Ilustrace vlastností lineárního procesu vzniku a zániku

```
function [M,S,P]=lpvz(lambda, mi, tau,k0)
% funkce lpvz ilustruje vlastnosti linearniho procesu vzniku a zaniku
% [M,S,P]=lpvz(lambda, mi, tau,k0)
% Vstupni parametry:
%     lambda je intenzita vzniku
%     mi je intenzita zaniku
%     tau je konecny cas
%     k0 je rozsah souboru v case t=0
% Vystupni parametry:
%     M je vektor strednich hodnot rozsahu souboru v case t=0 az tau
%     S je vektor smerodatnych odchylek rozsahu souboru v case t=0 az tau
%     P je pravdepodobnost zaniku souboru v case t=0 az tau
t=[0:tau]';
M=k0*exp((lambda-mi).*t);
S=sqrt(k0*((lambda+mi)/(lambda-mi))*exp((lambda-mi).*t).*(exp((lambda-mi).*t)-1));
P=mi*((1-exp((lambda-mi).*t)))./(mi-lambda*exp((lambda-mi).*t));
plot(t,M)
figure
plot(t,S)
figure
plot(t,P)
```

Funkce lpvz.m graficky znázorňuje závislost střední hodnoty a směrodatné odchylky rozsahu souboru objektů na čase t = 0 až tau a závislost zániku souboru na čase t = 0 až tau.

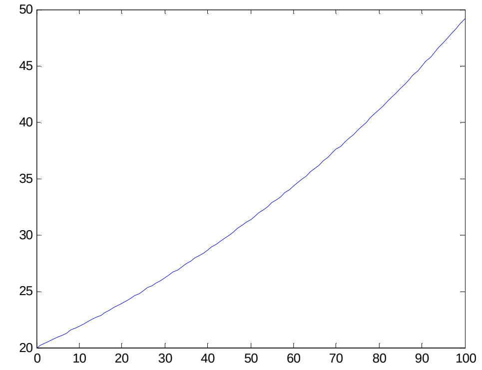
Příklad: Nechť $\{X_t; t \in T\}$ je lineární proces vzniku a zániku s množinou stavů $J = \{0,1,2\}$ a intenzitou vzniku $\lambda = 0,01$ a zániku $\mu = 0,001$. Předpokládáme, že v čase t = 0 soubor obsahoval 20 objektů. Vypočtěte a graficky znázorněte

a) střední hodnotu rozsahu souboru v čase 0 až 100
b) směrodatnou odchylku rozsahu souboru v čase 0 až 100
c) pravděpodobnost vyhynutí v čase 0 až 100

Řešení: Použijeme funkci lpvz.

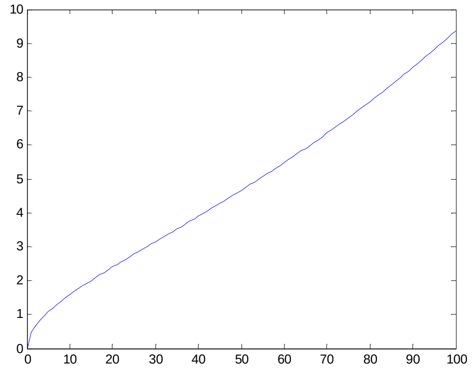
```
lambda=0.01;mi=0.001;tau=100;k0=20;
[M,S,P]=lpvz(lambda, mi, tau,k0)
```

Graf závislosti střední hodnoty rozsahu souboru na čase:



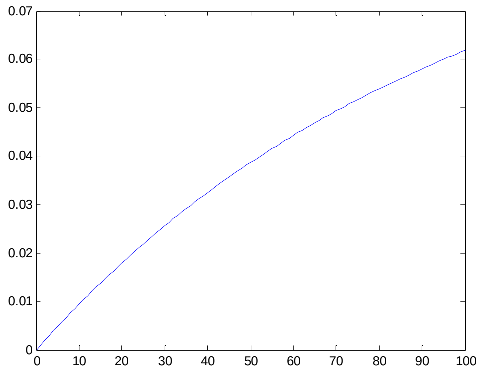
S rostoucím časem roste střední hodnota rozsahu souboru, v čase 100 činí 49,19.

Graf závislosti směrodatné odchylky rozsahu souboru na čase:



S rostoucím časem roste směrodatná odchylka rozsahu souboru, v čase 100 činí 9,37.

Graf závislosti pravděpodobnosti vyhynutí na čase:



S rostoucím časem roste pravděpodobnost zániku souboru, v čase 100 činí 0,0619. (Jaká je limitní pravděpodobnost zániku?)

Samostatný úkol: vyzkoušejte funkci lpvz pro různé hodnoty vstupních parametrů.

Stacionární rozložení Erlangova procesu

```
function [a]=Erlang(m,lambda,mi)
% funkce na vypocet stacionarniho rozlozeni Erlangova procesu
% syntaxe: [a]=Erlang(m,lambda,mi)
% vstupni parametry:
% m ... nejvyssi poradove cislo v mnozine stavu
% lambda ... intenzita vzniku
% lambda ... intenzita zaniku
% vystupni parametr
% a ... vektor stacionarnich pravdepodobnosti
a0=1/sum(((lambda/mi).^(0:m)).*(1./(factorial(0:m))));
a=((lambda/mi).^(1:m)).*(1./(factorial(1:m)))*a0;
a=[a0 a];
```

Příklad: Je dán Erlangův proces s množinou stavů J = {0, 1, 2, 3, 4} a parametry $\lambda = 2$, $\mu = 3$.
a) Napište matici přechodu a nakreslete přechodový diagram.
b) Najděte stacionární rozložení a interpretujte ho.

Výsledek: ad b) $\mathbf{a} = \frac{1}{473}(243, 162, 54, 12, 2)$

Po odeznění vlivu počátečních podmínek bude proces asi 51,37 % celkové doby bude proces ve stavu 0, 34,25 % doby ve stavu 1, 11,42 % doby ve stavu 2, 2,54 % doby ve stavu 3 a 0,42 % doby ve stavu 4.

Příklad: Benzínová stanice má dvě čerpadla. U každého čerpadla může čerpat benzín jen jedno auto. Když jsou obě čerpadla obsazena, další přijíždějící auta nečekají a odjíždějí. Průměrná doba čerpání benzínu je 2 min a průměrně přijíždí 40 aut za 1 h.
a) Kolik procent doby bude benzínová stanice nevyužitá?
b) S jakou pravděpodobností nebude přijíždějící auto obslouženo?
c) Jaká je střední hodnota počtu obsazených čerpadel?
Výsledek:
Ad a) Benzínová stanice je nevyužitá asi po 31 % celkové doby.
Ad b) Přijíždějící auta nebudou obsloužena s pravděpodobností asi 0,28.
Ad c) Střední hodnota počtu obsazených čerpadel je asi 0,97.

Příklad: Při sledování provozu telefonní ústředny bylo zjištěno, že za 1 min se vyskytne průměrně 5 požadavků na spojení a jeden hovor trvá průměrně 2 min. Kolik linek by minimálně měla mít tato TÚ, aby pravděpodobnost, že volající zastihne všechny linky obsazené, byla nanejvýš 0,5?
Výsledek: Minimální počet linek je 6.