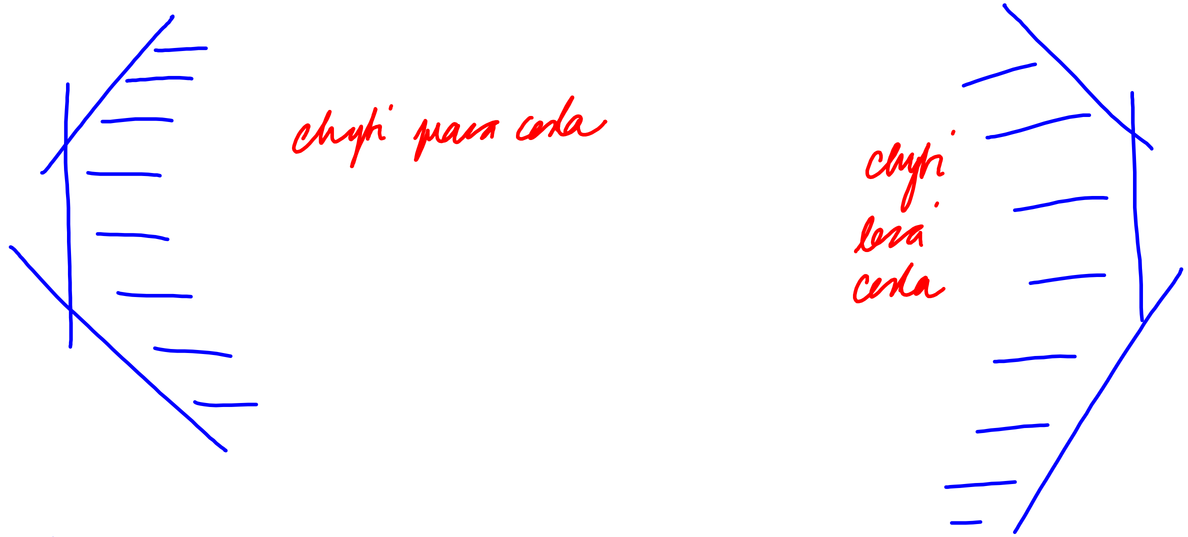
2

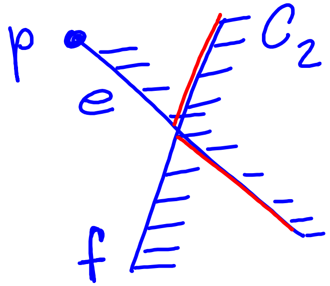



Z levé a pravé cesty pro $C_1$ a $C_2$ vytvoříme levou a pravou cestu pro $C$. Použijeme metodu zametací přímky.
Události jsou koncové body úseček levých a pravých cest připadně $+\infty$ nebo $-\infty$ (pokud neexistuje nejvyšší nebo nejnižší bod)
≈ Použijeme lexikografické uspořádání

situ 4

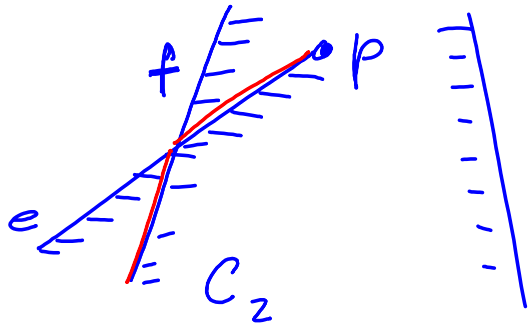
② e protíná levou cestu $C_2$

ⓐ




přidáme do levé cesty C úsečky f (pokud tam není) a úsečku e

ⓑ




e už v levé cestě po C podle ①, přidáme tam f du 6

# ÚLOHA LIN PROGRAMOVÁNÍ V ROVINĚ

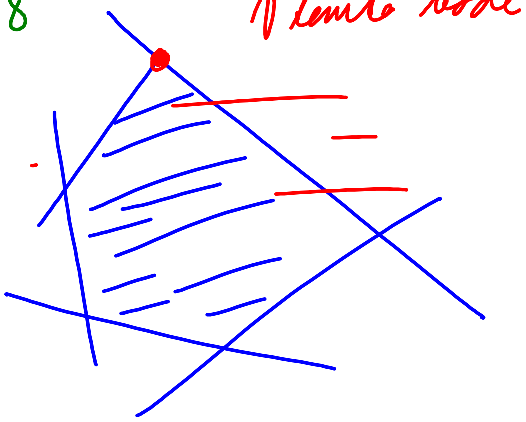
Maximalizovat (najít bod, ve kterém nabývá funkce maxima) $\quad f(x_1, x_2) = c_1 x_1 + c_2 x_2$

za podmínek

$$\left.\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 &\le b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 &\le b_2 \\ &\;\;\vdots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 &\le b_m \end{aligned}\right\}$$

Tato množina je geometricky průnik polorovin

V tomto bodě nabývá $f$ svého maxima.



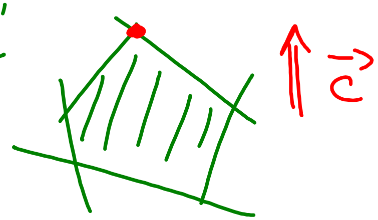
$\vec{c} = (c_1, c_2)$

$f(x_1, x_2) = c_1 x_1 + c_2 x_2$

Možné případy

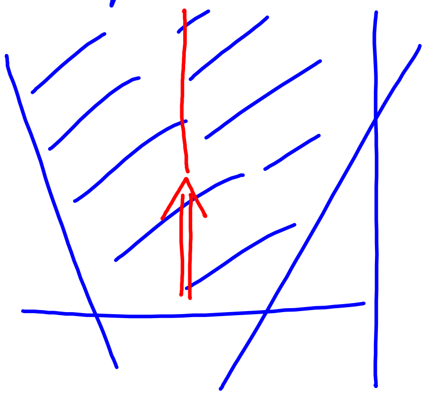
① Průnik polorovin je prázdný.

② Jediné řešení



str 10

(5) $f$ na průniku není omezená



V tomto případě chceme, aby algoritmus reportoval, že úloha je neomezená a dal nám podpřímku v průniku na které $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2$ roste.

Úloha v rovině je 2-dimenzionální úloha lin. programování

Jak zjistíme řešení potřebujeme řešit 1-dim úlohu lin. programování.

Převedení na hledání maxima

$$f(x) = cx$$

pro

$$\begin{cases} x \le c_1 \\ \vdots \\ x \le c_k \\ x \ge c_{k+1} \\ \vdots \\ x \ge c_n \end{cases}$$

kde $c_i \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$

$x_r = \min\{c_1, \dots, c_k\}$

$x_l = \max\{c_{k+1}, \dots, c_n\}$

Řešení soustavy nerovnic je interval

$[x_l, x_r]$ pokud $x_l \le x_r$

$\emptyset$ pokud $x_l > x_r$

2-dim úloha

$H = \{h_1, h_2, \ldots, h_n\}$ množina polorovin

$h_i: \quad a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 \leq b_i$

$f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2, \quad \vec{c} = (c_1, c_2) \neq (0,0)$

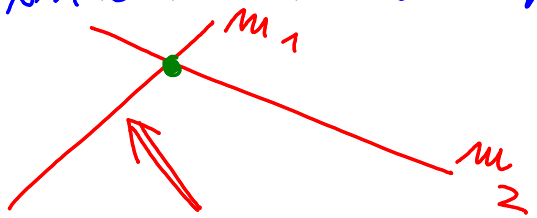
Zadání úlohy $LP(H, \vec{c})$

Prvně vyřešíme tzv. omezenou úlohu lin. programování.

Do množiny $H$ přidáme dvě poloroviny $m_1$ a $m_2$

tak, že $f(x)$ nabývá svého maxima v průniku $m_1$ a $m_2$

v jediném bodě



V kroku řešíme postupně tak, že najdeme $v_0, v_1, \dots v_n$.
Pro přechod od $v_{i-1}$ k $v_i$ použijeme následující větu.

Věta:

(a) Je-li $v_{i-1} \in h_i$, je $v_i = v_{i-1}$.

(b) Jestliže $v_{i-1} \notin h_i$, pak $v_i$ leží na hraniční přímce $l_i$ poloroviny $h_i$ a lze jej nalézt řešením 1-dimenzionální úlohy.

Důkaz (a) $C_{i-1} \supseteq C_i$ Jestliže $v_{i-1} \in C_{i-1}$ leží v $h_i$, leží rovněž v $C_i$. $v_{i-1}$ je bod maxima na $C_{i-1} \supseteq C_i$, je to bod maxima i pro $C_i$.

Pokud $f(v_{i-1}) = f(v_i)$

pak $f(v_{i-1}) = f(q) = f(v_i)$

$v_{i-1}$ je bodem maxima nejmenším v lexikografickém uspořádání. Tedy také $q$ je menší v tomto uspořádání než $v_i$

$$v_{i-1} \ll q \Rightarrow q \ll v_i$$

Spor s definicí $v_i$.

Jak najít $v_i$ na $l_i$

$l_i$ má rovnici $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 = b_i$

Předp. $a_{i2} \neq 0$