

**Příklad:** Uvažme podnik, v němž jsou tři oddělené provozy – provoz 1, provoz 2 a provoz 3. V těchto provozech pracují dělníci vykonávající jednostranné úkony. Aby nedocházelo k otupění zaměstnanců, tak se dělníci na konci měsíce v jednotlivých provozech náhodně střídají. Existuje samozřejmě i jistá šance, že si dělník najde jiné zaměstnání a podnik opustí. Předpokládáme, že v takovém případě už se do podniku nevrátí. Dlouhodobým pozorováním pohybu zaměstnanců v tomto podniku byly zjištěny následující skutečnosti:

Dělníci z provozu 1 na konci měsíce s pravděpodobností  $1/4$  zůstávají v provozu 1, s pravděpodobností  $1/4$  přecházejí do provozu 2 a s pravděpodobností  $1/2$  přecházejí do provozu 3.

Dělníci v provozu 2 na konci měsíce s pravděpodobností  $1/4$  zůstávají v provozu 2, s pravděpodobností  $1/4$  přecházejí do provozu 1 a s pravděpodobností  $1/2$  přecházejí do provozu 3.

Jelikož práce v provozu 3 je velmi namáhavá, tak po měsíci dělníci z tohoto provozu odcházejí se stejnou pravděpodobností buď do provozu 1 nebo do provozu 2.

Dále bylo zjištěno, že zaměstnanci z tohoto podniku odcházejí pouze z provozu 3, a to s pravděpodobností  $1/9$ .

a) Modelujte tuto situaci pomocí HMŘ, najděte matici přechodu a nakreslete přechodový diagram.

b) Jestliže zaměstnanec na začátku sledování pracoval v provozu 1 (resp. provozu 2 resp. provozu 3), jaká je pravděpodobnost, že ve třetím měsíci sledování bude pracovat ve stejném provozu?

c) Vypočtete pravděpodobnost, že zaměstnanec, který na počátku sledování pracoval v provozu 1, ve čtvrtém měsíci sledování již v podniku pracovat nebude.

### Výsledek:

ad a)

Zavedeme HMŘ  $\{X_n; n \in \mathbb{N}_0\}$  s množinou stavů  $J = \{1, 2, 3, 4\}$ , kde  $X_n = j$ ,  $j = 1, 2, 3$ , když v  $n$ -tém měsíci dělník pracuje v provozu  $j$ ,  $X_n = 4$ , když v  $n$ -tém měsíci dělník v podniku nebude.

ad b)

Pro provoz 1: hledaná pravděpodobnost je  $\frac{25}{72} = 0,347\bar{2}$ .

Pro provoz 2: hledaná pravděpodobnost je  $\frac{25}{72} = 0,347\bar{2}$ .

Pro provoz 3: hledaná pravděpodobnost je  $\frac{4}{9} = 0,4\bar{4}$ .

ad c)

Pravděpodobnost, že ve 4. měsíci už zaměstnanec nebude v podniku pracovat, je

$$\frac{12}{144} = \frac{1}{12} = 0,08\bar{3}.$$