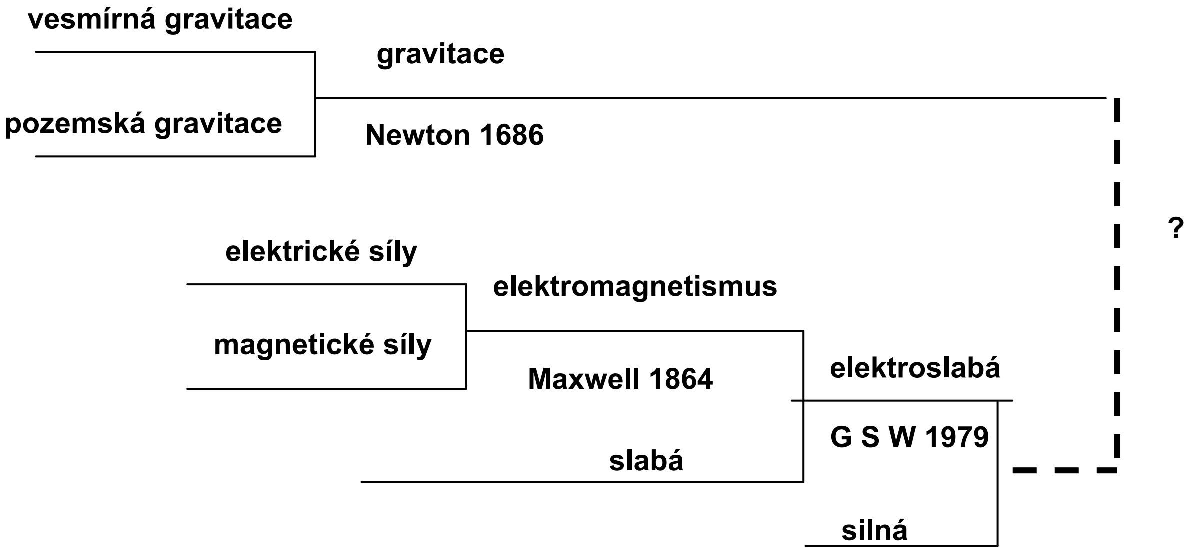
5. Síly, pole

Síla

Síla – intuitivní pochopení
- velmi důležitá fyzikální veličina
- síla resp. interakce

Silou rozumíme příčinu změny pohybu těles nebo lépe: vzájemné působení těles.
Subjektivní pozorování : síla, námaha, tření, přitahování, odpuzování…..
Objektivní – měření, hledání fundamentálních interakcí a snaha je redukovat na základní (teorie všeho)

Historie hledání



Pozn.: GSW – S.Glashow, A.Salam, S.Weinberg (Nobel 1979)

Základní přehled – vlastnosti

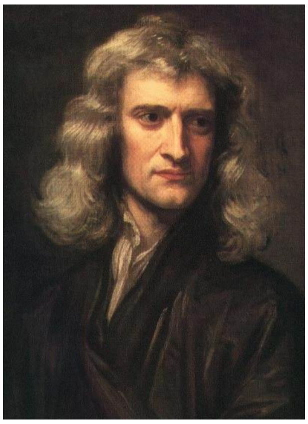
interakce		rel.vel.		dosah
gravitační	„gravitony“	10^{-38}	$1/r^2$	∞
slabá	W a Z bozony	10^{-15}		$10-^{18}$
elektromagnetická	fotony	10^{-2}	$1/r^2$	∞
silná	gluony	1		$10-^{15}$

Vzájemné velikosti

interakce	e-ν	e-p	p-p	p-n,n-n
gravitační	0	10^{-41}	10^{-38}	10^{-38}
slabá	10^{-15}	10^{-15}	10^{-15}	10^{-15}
elektromagnetická	0	10^{-2}	10^{-2}	0
silná	0	0	1	1

relativní velikost pro vzdálenost 10^{-15} m

Gravitace



Isaac Newton 1643-1727

Historie – viz (Koperník, Tycho de Brahe, J.Kepler…..I.Newton…..A.Einstein)

$$F \approx \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

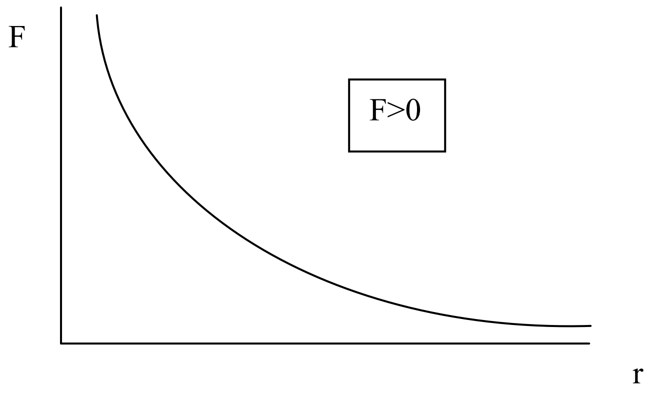
Při volbě konkrétních jednotek

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Lépe

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

platí – pro dva hmotné body nebo dvě homogenní koule
- pro všechny tělesa s hmotností, kdekoliv stejně (laboratoř, vesmír….
- vždy jen přitažlivá interakce

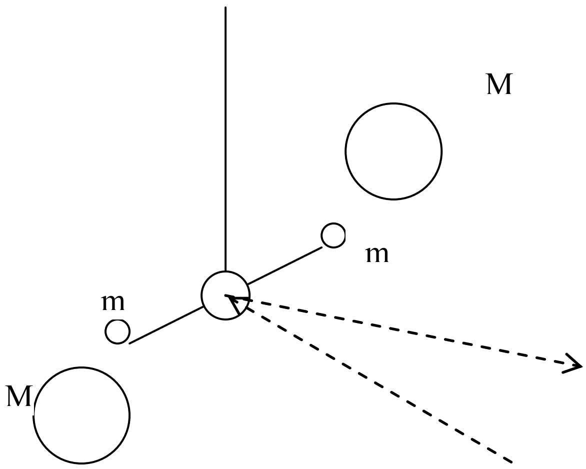


Přímé měření G – např. Cavendish – torzní váhy

Henry Cavendish 1731-1810

$G=6.67.10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

Např. $m_1=m_2=1kg$, $r=0.1m$ …..$F=6.67.\ 10^{-9}N$
(to odpovídá váze tělesa o hmotnosti asi $10^{-9}kg=1nkg$)



Např. hmotnost Země

$$mg = G\frac{Mm}{R_Z^2} \rightarrow M = g\frac{R_Z^2}{G} \rightarrow = 5.98\ 10^{24}kg$$

Např. hmotnost slunce M-Slunce, m-Země, R- vzdálenost ZS

$$ma = G\frac{Mm}{R^2} \rightarrow m\frac{4\pi R}{T^2} = G\frac{Mm}{R^2} \rightarrow M = \frac{4\pi R^3}{GT^2}........$$

Gravitační zákon pro libovolná tělesa (platí princip superpozice)

$$d\vec{F} = G\frac{dm_1 dm_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad \vec{F} = G\iint_{T_1T_2}\frac{dm_1 dm_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

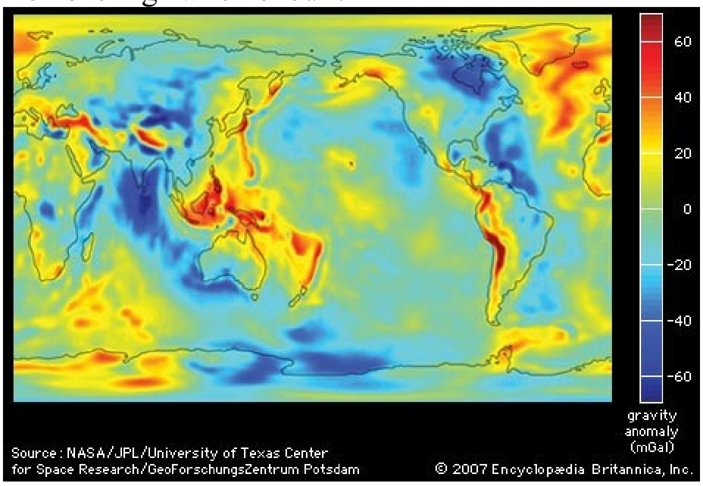
Poznámka: váha, tíha

Váha, tíha – síla působící na těleso vlivem gravitace, např. na Zemi

$$F_v = mg$$

g – gravitační zrychlení v místě vážení (v Brně g=9.81 ms^{-2})

Rozložení g na zeměkouli:



Př. člověk ve výtahu

ma – celková síla udělující výtahu zrychlení
mg – tíha člověka
F_r - reakce podložky (pocit člověka)

Platí

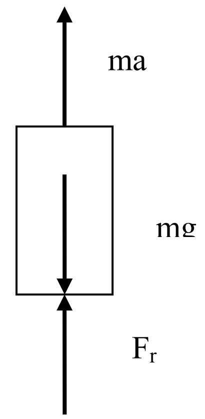
$$m\vec{a} = -m\vec{g} + F_r \rightarrow F_r = m(g+a)$$

a>0 přetížení $F_r = m(g+a)$

a=0 klid $F_r = mg$

a<0 pád $F_r = m(g-a)$

a=-g stav bez tíže $F_r = 0$



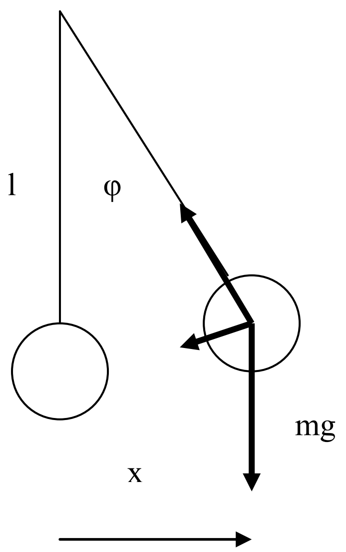
Princip ekvivalence

$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ gravitační hmotnost

$F = m'a$ setrvačná hmotnost

Platí m=m´ ?
Experimentálně s vysokou přesností uvedená rovnost platí. Principiálně se liší, respektive je správné uvažovat o jejich různosti.

Př.: Newton –matematické kyvadlo



$$m'\ddot{x} = -mg\sin\varphi \cong -mg\frac{x}{l} \qquad x = x_0\cos\omega t \quad \rightarrow \ddot{x} = -\omega^2 x_0\cos\omega t \quad \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{mg}{m'l}}$$

experimentálně lze se pokusit o důkaz zhotovením kyvadel z různých látek, přesnost je malá (asi 10^{-3}), ale dostáváme m=m´.

Př.: pohyb družice

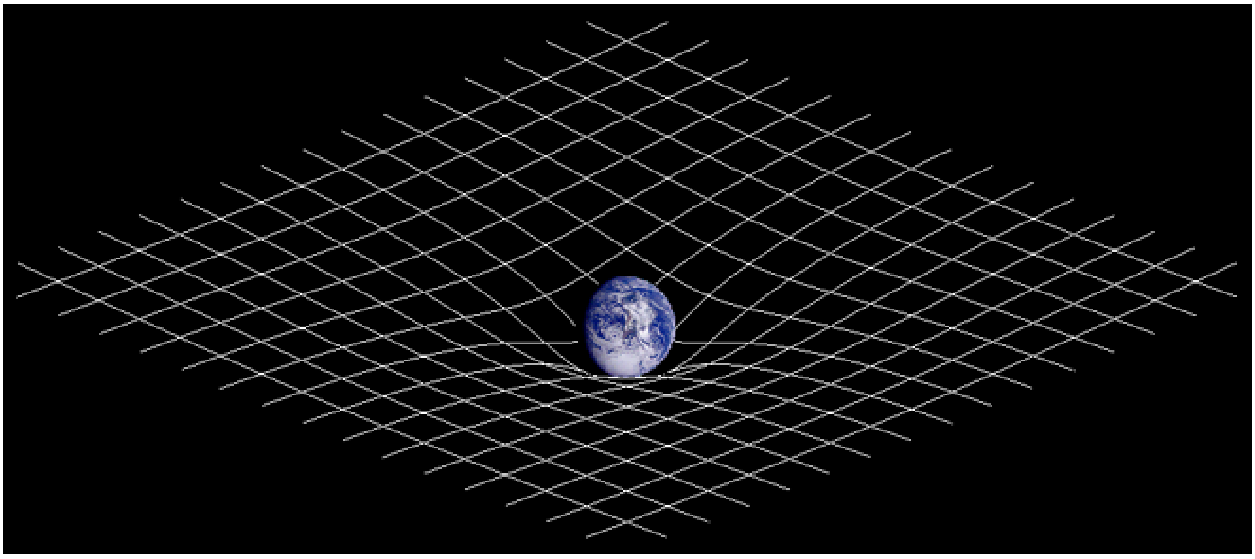
$$G\frac{Mm}{r^2} = m'\omega\ r \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{4\pi}{T^2} = \frac{GMm}{r^3 m'}$$

pro různé m a m´ by se měnila doba oběhu a tedy tělesa z různých látek by se od sebe vzdalovala, což se nepozoruje.
Současná chyba kolem 10^{-11}.
Princip ekvivalence – gravitační a setrvačné hmotnosti jsou přesně stejné. Jeden z principů obecné teorie relativity.

Co je to gravitace?

Co to je? - vždy velmi těžká otázka
Snadněji se popíší vlastnosti, matematický vztah,….podstata?
Např. z historie – (1750) předpokládejme prostor zaplněný chaoticky se pohybujícími se částicemi, které jsou jen málo absorbovány tělesy. Částic od slunce přichází méně než v opačném směru –tedy země je „ přitahována sluncem“, navíc tělesný úhel je úměrný r^{-2}.
potíž je v tom, že by zepředu země narážela na více částic a tedy by byla brzděna, to se nepozoruje. Tedy hypotéza je špatná.

Gravitace a relativita
Z tohoto pohledu není Newtonův zákon pořádku, protože předpokládá okamžité působení na dálku, nerespektuje skutečnost, že max. rychlost šíření vzájemného působení je c.
Z teorie relativity vyplývá např. ohyb světla vlivem gravitačního pole (klasicky světlo hmotnost nemá). což je dobře exp. potvrzeno.
V obecné teorii relativity je přístup k řešení gravitace zcela jiný. Gravitace je zakřivení časoprostoru.



Dvoudimenzionální znázornění zakřivení časoprostoru. Přítomnost hmoty mění geometrii časoprostoru a tato (zakřivená) geometrie je chápána jako gravitace (wiki)

Gravitace a kvantová mechanika – obtížná problematika , snaha o sjednocení. Např. hledání „gravitonu“ – částice, která je součástí gravitační interakce. Jednou z nadějných teorií je teorie superstrun (11 dm).

Elektrická síla

někdy elektrostatická, Coulombovská atd.

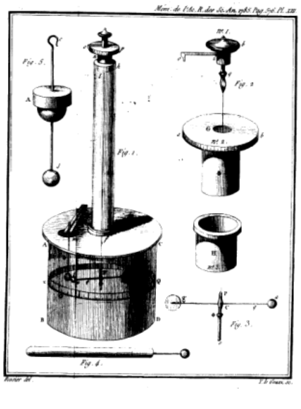
Elektrický náboj
Historie – Benjamin Franklin (1706-1790) poprvé použil „kladný“ a „záporný“ náboj.
El. náboj je diskrétní, nelze jej dělit
$e=1.60\ 10^{-19}$ C
Zákon zachování náboje (B Franklin 1747) – celkový náboj izolované soustavy je konstantní (součet + -)- platí zcela obecně.

Coulombův zákon (1785)

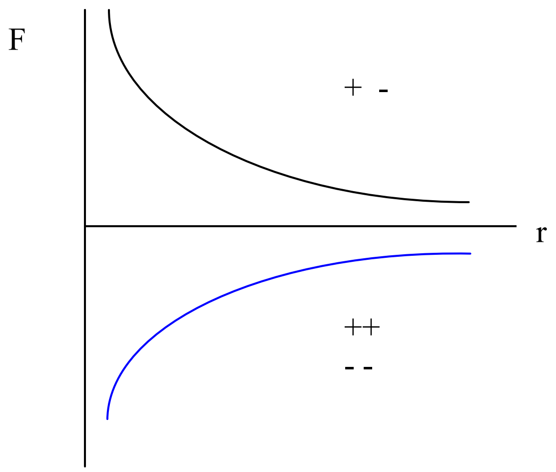
Z měření na torzních vahách (viz gravitace)

$$F \approx \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \vec{F} = -k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

platí pouze pro bodové náboje nebo homogenní koule. Pro vakuum platí
$k_0=9.0\ 10^9\ Nm^2C^{-2}$, respektive pro permitivitu
$\varepsilon_0=8.85\ 10^{-12}\ C^2N^{-1}m^{-2}$
Jeden coulomb – elektrický náboj přenesený proudem o velikosti 1A během sekundy (C=A.s; proud=náboj/čas) , (ampér je základní jednotka proudu v SI).

Charles-Augustin de Coulomb 1736-1806



Náboje jsou + a - ! Opačné se přitahují, souhlasné odpuzují.

Exponent ve jmenovateli se rovná přesně 2.000, chyba je 10^{-10}.

Diferenciální a obecný tvar Coulombova zákona (platí princip superpozice)

$$d\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq_1 dq_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad \vec{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{T_1 T_2}\frac{dq_1 dg_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

Omezení platnosti C. zákona – nerespektuje konečné šíření interakce (c), atd.

Pozn.: pro atom vodíku je poměr $F_C/F_G=10^{39}$!!!!

Pozn: pro velmi obecnou Schrodingerovu rovnici je nutné sestavit tzv. hamiltonián, což není nic jiného než kinetická energie částic a potenciální (coulombovská) energie všech nabitých částic

Silná jaderná interakce

Stabilita atomového jádra napovídá, že vedle odpudivých elektrických sil (protony +) musí existovat silné přitažlivé síly
Silná jaderná interakce – pouze na malé vzdálenosti 10^{-15}m.
Obecně platí

$$F = -\frac{dU}{dr}$$

U je potenciální energie, v tomto případě řádu MeV (deuterium 2.2 MeV)

Silná jaderná interakce mezi protony a neutrony je důsledkem interakce mezi kvarky
proton se skládá: 2 kvarky u (up) a 1 kvark d (down)
neutron : 1 kvark u 2 kvarky d
Síla mezi kvarky je zprostředkována gluony (analogicky pro el. sílu – fotony)

Slabá interakce

univerzální interakce mezi všemi částicemi, velmi krátký dosah 10^{-18}m, je přenášena bosony W a Z. Je pozorovatelná při velmi jednoduchých reakcí, jako např. rozpad neutronu:

$$n \rightarrow p + e^- + \upsilon$$

neutron, proton, elektron, neutrino; nebo

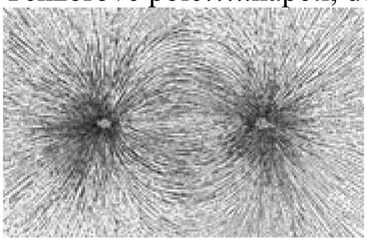
$$\upsilon + p = n + e^+$$

neutrino, proton,neutron, pozitron
Současný tzv. standardní model popisuje elektromagnetickou a slabou interakci jako dvě složky **elektroslabé** interakce (Nobelova cena 1979).

Pole

Koncept „pole“ souvisí s působením sil, existence interakcí na dálku.
Např.: historicky sem patří koncepce „éteru“ – způsobuje působní na dálku, je neviditelný, nevažitelný, dokonale pružný….
Tento model byl na začátku 20.stol nahrazen „polem“.

Pole – prostor, kde v každém bodě má příslušná fyzikální veličina definovanou hodnotu, požaduje se, aby byla spojitá, dobře definovaná, nenáhodná…..
Skalární pole – skalár (tlakové pole, teplotní pole……izotermy, …..)
Vektorové pole – vektor (rychlostní pole, vítr, el.pole………
Tenzorové pole…..napětí, deformace



(příklad magnetického pole –řez/ Google)

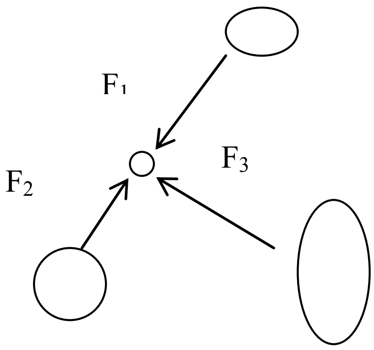
Zatím popíšeme základy gravitačního pole, elektrického pole, později možná elmag. pole…

Pole ve fyzikálním smyslu je forma existence hmoty, konečné šíření účinků pole, má svoji strukturu

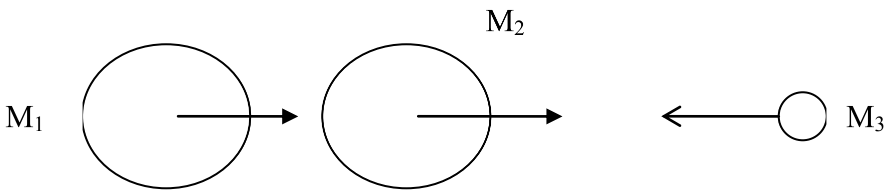
- elmag. pole…..fotony
- gravitační pole….gravitony?
- slabá inter….. W a Z bozony
- silná……gluony

Princip superpozice

jeden ze základních principů, lze ověřit jen jeho důsledky. (pro některé fyz. veličiny princip nemusí platit) Platí pro grav. a elmag. pole :
výsledná síla je vektorovým součtem všech jednotlivých sil
$\vec{F}_{celk} = \sum \vec{F}_i$



Netriviálnost principu superpozice



M_2 nestíní, interakce se nezeslabí.

Gravitační pole (Newton)

Gravitační síla

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad \vec{F} = \iint d\vec{F} = G\iint \frac{dm_1 dm_2}{r^3}\vec{r}$$

Intenzita gravitačního pole

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m_1} = G\frac{m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad \vec{E} = \int d\vec{E} = G\int\frac{dm}{r^3}\vec{r} = G\int\frac{d\tau}{r^3}\rho\,\vec{r}$$

($d\tau$ je elementární objem a ρ je hustota hmotnosti) Princip superpozice platí pro F i E.

Skalární popis gravitačního pole

pozn.: potenciální energie hmotného bodu v bodě (2) vzhledem k bodu(1) je záporně vzatá práce nutná pro přenesení (1) do (2)

$$U_{21} = -\int_1^2 \vec{F}d\vec{r}$$

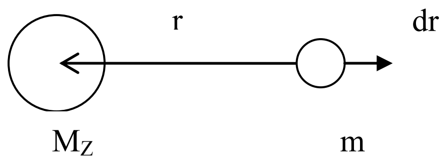
(pro konzervativní pole pot. energie závisí pouze na počátečním a koncovém bodě, nezávisí na tvaru dráhy).

Potenciální energie v gravitačním poli

$$U_{21} = -\int_1^2 \vec{F}d\vec{r} = -Gmm'\int_1^2\frac{\vec{r}d\vec{r}}{r^3} = Gmm'\int_1^2\frac{1}{r^2}dr$$

pozn.

$$\vec{r}d\vec{r} = rdr\cos\alpha = -dr \qquad \alpha = 180^\circ$$



$$.... = -Gmm'\left[-\frac{1}{r}\right]_1^2 = -(G\frac{mm'}{r_2} - G\frac{mm'}{r_1}) = U_2 - U_1$$

Pro $r_1=\infty$ je $U_1=0$ dostaneme „absolutní“ potenciální energii

$$U = -G\frac{mm'}{r} \rightarrow U = -G\iint\frac{dmdm'}{r}$$

potenciál definujeme jako potenciální energii na jednotku hmotnosti

$$V = \frac{U}{m'},$$

v gravitačním poli

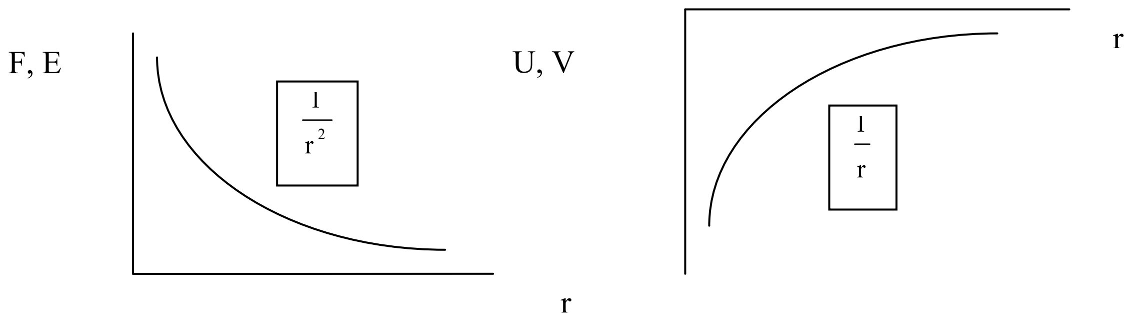
$$V = -G\frac{m}{r}$$

respektive obecněji

$$V = \sum V_i = -G\sum\frac{m_i}{r_i} \rightarrow V = -G\int\frac{dm}{r}$$

dále platí (pro jednoduchost v 1dm, obecně $\vec{F} = \mathrm{gra}\vec{\mathrm{d}}\,U$)

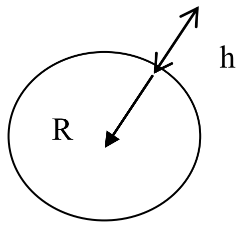
$$F = -\frac{dU}{dr} \quad \rightarrow \quad E = -\frac{dV}{dr}$$



Gravitační zrychlení

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \vec{E}$$

Gravitační zrychlení je totožné s intenzitou gravitačního pole.



Např. na zeměkouli

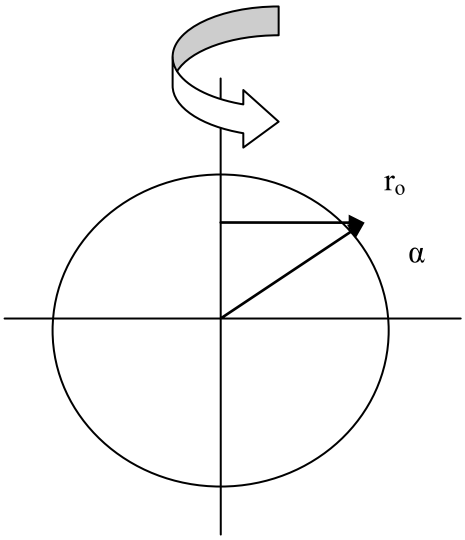
$$\vec{E} = \vec{g} = G\frac{M}{(R+h)^2}\frac{\vec{R}}{R} \quad \text{pro} \quad h \ll R \quad \vec{g} = G\frac{M}{R^2}\frac{\vec{R}}{R}$$

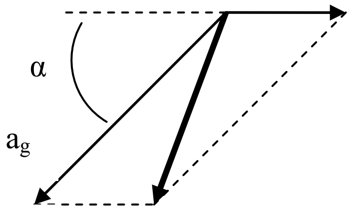
tedy g je pro všechna tělesa stejné a nezávisí na m.

Podobně pro potenciální energii ($GM = g(R+h)^2$)

$$\Delta U = -GMm\left[\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R}\right] = -mg(R+h)^2\left[\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R}\right] = -mg\left[R + h - R - 2h - \frac{h^2}{R}\right] \cong mgh$$

Bereme-li v úvahu rotaci Země, pak





g je celkové zrychlení, a_g je skutečné gravitační zrychlení. Platí

$$\vec{g} = \vec{a}_g + \omega^2 \vec{r}_o \quad \rightarrow g = \sqrt{\vec{g}\vec{g}} = \sqrt{a_g^2 + \omega^4 r_o^2 - 2a_g\omega^2 r_o \cos\alpha}$$

protože $\omega\ r_o^2 << \omega\ r_o$

$$g \cong \sqrt{a_g^2 - 2a_g\omega^2 r_o \cos\alpha} \cong a_g\left(1 - \frac{\omega^2 r_o}{a_g}\cos\alpha\right) = a_g - R_Z\omega^2\cos^2\alpha$$

protože platí

$$r_o = R_Z \cos\alpha$$

na rovníku

$$\alpha = 0 \quad \rightarrow g_o = a_g - R_Z\omega^2 \quad \rightarrow g = g_o + R_Z\omega^2(1 - \cos^2\alpha) = g_o + R_Z\omega^2\sin^2\alpha$$

Závislost gravitačního zrychlení na vzdálenosti od Země (pro 45^0)

h(m)	0	1000 (1km)	10^5 (100km)	10^6 (1000km)	384.10^3 km Měsíc
g(ms^{-2})	9.806	9.803	9.60	7.41	0.0027

Závislost g na zeměpisné šířce

z.šířka (^{0})	0	30	60	90
g	9.78	9.79	9.82	9.83

poznámka:

$[F] = [N],\quad [E] = [g] = [N kg^{-1}] = [m s^{-2}],\quad [U] = [J],\quad [V] = [J kg^{-1}]$

Elektrické pole – statické

(stručně, postup jako pro grav. pole)

Elektrická síla

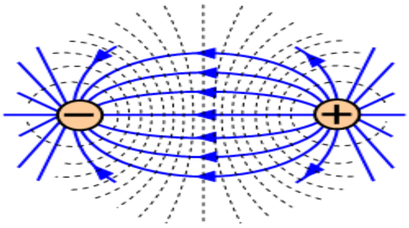
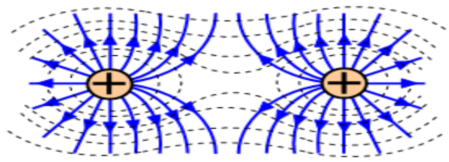
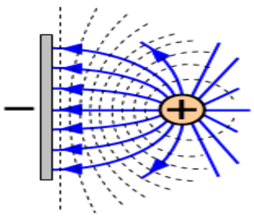
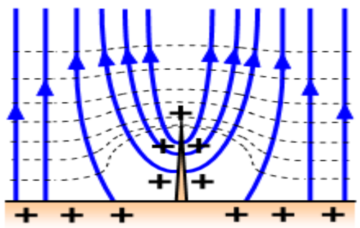
$$\vec{F} = -k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad \vec{F} = \iint d\vec{F} = -k_0 \iint \frac{dq_1 dq_2}{r^3}\vec{r}$$

Intenzita elektrického pole

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_1} = -:_0 \frac{q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad \vec{E} = \int d\vec{E} = -:_0 \int \frac{dq}{r^3}\vec{r} = -:_0 \int \frac{d\tau}{r^3}\rho :$$

($d\tau$ je elementární objem a ρ je hustota náboje) Princip superpozice platí pro F i E.

Poznámka – silokřivky (tečny jsou směry intenzity el. pole, hustota siločar je úměrná E)

(resourcefulphysics.org)

Skalární popis elektrického pole

pozn.: potenciální energie náboje v bodě (2) vzhledem k bodu(1) je záponě vzatá práce nutná pro přenesení z (1) do (2)

$$U_{21} = -\int_1^2 \vec{F} d\vec{r}$$

(pro konzervativní pole pot. energie závisí pouze na počátečním a koncovém bodě, nezávisí na tvaru dráhy).
Potenciální energie v gravitačním poli

$$U_{21} = -\int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = k_0 q q' \int_1^2 \frac{\vec{r} d\vec{r}}{r^3} = -:_0 q q' \int_1^2 \frac{1}{r^2} dr$$

pozn.

$$\vec{r} d\vec{r} = r dr \cos\alpha = -dr \qquad \alpha = 180^\circ$$

$$\ldots = k_0 qq'\left[-\frac{1}{r}\right] = k_0 qq'\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = U_2 - U_1$$

Pro $r_1=\infty$ je $U_1=0$ dostaneme „absolutní“ potenciální energii

$$U = k_0 \frac{qq'}{r} \rightarrow U = k_0 \iint \frac{dq\,dq'}{r}$$

potenciál definujeme jako potenciální energii na jednotku náboje

$$V = \frac{U}{q'}$$

v elektrickém poli

$$V = k_0 \frac{q}{r}$$

respektive obecněji

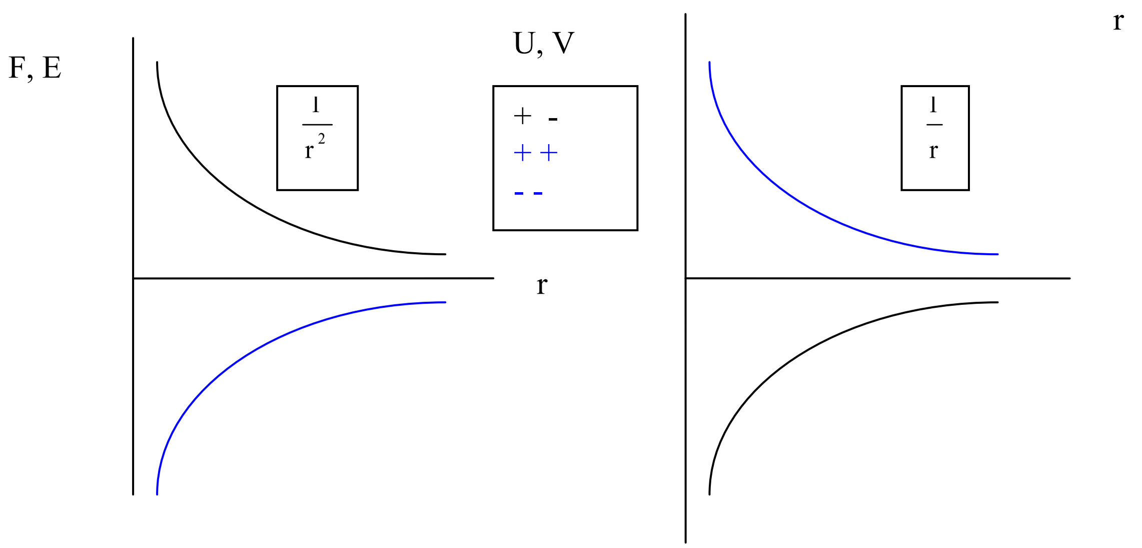
$$V = \sum V_i = k_0 \sum \frac{q_i}{r_i} \rightarrow V = k_0 \int \frac{dq}{r}$$

Rozdíl potenciálů, což je napětí

$$V_{21} = V_2 - V_1$$

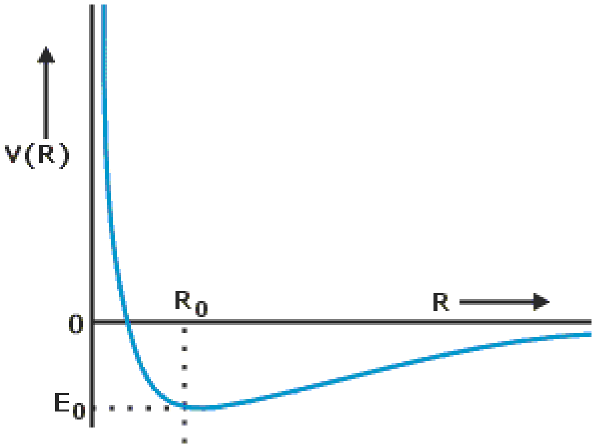
dále platí (pro jednoduchost v 1dm, obecně $\vec{F} = \mathrm{grad}\, U$)

$$F = -\frac{dU}{dr} \rightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$



Poznámka:
Při výpočtech i složitých molekul je třeba započítat všechny přitažlivé i odpudivé síly, respektive jejich potenciální energie.

Výsledkem je následující závislost U(r) :



Interatomic potential energy V (R) between two identical atoms as a function of separation R between their nuclei

http://www.tutorvista.com/

poznámka:
$[F] = [N]$, $[E] = [NC^{-1}]$, $[U] = [J]$, $[V] = [JC^{-1}] = [\text{volt} \equiv V]$