1. Pomocí Vennových diagramů zjistěte zda platí:

   (a) $D - [(A \cap B) \cup C]' \subseteq (A \cap B) \cup [(C - D) \cap B']$;

   (b) $(A \div B) - [(C \cup D) \cap B'] \subseteq (C \div D) \cup [(A - B) \cap C']$

2. Udejte příklad množin A, B, C, D takových, aby platilo: $(A \subseteq B) \wedge (B \in C) \wedge\ (C \subseteq D)$.

3. Nechť I, J jsou neprázdné indexové množiny a nechť A, B_i pro $i \in I$ a C_j pro $j \in J$ jsou množiny. Dokažte, že platí:

   (a) $A \cap \bigcup_{i \in I} B_i = \bigcup_{i \in I} (A \cap B_i)$

   (b) $A \cup \bigcap_{i \in I} B_i = \bigcap_{i \in I} (A \cup B_i)$

   (c) $A - \bigcap_{i \in I} B_i = \bigcup_{i \in I} (A - B_i)$

   (d) $\bigcup (B_i \div C_j) = \bigcup (B_i \cup C_j) - \bigcap (B_i \cap C_j)$

4. Nechť I je neprázdná indexová množina a nechť A, B_i pro $i \in I$ jsou množiny. Rozhodněte, který z následujících vztahů je pravdivý:

   (a) $\bigcap_{i \in I} (A \div B_i) \subseteq A \div \bigcap_{i \in I} B_i$

   (b) $A \div \bigcap_{i \in I} B_i \subseteq \bigcap_{i \in I} (A \div B_i)$

5. Určete, pro které množiny A platí:

   (a) $A - \{\emptyset\} = A \cap \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$

   (b) $A \cup \bigcup A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

   (c) $\bigcup A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

   (d) $\bigcup A = \bigcap A$

   (e) $\bigcup A = (\bigcap A) \cup \{\emptyset\}$

6. Nechť P značí množinu všech prvočísel. Pro každé prvočíslo $p \in P$ označme $A_p = \{x \in \mathbb{N}; (p|x)\}$. Dokažte, že platí:

   (a) $\bigcup_{p \in P} A_p = \mathbb{N} - \{1\}$

   (b) $\bigcap_{p \in P} A_p = \emptyset$

   (c) je-li $J \neq \emptyset$ libovolná konečná množina prvočísel, pak $\bigcap_{p \in J} A_p \neq \emptyset$.

7. Určete, pro které množiny A, B a pro které systémy množiny $A_i, i \in I$ platí:

   (a) $\mathcal{P}(A - B) \subseteq \mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B)$

   (b) $\mathcal{P}(A - B) \supseteq \mathcal{P}(A) - \mathcal{P}(B)$

   (c) $\bigcap_{i \in I} \mathcal{P}(A_i) = \mathcal{P}(\bigcap_{i \in I} A_i)$

   (d) $\bigcup_{i \in I} \mathcal{P}(A_i) = \mathcal{P}(\bigcup_{i \in I} A_i)$

- **Uspořádaná dvojice**: $(a, b) = \{\{a\}, \{a, b\}\}$; záleží na pořadí $(a, b) \neq (b, a)$
- **Kartézský součin množin**: $A \times B = \{(a, b); a \in A \wedge b \in B\}$; $A \times B \neq B \times A$

8. Nechť A, B, C, I a A_i pro $i \in I$ jsou množiny. Dokažte, že platí:

   (a) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

   (b) $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

   (c) $A \times \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (A \times A_i)$

   (d) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow (A \times B) \cap (B \times A) = \emptyset$