

## Zadání příkladů na 8. cvičení

**Příklad 1.:** Částice se pohybuje po třech drahách 1, 2, 3, které jsou umístěny mezi odrazujícími stěnami. Na počátku sledování je částice na 2. dráze. Částice může změnit svoji dráhu v libovolném okamžiku. Je známo, že během krátkého časového intervalu o délce  $h$  (přitom  $0 < h < 0,5$ ) částice může buď zůstat na dráze, na níž se právě nachází nebo může přeskocit na sousední dráhu s pravděpodobností  $2h$ . Pravděpodobnosti přeskoků na další dráhy jsou zanedbatelně malé.

- a) Popište polohu částice na jednotlivých drahách pomocí HMŘ se spojitým časem.
- b) Najděte matici intenzit přechodu a nakreslete přechodový diagram.
- c) Najděte stacionární rozložení tohoto řetězce a interpretujte ho.

**Výsledek:**  $\mathbf{a} = (1/3 \ 1/3 \ 1/3)$

**Příklad 2.:** Uvažme provoz malé půjčovny aut, která má 4 auta. Doba mezi dvěma požadavky na zapůjčení auta je náhodná veličina, která má exponenciální rozložení se střední hodnotou polovina dne a doba výpůjčky je náhodná veličina s exponenciálním rozložením se střední hodnotou třetina dne.

- a) Popište počet vypůjčených aut pomocí HMŘ se spojitým časem.
- b) Najděte matici intenzit přechodu a nakreslete přechodový diagram.
- c) Najděte stacionární rozložení tohoto řetězce a interpretujte ho.

Nápověda: Pravděpodobnost, že počet zapůjčených aut se během intervalu  $(t, t + \Delta t)$  zvětší o 1, je stále  $\lambda h$  ( $\lambda = 2$ ) a pravděpodobnost, že počet zapůjčených aut se v intervalu  $(t, t + \Delta t)$  zmenší o 1, je úměrná počtu zapůjčených aut s koeficientem úměrnosti  $\mu$  ( $\mu = 3$ ).

**Výsledek:**  $\mathbf{a} = (0,5137 \ 0,3425 \ 0,1142 \ 0,0254 \ 0,0042)$

**Příklad 3.:** Necht'  $\{X_t; t \in \mathbb{R}^+\}$  je HMŘ se spojitým časem a množinou stavů

$J = \{0, 1, \dots, n, \dots, m\}$ , kde pro čísla  $m$  a  $n$  platí  $1 \leq n \leq m$ . Intenzity přechodu jsou dány vztahy:

$$q_{j,j-1} = \begin{cases} j^\mu & \text{pro } 0 < j < n \\ n^\mu & \text{pro } n \leq j \leq m \end{cases}, \quad q_{j,j+1} = \begin{cases} (m-j)\lambda & \text{pro } 0 \leq j \leq m. \end{cases}$$

Vypočtete stacionární rozložení tohoto řetězce pro  $n = 2$ ,  $m = 5$ ,  $\lambda = 4$ ,  $\mu = 12$ .

**Výsledek:**  $\mathbf{a} = (0,2198 \ 0,3664 \ 0,2442 \ 0,1221 \ 0,0407 \ 0,0068)$