

#### 4. Prostor, čas, pohyb

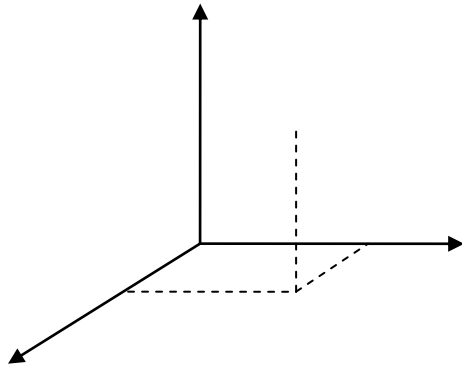
Základy klasické mechaniky

Prostor – Euklidovský, 3dm, souřadná soustava

Čas – klasický v Newtonově pojetí

Pohyb – změna souřadnic v čase

Souřadná soustava – 1dm, 2 dm, 3 dm, pravoúhlá, obvykle spojená se Zemí



Klasická mechanika - studium pohybu těles v prostoru a čase

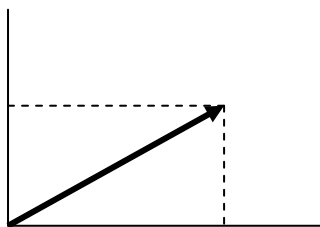
- kinematika, jen pohyb bez příčiny
- dynamika, příčiny pohybu
- statika, studium soustav v klidu

#### Kinematika

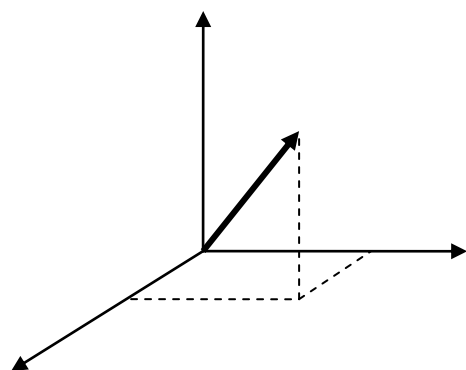
Těleso – model: hmotný bod, jednoduchý 3dm tvar, reálné těleso....



1dm: polohový vektor  $\underline{\mathbf{r}(x)}$  :



2dm:  $\underline{\mathbf{r}(x,y)}$  :



3dm:  $\mathbf{r}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$

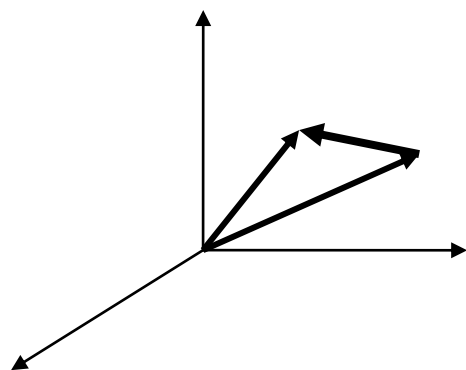
Jednotkové vektory:  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$

Změna polohy - dráha  $r(t)$

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k}$$

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

podobně pro 1dm a 2dm



(Velmi stručně.....)

Rychlost

Průměrná rychlost

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \mathbf{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \mathbf{k}$$

Okamžitá rychlost

$$\Delta \mathbf{r} \rightarrow \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$

Jednotky

$$\mathbf{v} = \frac{m}{s}$$

Zrychlení

Průměrné zrychlení

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{v_2 \hat{i} + v_1 \hat{j} + v_3 \hat{k}}{\Delta t}$$

Okamžité zrychlení

$$\Delta \hat{v} \rightarrow \hat{v} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Jednotky

$$\mathbf{a} = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Integrální tvar

$$\mathbf{r} = \int dt \mathbf{v} = \mathbf{a} t^2$$

Grafy.....

Pohyb přímočarý rovnoměrný

$$\mathbf{v} = \text{konst} \Rightarrow \int d\mathbf{v} = \int \mathbf{v} dt = \mathbf{v} t + \mathbf{v}_0 \text{ prot } \hat{v} \text{ je } x = \mathbf{v} t + x_0$$

respektive  $\mathbf{r} = \mathbf{v} t + \mathbf{r}_0$

Pohyb přímočarý rovnoměrně zrychlený

$$\mathbf{a} = \text{konst} \Rightarrow \int d\mathbf{v} = \int \mathbf{a} dt = \mathbf{a} t + \mathbf{v}_0 \text{ prot } \hat{v} \text{ je } v = \mathbf{a} t + v_0$$

respektive  $\mathbf{v} = \mathbf{a} t + \mathbf{v}_0$

pro polohu

$$x = \int d\mathbf{v} = \int (v_0 + at) dt = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \text{ prot } \hat{v} \text{ je } x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

respektive  $\mathbf{r} = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

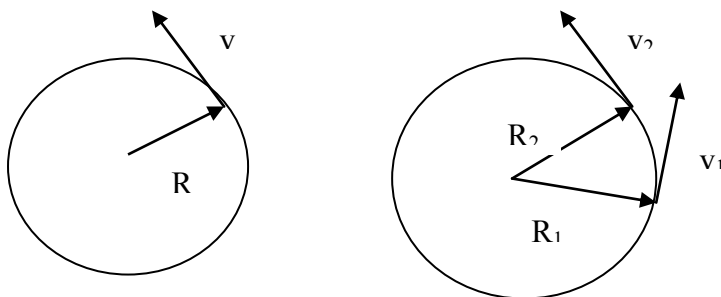
Volný pád

$\mathbf{a} = g$ , v Brně  $g = 9.81 \text{ms}^{-2}$ , viz cvičení

Vrh šikmý vzhůru

viz cvičení

Rovnoměrný pohyb po kružnici



$v$  – obvodová rychlost,  $v = \text{konst} = \omega r$  ( $\omega$  – velikost je konst, mění se směr, musí být zde zrychlení)

Platí

$$\Delta \vec{v} = \vec{a} \Delta t \quad \Delta \vec{v} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Delta t = \frac{d}{dt} \left( \int \vec{v} dt \right) = \vec{v} \Big|_{t_1}^{t_2}$$

jedná se o dostředivé zrychlení, stejný směr jako změna rychlosti.

Reálný pohyb reálného tělesa

## Dynamika

Příčina pohybu, změny pohybu

Hmotnost

Síla

### Newtonovy zákony

1“Každé těleso zůstává v klidu nebo v pohybu rovnoměrném přímočarém pokud není donuceno změnit tento pohyb silou na ně působící“.....

Inerciální vztažná soustava

Princip superpozice sil (vektorové skládání sil)

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$$

2“Změna pohybu je úměrná působící síle a je ve směru působící síly“.....

hybnost  $\vec{p} = m \vec{v}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{a}$$

$$\vec{F} = m \vec{g}$$

3“Ke každé akci vždy působí stejná reakce nebo vzájemné (inter)akce jsou namířeny na opačné části“.....

dvě tělesa, dotyk, působení na dálku

$$\vec{F}_{ab} = -\vec{F}_{ba}$$

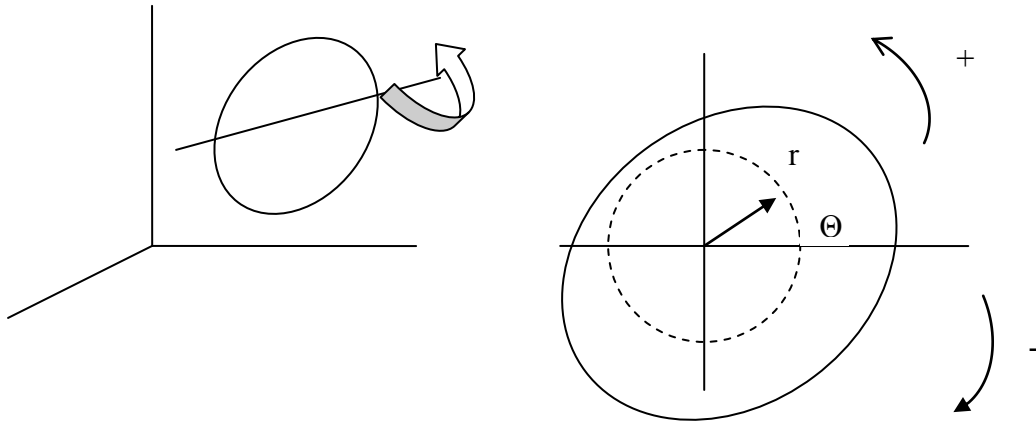
Klasická mechanika – determinismus

Aplikace

Těžiště, reálné těleso

$$X_T = \frac{\int x dm}{M} \rightarrow Y_T = \frac{\int y dm}{M} \rightarrow Z_T = \frac{\int z dm}{M} \rightarrow \vec{r}_T = \frac{\int \vec{r} dm}{M}$$

**Rotace** – kinematika a dynamika rotujícího pevného tělesa



posuvný pohyb  
 rotační pohyb, osa rotace

Otočení

Úhlová rychlost

$$\omega = \frac{d\Theta}{dt}$$

Úhlové zrychlení

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\Theta}{dt^2}$$

Rovnoměrný otáčivý pohyb

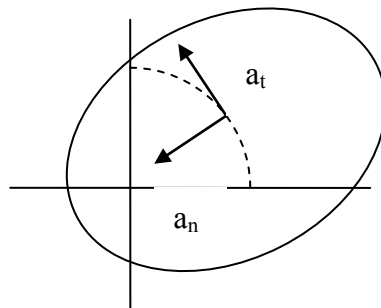
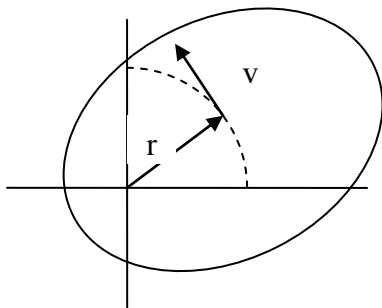
$$\omega = \text{konst} \Rightarrow \int \omega dt = \Theta + C_1$$

Obvodové a úhlové veličiny

poloha  $s$

$$v = \frac{ds}{dt} = r\omega$$

$$\text{pro } \omega = \text{konst} \Rightarrow \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$



$$a_t = \frac{dv}{dt} = r \dot{\omega} \quad a_n = \frac{v^2}{r} = r \omega^2$$

Kinetická energie rotujícího tělesa

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

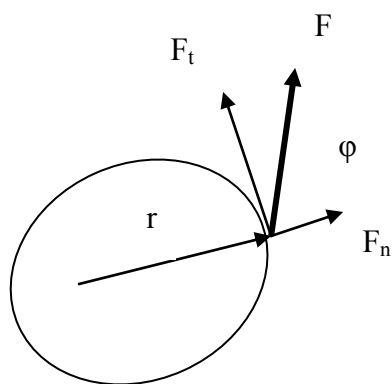
Moment setrvačnosti

$$I = \sum m r^2 \rightarrow \int dm r^2 = I \omega$$

Steinerova věta

$$I = I_c + I_s$$

Moment síly



$$M = F r \sin \phi \quad N = \dots$$

Pohybová rovnice

$$m a_t = F_t \rightarrow M = F r \sin \phi = m r^2 \dot{\omega}$$

Moment hybnosti

$$L = r p = M r \dot{\phi}$$

Pohybová rovnice – obecněji

$$\dot{L} = \dots \rightarrow \frac{d}{dt} (r \times p) = r \times \dot{p} = r \times F = \dots$$