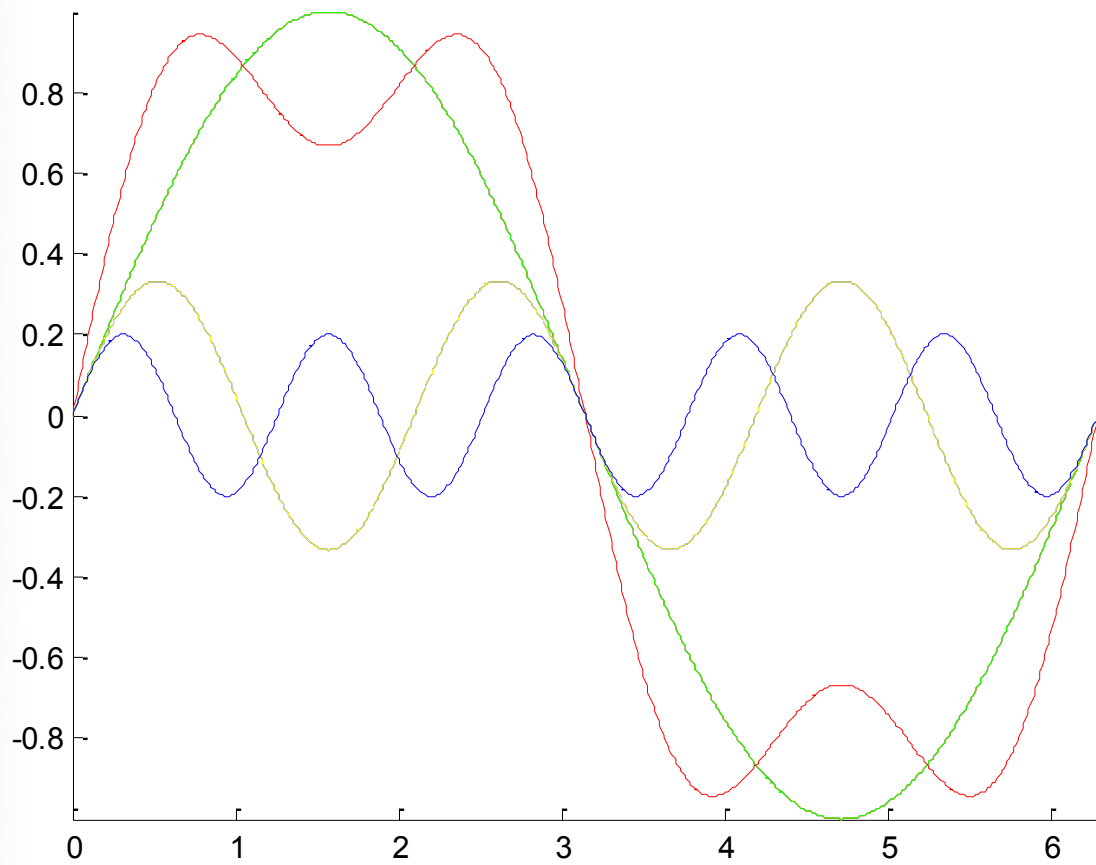
- ☑ poznali jsme, že funkci je možné vyjádřit jako **mocninou řadu**
- jinou možností je vyjádřit funkci jako trigonometrickou řadu (tj. jako součet harmonických signálů (funkcí)).
- pomocí trigonometrických řad lze vyjádřit obsáhlejší třídu funkcí než mocninnými řadami.



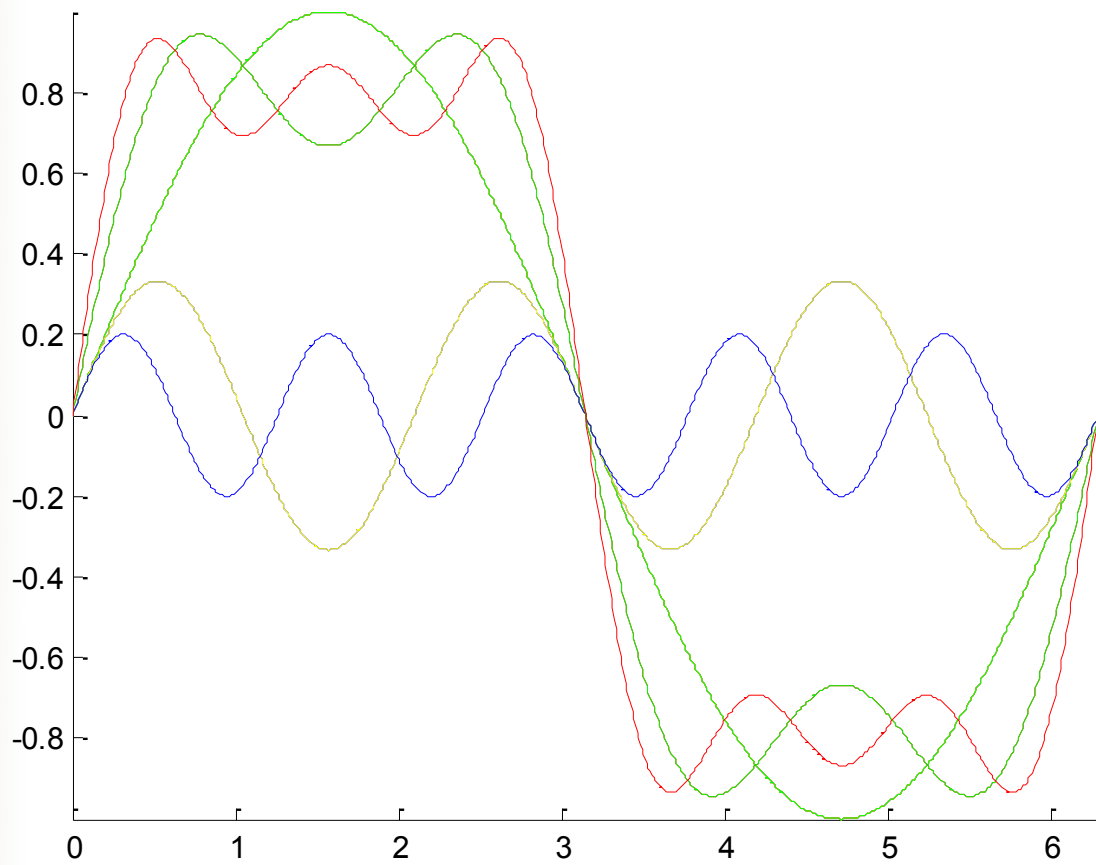


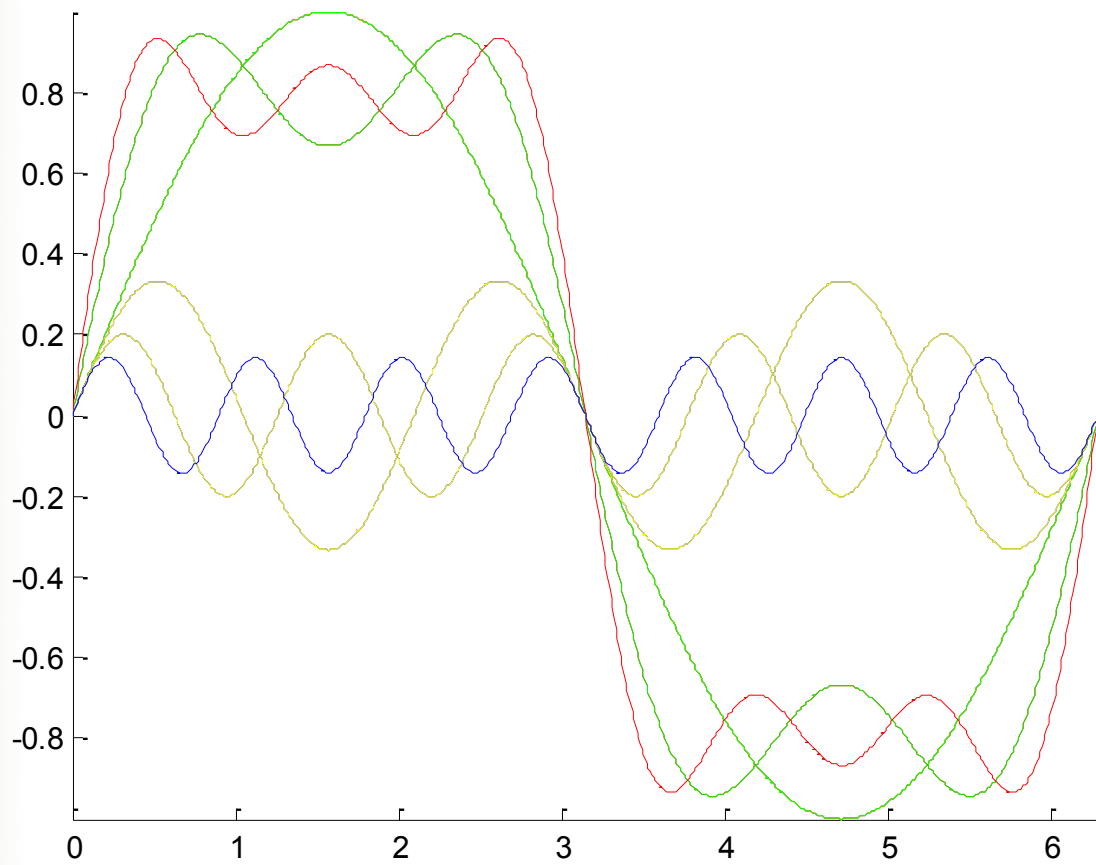


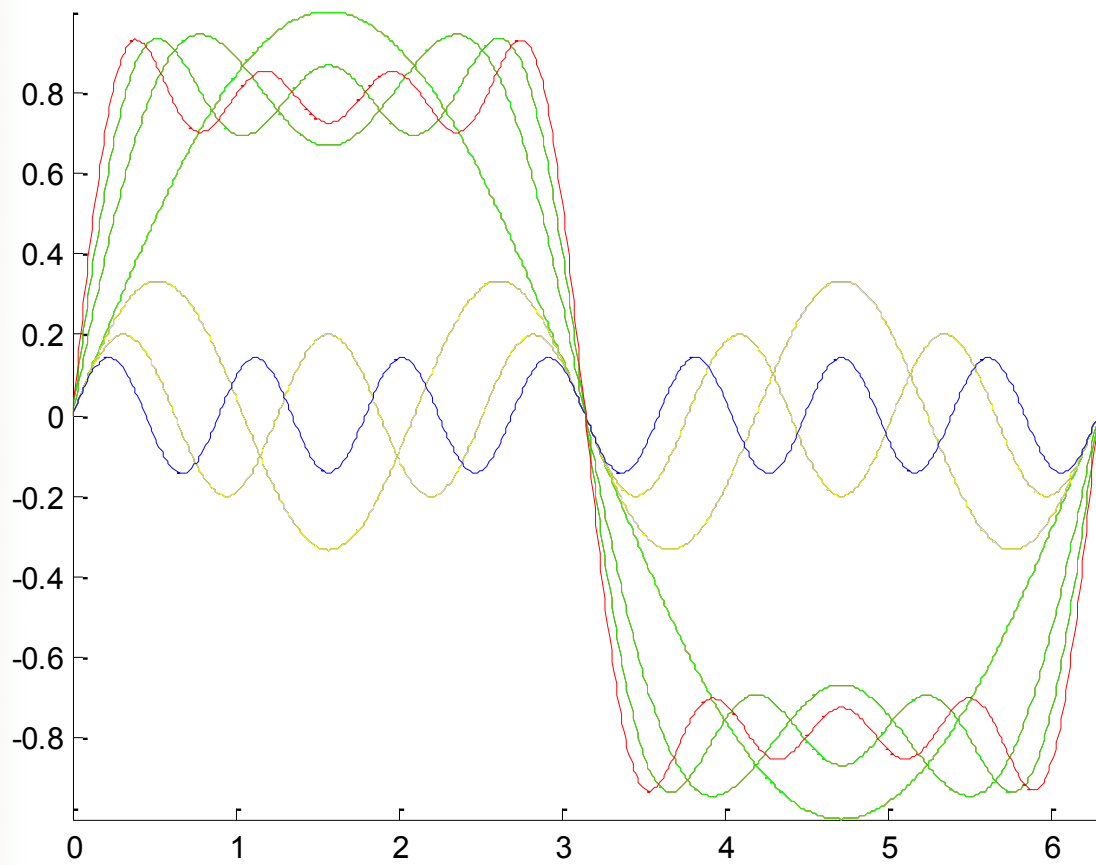


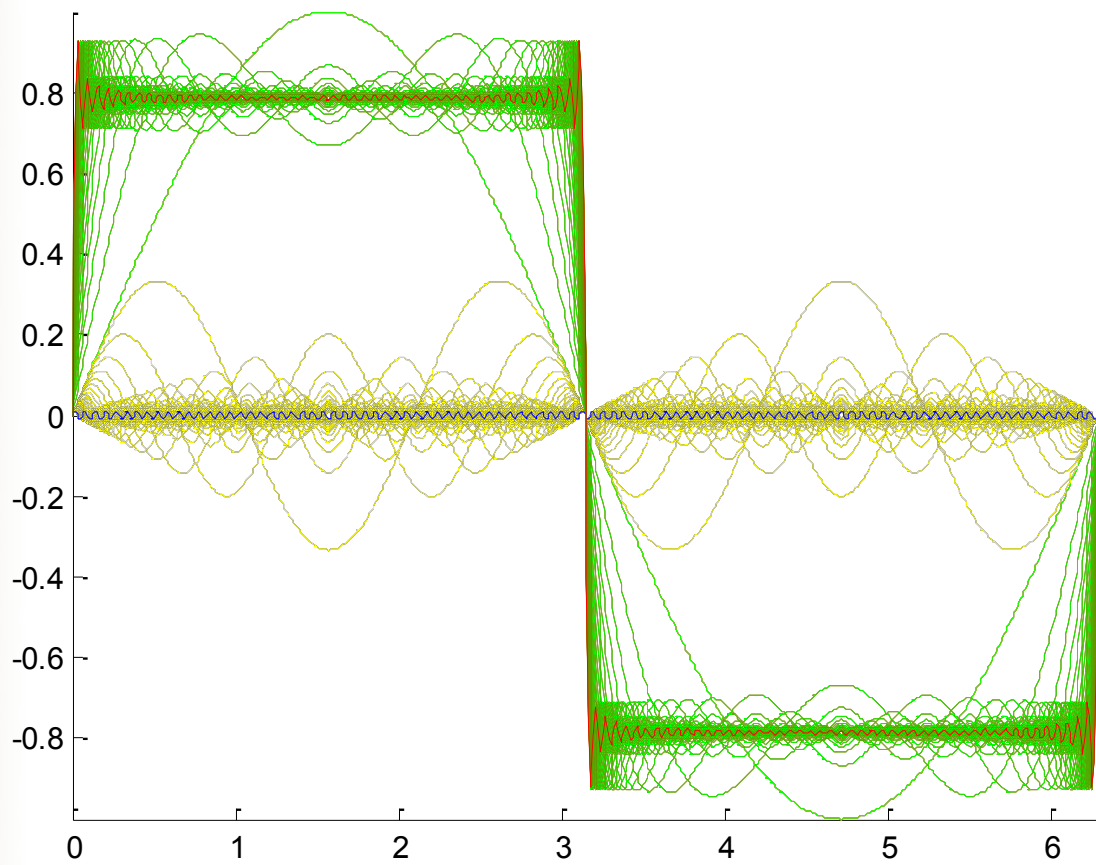












# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

### Trigonometrická řada

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

- uvedený vztah můžeme psát pouze tehdy, jestliže řada na pravé straně konverguje.
- konverguje-li řada, potom je její součet periodickou funkcí proměnné  $x$  s periodou  $2\pi$ .

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

- ☑ každou periodickou funkci  $f(x) = f(x+kX)$ , která splňuje tzv. **Dirichletovy podmínky** lze vyjádřit uvedenou trigonometrickou řadou, kde se koeficienty (**amplitudy**)  $a_n, b_n$  vypočítají ze vztahů

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

### Dirichletovy podmínky

↗ Funkce musí být absolutně integrovatelná přes jednu periodu tj.

$$\int_{t_+}^{t_+ - T} |f(t)| dt < \infty$$

↗ Funkce musí mít na intervalu  $(t; t + T)$  konečný počet nespojitostí a konečný počet maxim i minim.

- Dirichletovy podmínky jsou postačující, nikoliv nutné.
- Všechny fyzikálně realizovatelné funkce splňují D.p.

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

- ✓ uvedená trigonometrická řada s koeficienty určenými z výše uvedených vztahů se nazývá (**trigonometrická**) **Fourierova řada** (příslušná k funkci  $f$ ).
- ✓ Fourierova řada se zjednoduší, je-li funkce  $f$  lichá nebo sudá.
- ✓ Pro lichou funkci platí

$$a_n = 0, \quad b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

$$f(x) = b_1 \sin \frac{\pi x}{L} + b_2 \sin \frac{2\pi x}{L} + b_3 \sin \frac{3\pi x}{L} + \dots$$



# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

- Pro sudou funkci platí

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx \, dx \quad b_n = 0$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x + \dots$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

*Příklad 1:* Rozviňme funkci  $f(x) = x$  ve Fourierovu řadu.

Funkce  $f(x)$  je lichá, a proto  $a_n = 0$ . Koeficienty  $b_n$  spočítáme ze vztahu

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \sin nx \, dx$$

Integrací per partes dostaneme

$$\int_0^{\pi} x \sin nx \, dx = \left[ -\frac{x}{n} \cos nx \right]_0^{\pi} + \frac{1}{n} \int_0^{\pi} \cos nx \, dx = \frac{\pi}{n}$$

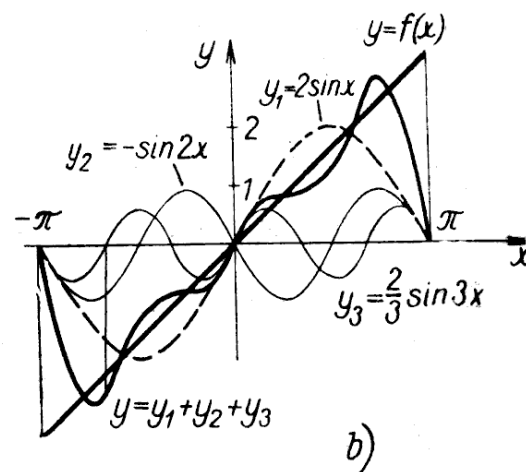
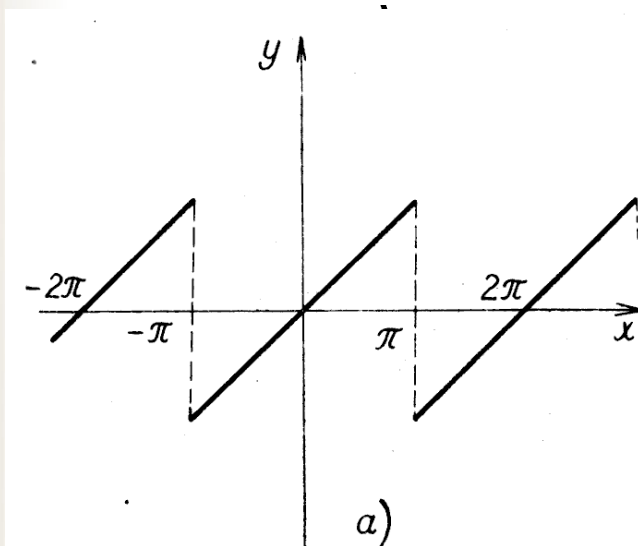
# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

Koeficient  $b_n$  je tedy  $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$

Výsledná Fourierova řada má tvar

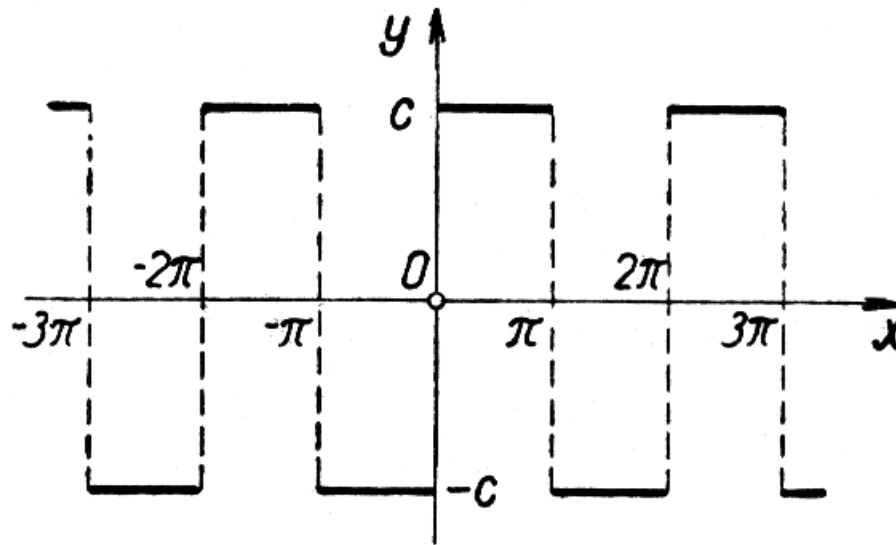
$$f(x) = x = 2 \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x - \dots$$



# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY FOURIEROVY ŘADY

*Příklad 2:* Rozviňme ve Fourierovu řadu funkci

$$f(x) = \begin{cases} c & \text{pro } x < 0 \\ -c & \text{pro } 0 < x < \pi \end{cases}$$



# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

- Funkce  $f(x)$  je lichá, a proto  $a_n = 0$ . Koeficienty  $b_n$  spočítáme takto

$$b_n = \frac{c}{\pi} \left( \int_0^{\pi} \sin x dx - \int_{-\pi}^0 \sin x dx \right) = \frac{2c}{\pi} \cos x \Big|_0^{\pi}$$

- Pro  $n$  sudé je  $b_n = 0$ , pro  $n$  liché je

$$b_n = \frac{4c}{\pi n}$$

- Výsledná Fourierova řada má tvar

$$f(x) = \frac{4c}{\pi} \left( \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right)$$

# ZVOLNA DO FOURIEROVY ANALÝZY

## FOURIEROVY ŘADY

- ☑ Zevšeobecnění pro funkce s periodou  $T$ .

Fourierova řada (příslušná k funkci  $f$ ) má tvar

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{2\pi n t}{T} + b_n \sin \frac{2\pi n t}{T} \right),$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos \frac{2\pi n t}{T} dt, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin \frac{2\pi n t}{T} dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

# FOURIEROVA ŘADA V KOMPLEXNÍM TVARU

- ☑ každou periodickou funkci  $f(t+kT)=f(t)$ , (která vyhovuje Dirichletovým podmínkám), můžeme rozložit ve Fourierovu řadu

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\Omega t} \quad \Omega = 2\pi/T$$

kde  $c_n$  jsou komplexní **Fourierovy koeficienty**

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\Omega t} dt$$

$\Omega$  – úhlový kmitočet základní harmonické složky (**základní harmonická**);

# FOURIEROVA ŘADA V KOMPLEXNÍM TVARU

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega t} dt$$

pro  $n = 0$  je

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt ,$$

což je střední hodnota funkce  $f(t)$ .

Pro reálné funkce  $f(t)$  je  $c_{-n} = c_n^*$ .



# HARMONICKÁ FOURIEROVA ŘADA

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\Omega t - \varphi_n)$$

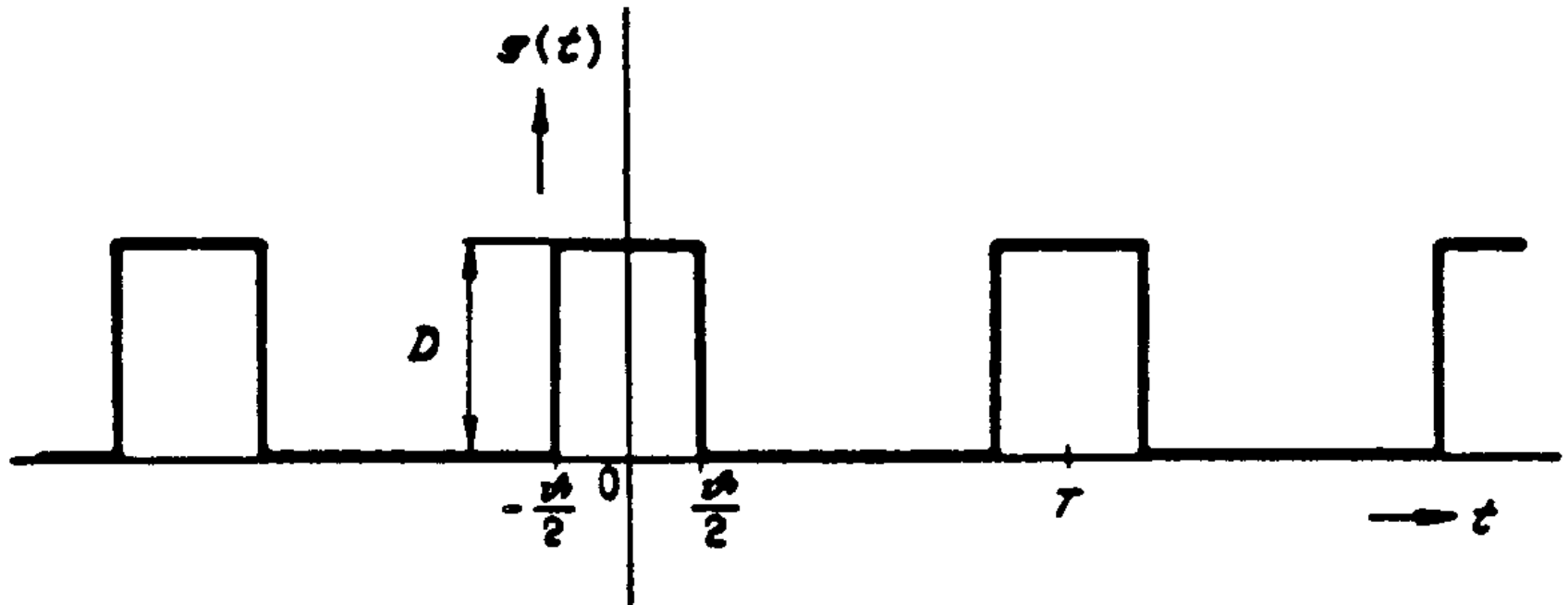
kde výraz

$$C_n \cos(\Omega t - \varphi_n)$$

nazýváme n-tou harmonickou složkou signálu  $s(t)$

# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU



# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU

Pomocný výpočet:

$$I(n, \omega) = \int_{-a}^a e^{jn\omega t} dt$$

Pro  $n = 0$  je

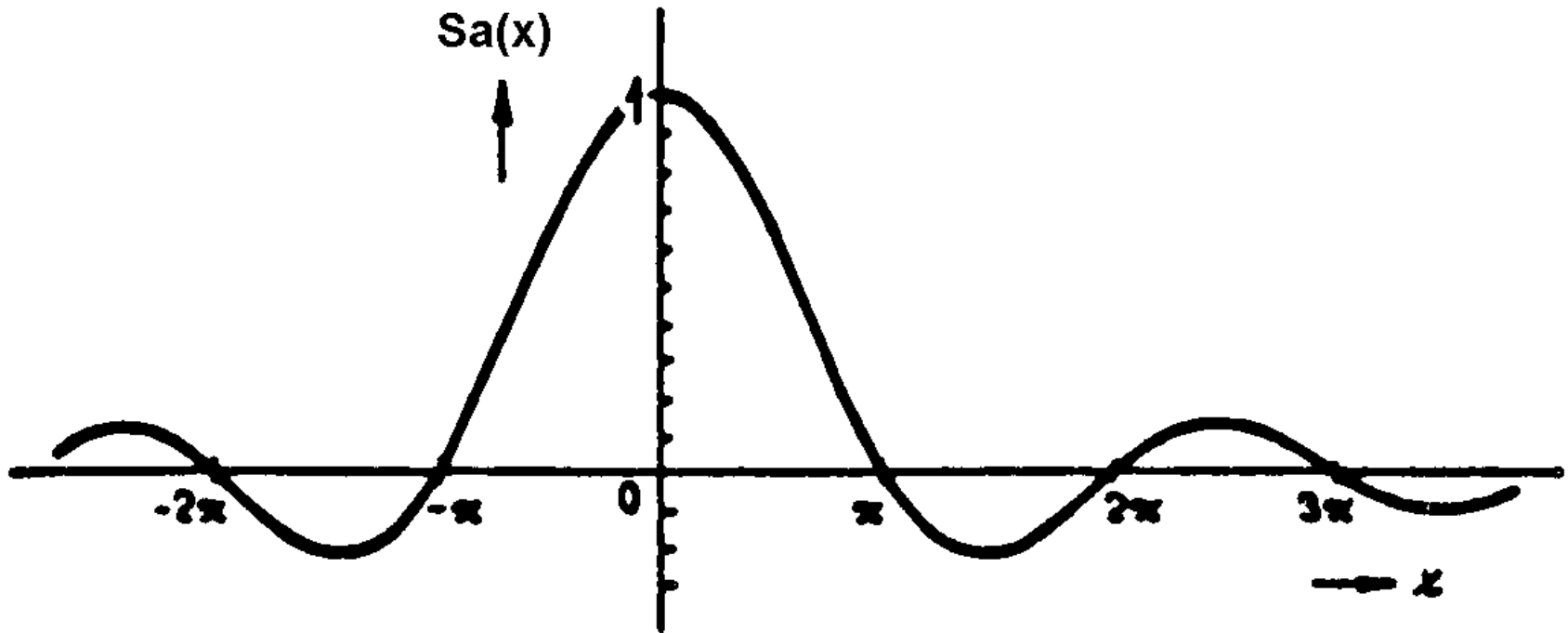
$$I(0) = 2a$$

Pro  $n \neq 0$

$$I(n, \omega) = \int_{-a}^a e^{jn\omega t} dt = \frac{e^{jn\omega t}}{jn\omega} \Big|_{-a}^a = \frac{e^{jn\omega a} - e^{-jn\omega a}}{jn\omega} = \frac{2 \sin(n\omega a)}{n\omega}$$

# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU



# PŘÍKLADY

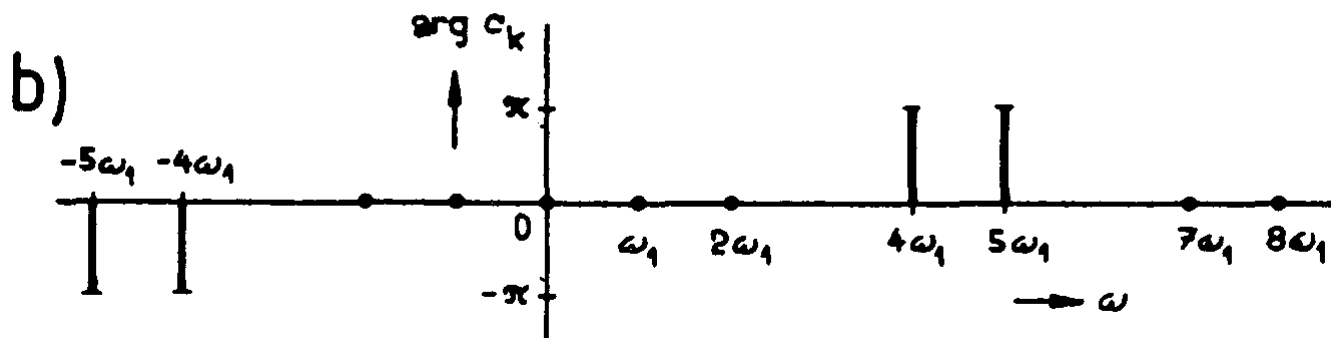
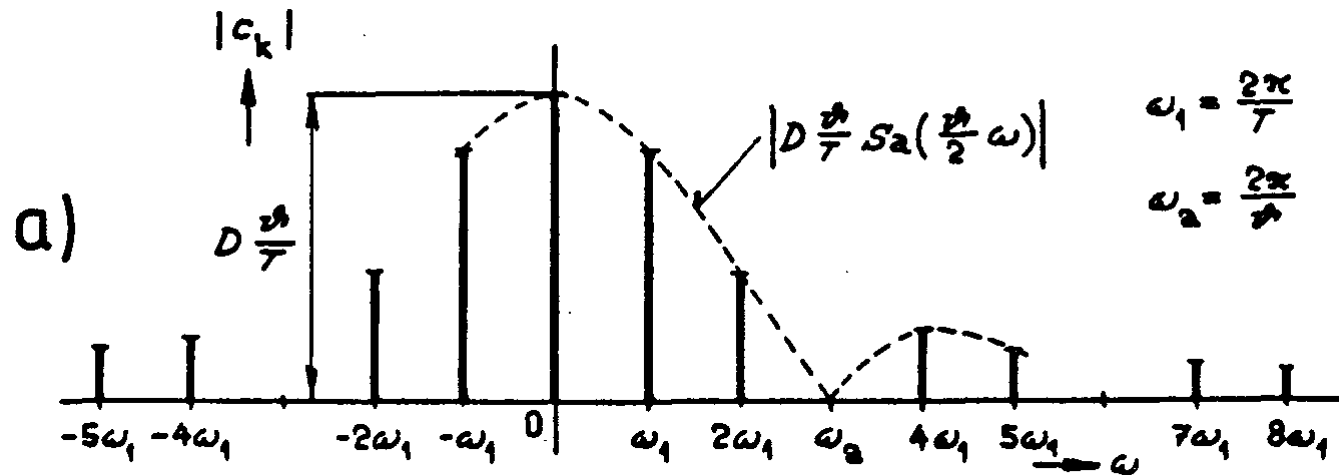
## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU

Šířka impulsů –  $\vartheta$ , výška –  $D$ , perioda  $T$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega t} dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} D e^{-jn\omega t} dt = \frac{D}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-jn\omega t} dt = \dots = \frac{D}{T} \cdot \frac{2\vartheta \cdot \text{sinc}(\frac{\vartheta}{2} \cdot n\omega)}{2} = \frac{D\vartheta \cdot \text{sinc}(\frac{\vartheta}{2} \cdot n\omega)}{T}$$

# PŘÍKLADY

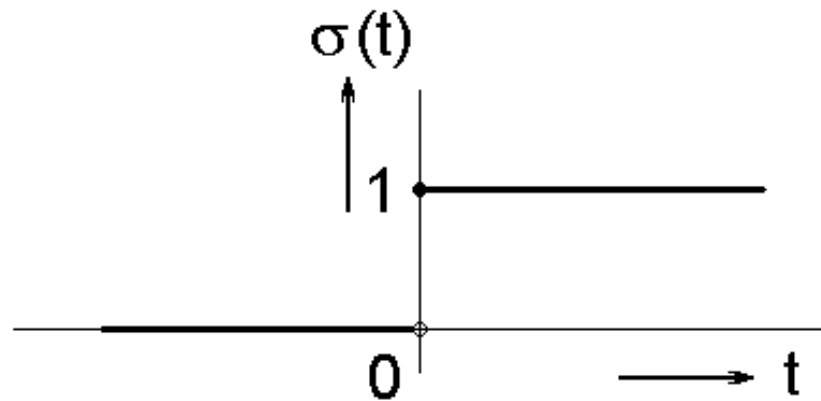
## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO PULSU



# JEDNORÁZOVÉ SIGNÁLY

- ☑ jednotkový skok (Heavisidova funkce)

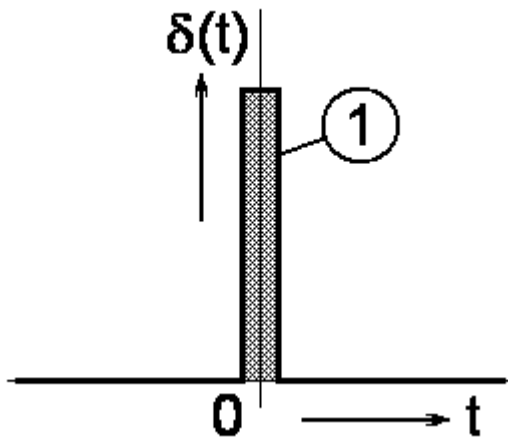
$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t < 0 \\ 1 & \text{pro } t \geq 0 \end{cases}$$



# JEDNORÁZOVÉ SIGNÁLY

- ☑ jednotkový impuls (Diracův impuls) -  $\delta(t)$   
splňuje vztah

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - \tau) dt = f(\tau)$$



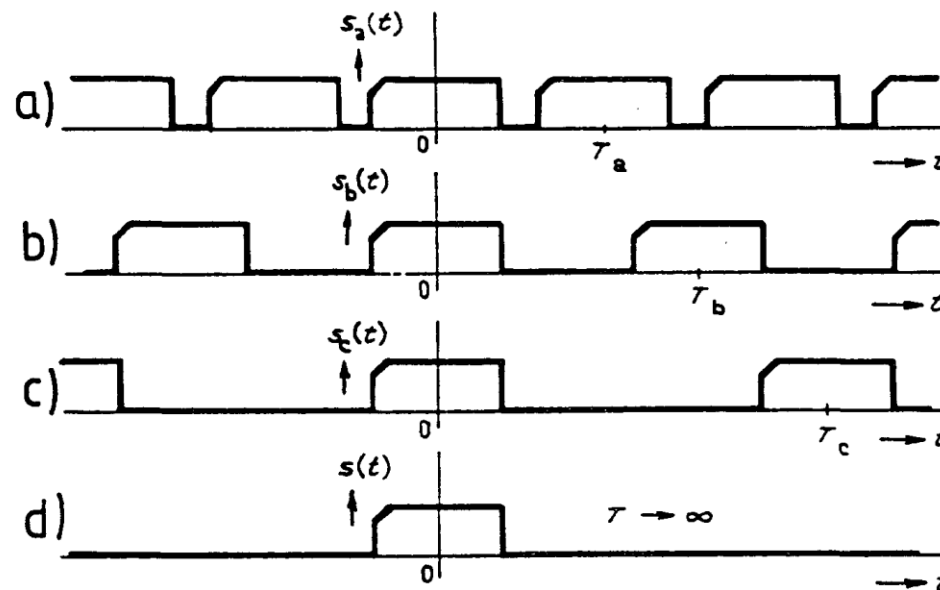
## zjednodušeně:

jednotkový impuls  $\delta(t)$  je velice úzký (limitně s nulovou šířkou) a velice (limitně nekonečně) vysoký obdélníkový impuls, jehož výška je rovna převrácené hodnotě šířky  $\Rightarrow$  **mohutnost** je jednotková



# FOURIEROVA TRANSFORMACE

- ☑ zavádí spektrální popis jednorázových (aperiodických) signálů – můžeme jej získat z Fourierovy řady limitním prodloužením periody signálu  $T \rightarrow \infty$



# FOURIEROVA TRANSFORMACE

- ☑ kmitočet základní harmonické složky

$$\Omega = 2\pi/T$$

když  $T \rightarrow \infty$ , pak  $\Omega \rightarrow d\omega \rightarrow 0$

Graficky to představuje zhušťování spektrálních čar s prodlužující se periodou až v limitním případě je vzdálenost mezi spektrálními čarami nulová. Pro aperiodický signál budou spektrální čáry na sebe navazovat -  $n\Omega \rightarrow \omega$

$$s(t) = \sum_n C_n e^{in\Omega t}$$

Suma ve výše uvedeném vztahu přechází v integrál s mezemi od  $-\infty$  do  $\infty$ .

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{jn\omega t} dt$$

pro  $T \rightarrow \infty$  je  $T = 2\pi/d\omega$ , meze integrálu budou pro nekonečně trvající signál od  $-\infty$  do  $\infty$ . Pro  $T \rightarrow \infty$  budou rovněž amplitudy spojitého spektra jednorázového impulsu nekonečně malé. Dosadíme za  $C_n$  do vztahu na předchozím obrázku

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(t) e^{-j(\omega t + \tau)} d\omega d\tau$$

Označme

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(t) e^{-j\omega t} dt$$

**Fourierova  
transformace**

Funkci  $S(\omega)$  nazveme **spektrální funkcí signálu**. Ta už nevyjadřuje skutečné zastoupení jednotlivých harmonických složek signálu, nýbrž jen jejich poměrné zastoupení.

Fourierova transformace převádí signál (funkci)  $s(t)$  z časové domény na funkci  $S(\omega)$  v kmitočtové oblasti.

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

Pro časovou funkci můžeme psát vztah

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

**zpětná Fourierova transformace**

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

## VLASTNOSTI

Princip superpozice ( ! podmínka linearity ! )

$$s_1(t) + s_2(t) \sim S_1(\omega) + S_2(\omega)$$

$$a \cdot s(t) \sim a \cdot S(\omega)$$

Lineární kombinaci signálů odpovídá lineární kombinace jejich spekter

Změna znaménka

$$s(-t) \sim S^*(\omega)$$

Změna měřítka

$$s(t/a) \sim a \cdot S(a\omega), \text{ kde } a > 0$$

# FOURIEROVA TRANSFORMACE

## VLASTNOSTI

### Translace funkce

$$s(t-\tau) \sim S(\omega) \cdot e^{-j\omega\tau}$$

### Transpozice spektra

$$S(\omega-\Omega) \sim s(t) \cdot e^{-j\Omega t}$$

### Konvoluce funkcí

$$s_1(t) * s_2(t) = \int_{-\infty}^t s_1(x) \cdot s_2(t-x) dx \approx S_1(\omega) \cdot S_2(\omega)$$

# PŘÍKLADY

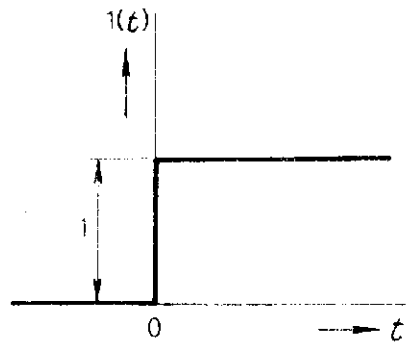
## SPEKTRUM JEDNOTKOVÉHO SKOKU

Jednotkový skok  $\sigma(t)$  nevyhovuje podmínke absolútnej integrovateľnosti, nemá Fourierův integrál.

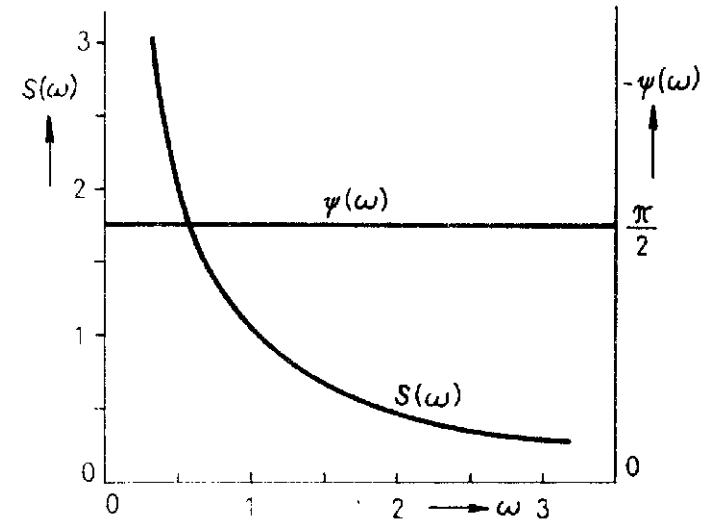
Pomůžeme si pomocí funkce  $A \cdot e^{-\beta t}$ .

Pro  $A=1$  a  $\beta=0$  je tato funkce ekvivalentní jednotkovému skoku.

Platí tedy, že  $S(\omega)=1/$



a)

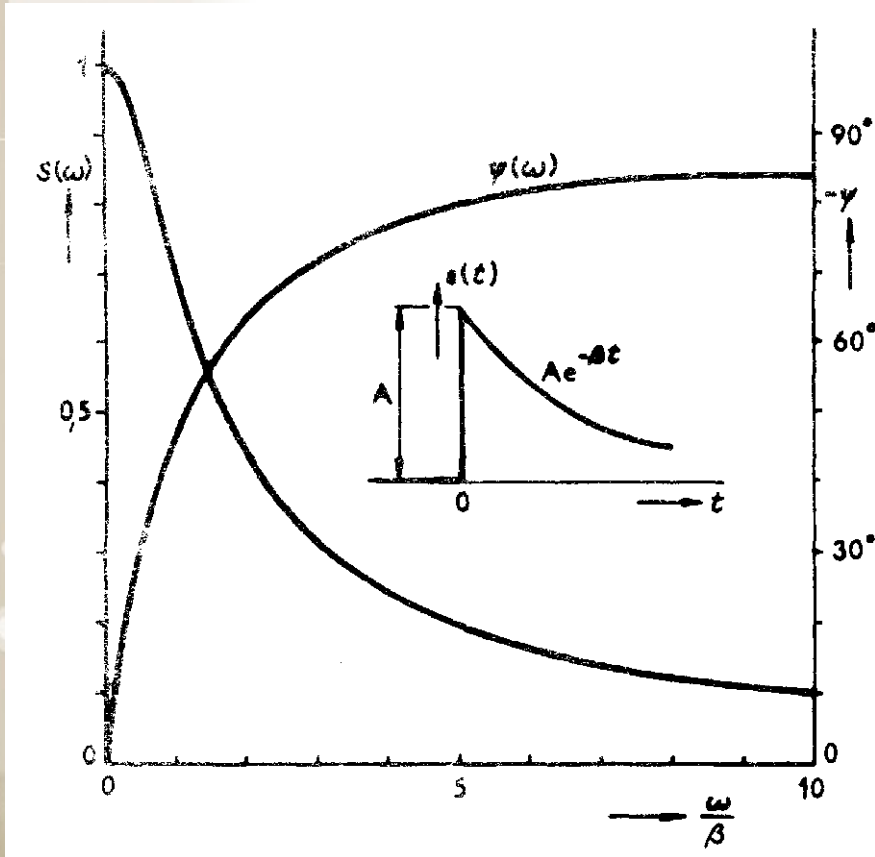


b)



# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM JEDNOTKOVÉHO SKOKU

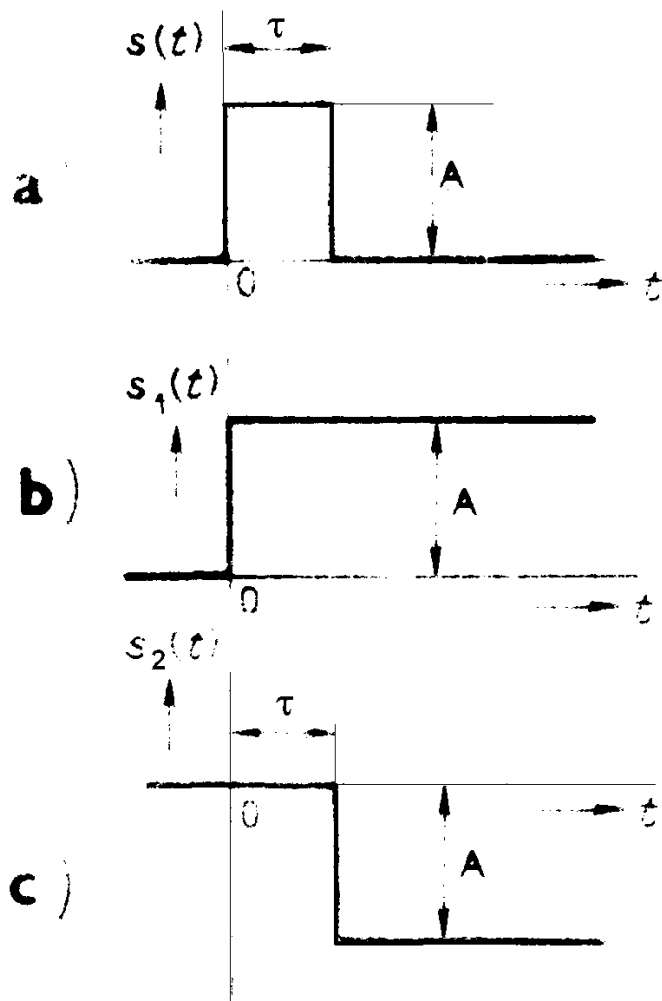


$$s(t) = \begin{cases} Ae^{-\beta t} & \text{pro } t \geq 0 \\ 0 & \text{pro } t < 0 \end{cases}$$

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} Ae^{-\beta t} \cdot e^{j\omega t} dt = \frac{A}{j\omega + \beta}$$

# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO IMPULSU



$$s(t) = A \cdot \sigma(t) - A \cdot \sigma(t - \tau)$$

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{\tau} A e^{-j\omega t} dt - \int_{\tau}^{\infty} A e^{-j\omega t} dt$$

$$= \frac{A}{-j\omega} \left( e^{-j\omega t} \Big|_0^{\tau} - e^{-j\omega t} \Big|_{\tau}^{\infty} \right) = \frac{A}{-j\omega} \left( e^{-j\omega \tau} - 1 + e^{-j\omega \tau} \right) = \frac{2A}{\omega} \sin \omega \tau e^{-j\omega \tau}$$

$$= \tau \frac{2 \sin \omega \tau}{\omega \tau} e^{-j\omega \tau}$$

# PŘÍKLADY

## SPEKTRUM OBDÉLNÍKOVÉHO IMPULSU

$$|S(\omega)| = A\tau \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

Průchody nulou pro

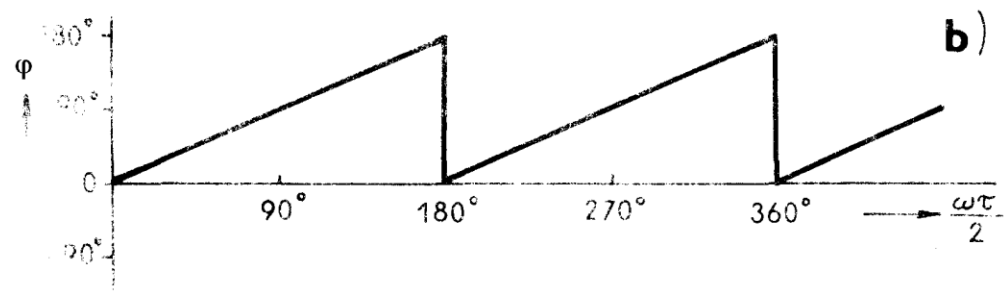
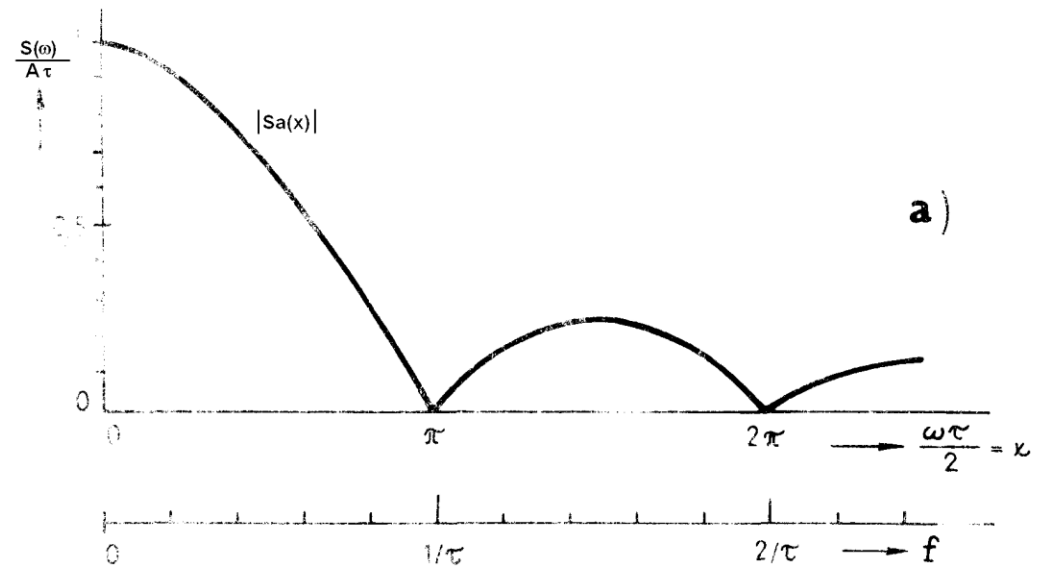
$$\frac{\omega\tau}{2} = k\pi, \quad k=1,2,\dots,$$

resp.

$$2\pi f\tau/2 = k\pi$$

a tedy

$$f = k/\tau$$





# ! SHRNU TÍ !



## ! URČITĚ SI ZAPAMATOVAT !

- ☑ **spojitý periodický signál** má diskrétní frekvenční spektrum – pro rozklad jsme použili Fourierovu řadu;
- ☑ **spojitý jednorázový signál** má spojité frekvenční spektrum – pro rozklad jsme použili Fourierovu transformaci.

## ! A VĚDĚT PROČ !