Úprava výrazů, řešení rovnic a soustav rovnic. Funkce, graf funkce. Polynomiální, exponenciální, logaritmické a goniometrické funkce.

Matematický výraz obsahuje čísla, proměnné (písmenné symboly zastupující číslo nebo složitější výraz), operace (sčítání, ...) a funkce. Stejný výraz lze zapsat mnoha způsoby, zpravidla hledáme co nejjednodušší:

- Zlomky krátíme na základní tvar.
- Součet zlomků převádíme na společného jmenovatele (vyžaduje naopak rozšiřování zlomků).
- Odmocniny převádíme do čitatele (využíváme $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$).
- Využíváme $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

Rovnice vyjadřuje rovnost dvou výrazů. Obsahuje neznámou, kterou je možné vyřešením rovnice určit. Rovnice se řeší sledem úprav (ekvivalentních=zachovávajících množinu řešení nebo důsledkových=přidávajících konečný počet řešení), na jejichž konci je na jedné straně rovnice neznámá a na druhé známý výraz. K ekvivalentním úpravám patří přičtení výrazu k oběma stranám rovnice, násobení obou stran nenulovým výrazem atd. K důsledkovým úpravám patří například umocňování.

Soustavy rovnic: Z jedné rovnice vyjádříme jednu neznámou a dosadíme do všech ostatních rovnic. Tím snížíme počet rovnic i neznámých o jednu.

Příklady:

Zjednodušte výrazy $\frac{x^2-6x+9}{2x^2-18}$, $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) \cdot \frac{a^2b^2}{(a-b)(a+b)}$, $\frac{a+b}{a-b} - \frac{a^2-ab}{a^2-b^2}$.

Pomocí úprav řešte rovnici $x^2 - 4x + 3 = 0$. Návod: přičtěte 1 k oběma stranám rovnice. Výraz na levé straně upravte pomocí $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$. Odmocněte.

Řešte rovnici

$$\sqrt{\frac{7-x}{3+x}} + 3\sqrt{\frac{3+x}{7-x}} = 4.$$

Využijte vhodnou substituci.

Jaká množství 20 % roztoku a 50 % roztoku musíme smíchat, abychom dostali 3 l 30 % roztoku?

Pro volný pád předmětu platí $v = gt$, $h = gt^2/2$, kde $g = 9{,}81\,\mathrm{m.s^{-2}}$, t je doba pádu, h je hloubka a v je rychlost při dopadu. Jak dlouho budete padat do Macochy ($h = 137\,\mathrm{m}$) a jakou rychlostí dopadnete?

Jak se změní tlak a teplota plynu, stla¿íme-li jej adiabaticky na polovi¿ní objem? Platí stavová rovnice

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

a rovnice adiabatického děje

$$p_1V_1^\kappa = p_2V_2^\kappa.$$

Nejprve identifikujte známé a neznámé.

Funkce: zobrazení f z množiny D (definiční obor funkce) do množiny M. Každému prvku D přísluší právě jeden prvek M. Prvky M, jimž přísluší prvek z D, se nazývají obor hodnot funkce. $x \in D$ je nezávislá proměnná, $y \in M$ je závislá proměnná. Funkční předpis $y = f(x)$. Graf funkce je množina všech bodů $[x, y]$, které jsou prvky funkce. Funkce je spojitá, lze-li její graf nakreslit jedním tahem.

Jak kreslit graf funkce – najít definiční obor a obor hodnot, průsečíky s osami, do tabulky vynést několik hodnot a odhadnout chování funkce na hranicích intervalu.

Polynomiální funkce: definiční obor R, obor hodnot je pro polynomy sudého stupně z jedné strany omezený.

Exponenciální funkce, logaritmická funkce (inverzní k exponenciální).

Goniometrické funkce $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$ – definice na pravoúhlém trojúhelníku a na jednotkové kružnici, periodicita, průběhy.

Příklady:

Nakreslete graf funkce $y = x^2 - 4$.
Nakreslete graf funkcí $y = 1/x^2$ a $y = 2^{-x}$ na intervalu $\langle 1, 4\rangle$.
Nakreslete graf funkce $y = \log_2 x$.
Nakreslete grafy funkcí $y = \sin x$, $y = \sin 2x$, $y = \sin(x + \pi/2)$, $y = 2\sin x$.
Na intervalu $\langle 0, 2\pi)$ řešte rovnice $5\sin x = 2\tan x$, $3\cos^2 x + \cos x = 1 - \sin^2 x$, $\cos x + \sin 2x = 0$.