Řízení finančních rizik v energetice

Stochastické modely a řízení tržních rizik

Igor Paholok, Market Risk Specialist

Prague, 05 December 2011

Řízení finančních rizik v energetice

- Stochastické modely v energetice
- Řízení tržních rizik
- Řízení kreditních rizik

Stochastické modely v energetice

- Úvod do problematiky stochastických procesů
- Charakteristiky časových řad
- Modely spotových denních kontraktů
- Modely spotových hodinových kontraktů
- Modely termínových kontraktů

Úvod do problematiky stochastických procesů

Moderní finanční matematika používá pro řešení řady praktických úloh stochastického počtu:

- Oceňování finančních instrumentů – zejména finančních derivátů (např. Black-Scholes model)
- Odhad budoucího vývoje ekonomických veličin (úrokové sazby, ceny akcií, apod.)
- Řízení rizik – aplikace metody Monte Carlo při výpočtu Value at Risk (viz. dále), atd.

Pro zvládnutí těchto úkolů je třeba znát základní principy stochastických procesů:

- Brownův pohyb
- Wienerův proces
- Stochastické diferenciální rovnice (SDE)
- Itoovo lema

Úvod do problematiky stochastických procesů

Brownův pohyb

- Původně fyzikální význam – popisuje neustálý a neuspořádaný pohybčástic/molekul
- Z matematického hlediska je to stochastický proces
- Nejčastější příklad realizace tzv. Wienerova procesu

Ekonomická aplikace Brownova pohybu

- Ceny aktiv na finančních trzích se podle teorie dokonalých trhů chovají zcela náhodně a nezávisle na předchozím vývoji
- Brownův pohyb je tedy ideální nástroj popisující chování cen aktiv (akcie, měny, komodity)

Wienerův proces

- Je to náhodný proces se spojitým časem W(t), t>0, W(0)=0
- Přírůstek Wienerova procesu W(t)-W(s) je Gausovský se střední hodnotou E(x)=0
- Přírůstky Wienerova procesu jsou na sobě nezávisle

Úvod do problematiky stochastických procesů

Pro simulaci vývoje ceny akcie můžeme použít například níže uvedenou diskrétní formu:

$$S(t+\delta t) = S(t) + \delta S = S(t)\exp\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\delta t + \sigma\sqrt{\delta t}\,\phi\right]$$

kde:

- Φ je náhodná veličina z rozdělení N(0,1)
- t je časový krok
- μ je očekávaná výnosnost akcie
- σ je volatilita ceny akcie

Nyní se podíváme na specifické charakteristiky časových řad cen kontraktů s elektrickou energií.

Charakteristiky časových řad

Elektrická energie je neskladovatelná (resp. omezeně skladovatelné) aktivum, z čehož plyne řada specifik chování a charakteristik cenových řad spotových (denních i hodinových) i termínových kontraktů:

Spotové kontrakty:

- V porovnání s časovými řadami termínových kontraktů i většiny finančních aktív, jsou cenové časové řady více volatilní.
- Běžná je existence extrémních cenových skoků (**jump diffusion**).
- Cena má tendenci navracet se k určité rovnovážné úrovní (**mean reverting**).
- Časové řady zpravidla obsahují i sezónní složku.
- Rozdělení výnosů není normální.

Termínové kontrakty:

- Neskladovatelnost aktíva **znemožňuje využití cost-of-carry modelu**.
- Nízka likvidita termínových kontraktů.

A mnoho dalších specifik!

Charakteristiky časových řad

Ilustrace sezónního charakteru časových řad spotových denních kontraktů s elektrickou energií:

- Deterministická sezónní funkce může mít podobu:

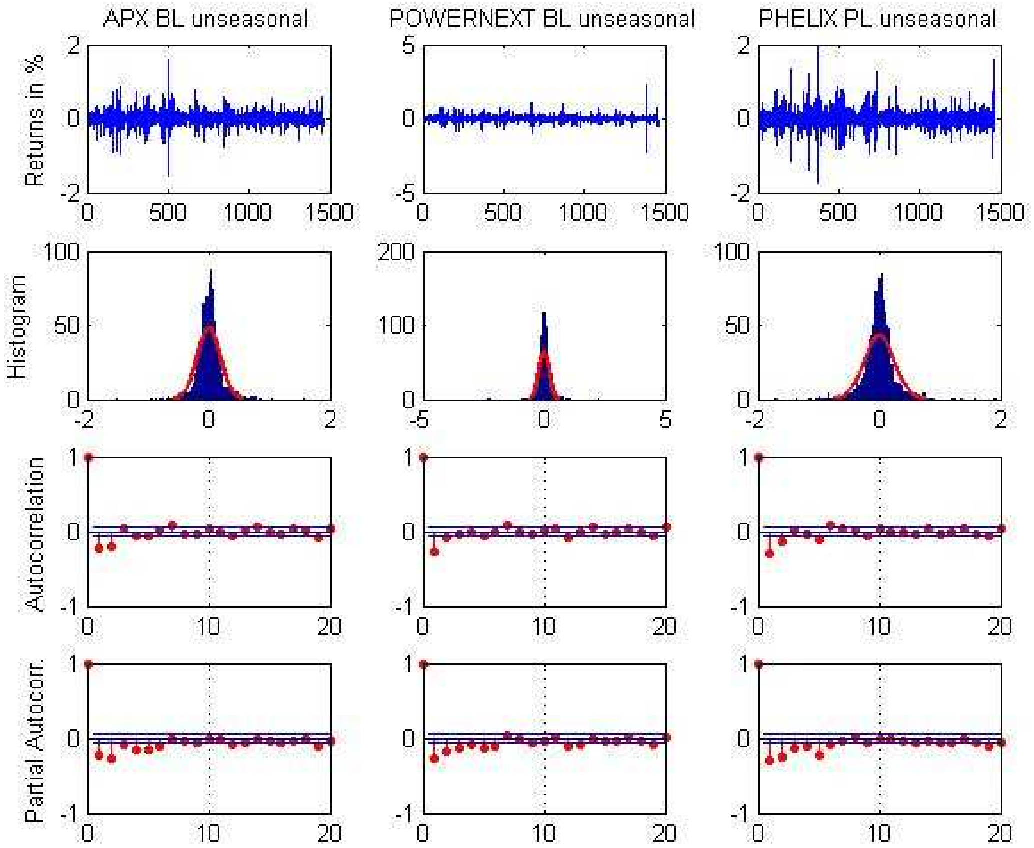
$$x(t)-x(t-1)=\mu_1+\mu_2 WD_{1,t}+\mu_3 WD_{2,t}+\mu_4 WD_{3,t}+\mu_5 WD_{4,t}+\mu_6 WD_{5,t}+\mu_7 WD_{6,t}+\mu_8 WD_{7,t}+e_t\,;$$

- Odhadnuté parametre funkce (ilustrace):

	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8
APX BL	-0.0007	0.1030	-0.0165	-0.0112	-0.0484	-0.1817	-0.2263	0.3804
POWER-NEXT BL	-0.0006	0.0681	-0.0151	-0.0044	-0.0555	-0.1826	-0.2403	0.4292
PHELIX BL	-0.0001	0.0484	-0.0016	-0.0323	-0.0862	-0.2568	-0.2666	0.595

Charakteristiky časových řad

Charakteristiky sezónně očištěných časových řad spotových cen:



UniCredit Bank

Modely spotových denních kontraktů

- Nejčastěji využívaným model je pro spotové denní kontrakty s elektrickou energii je tzv. **Jump Diffusion Mean Reverting Process**

- Je dán vztahem: $dx(t) = \mu dt + \sigma\, dW(t) + Jdq;$

- Kde μ substituuje $\eta(\bar{x} - x(t))$, *dq* představuje Poissonov process kde *dq = 1* s pravděpodobností λ a *dq = 0* s pravděpodobností *1-λ*. Předpokládáme, že skok má normální rozdělení s volatilitou σ_j a průměrem *J*. Význam parametrů definovaných v předešlém textů zůstává neměnný (od akcií ale přecházíme k elektrické energii) .

- Odhad parametrů (metoda A) modelu lze standardně provést metodou maximální věrohodnosti (maximum likelihood estimation) s využitím funkce hustoty (density function) Lazenets, Senchyna [2005]:

- $$f(x) = \sum_{n=0}^{N} \frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!\sqrt{2\pi(\sigma^2 + \sigma_J^2)}} \exp\left(\frac{-(x - \mu - nJ)^2}{2(\sigma^2 + n\sigma_J^2)} \right);$$

- Další z možných přístupu (metoda B) kalibrace spočívá ve vyčlenění extrémních hodnot a spočtení parametrů *(J, σ_j, λ)*.

- Reziduální časovou řadu využijeme ke kalibraci parametrů (η, $\bar{x}$,σ).

Modely spotových denních kontraktů

- Mezi další z možných přístupů patří **modely s proměnlivými režimy**, eventuálně tzv. **Extreme Value Theory**
- Podstatou modelů s proměnlivými režimy je existence dvou nebo více režimů a pravděpodobnosti přechodu mezi jednotlivými režimy.
- Koncept Extreme Value Theory vychází z úvahy, že změny (denní výnosy) menší než určitá prahová úroveň, nenesou v sobě informace o extrémních změnách přesahující tuto prahovou úroveň. K modelování chvostů využijeme pouze extrémní hodnoty přesahující tuto prahovou úroveň.
- K modelování **denních spotových kontraktů se sezónními efekty dnů v týdnu a volných dnů** lze využít následující funkci:

$$WP_t = \ln\left[Hol_t DayLevel_{t=sun} + (1 - Hol_t) DayLevel_t\right], \text{ kde}$$

$\mathrm{WP_t}$ je intra týdenní efekt

$\mathrm{Hol_t}$ je parameter $\in \{0,1\}$ který nabývá hodnoty 1 v případě že se jedná o den pracovného pokoje a 0 v případě že se jedná o pracovní den

$\mathrm{DayLevel_{t=mon,\ldots,sun}}$

Modely spotových hodinových kontraktů

- Chování cen hodinových spotových kontraktů je dokonce „komplikovanější“ než chování cen spotových denních kontraktů.
- Můžeme rozlišovat peak, off peak hodiny. Cena i množství pak záleží na denním čase, počasí, aktuálním období, dni v týdnu apod.
- Kromě metod založených na stochastických procesech lze využít tzv. „**historical profile sampling**“. Ceny spotových denních kontraktů pro budoucí období jsou generovány z historických dát, náhodným výběrem.
- Před samotným výběrem jsou historické data seskupené dle předdefinovaných charakteristik: leto/zima, pracovní den/víkend/státní svátek, spike/no spike.
- Samotnému generování scénářů může předcházet stochastické modelování spotových denních cen, pro určení jestli se jedná o spike/no spike den.

Modely termínových kontraktů

- Stochastické modelování volatility cen termínových kontraktů s elektrickou energií může být nepřímé tj. z odvozené ze stochastických modelů pro spotové ceny a přímé. V této přednášce se zaměříme na druhý způsob, tzv. přímé modelování volatility termínových kontraktů.

- Vhodným modelem je tzv. Dvoj-faktorový model (angl. Two-factors model).

- Model dokáže přímo zachytit empiricky pozorovaný fakt, že kontrakty s kratší dobou do maturity/počátku období dodávky mají vyšší volatilitu, než kontrakty, které mají dobou do maturity delší.

- Dynamika ceny forwardu s elektrickou energií může být dána vztahem:

$$dF(t,T) = \sigma(t,T)F(t,T)\,dW(t),\ kde$$

$F(t,T)$ je cena 1MWh termínového kontraktu v čase t s periodou dodání, která začačí v čase T

$\sigma(t,T)$ je d-dimenzionální deterministická funkce volatility

$W(t)$ je a d-dimenzionální Brownův pohyb

Modely termínových kontraktů

- Dvoj-faktorový model je vyjádřen vztahem:

$$\frac{dF(t,T)}{F(t,T)} = e^{-\kappa(t-T)}\sigma_1 dW_t^1 + \sigma_2 dW_t^2$$

- Volatilita je daná dvojdimenzionálním Brownovým pohybem a parametry:

$$\sigma(t,T) = \left(e^{-\kappa(T-t)}\sigma_1, \sigma_2\right)$$

- kde první faktor reprezentuje exponenciálně klesající funkci volatility. S vyšším T-t, se váha σ1 snižuje, kde se pro kontrakty s delší dobou do splatnosti může blížit k nule. Druhý faktor σ2 udržuje nenulovou volatilitu i pro kontrakty s delší dobou do začátku období dodávky.

- Ekonomická interpretace: první faktor reprezentuje zvýšenou tržní aktivitu kontraktu s kratší dobou do dodávky kontraktu a tudíž i volatilitu kontraktu, spojenou se znalosti počasí, nečekaných události apod. Druhý faktor reprezentuje dlouhodobou nejistotu.

Řízení tržních rizik

- Tržní rizika
- Představení simulací Monte Carlo
- Value at Risk
- Analýza citlivosti
- Stresové testování
- Zajištění tržního rizika
- Cross product hedging
- Řízení rizika likvidity

Tržní riziká

- Tržní riziko řadíme mezi rizika finanční, společně s kreditními, operačními a rizikem lividity.
- Tržní riziko se dál člení (dle trhu/podkladového aktíva) na měnové, úrokové, komoditní a akciové.
- Tržní riziko vyplývá ze změn tržních podmínek (zejména cen) a jejich dopadu na zisk (resp. hodnotu vlastního kapitálu) dané společnosti.
- Výše tržního rizika závisí na struktuře bilance z hlediska citlivosti jednotlivých položek aktiv a pasiv na změny tržních cen.

Představení simulací Monte Carlo

- **Monte Carlo** simulace je (někdy uváděná i jako synonymum počítačové simulace) typ výpočetního algoritmu založeném na opakovaném generování náhodných (resp. pseudonáhodných) čísel a výpočtu požadovaných výsledků.

- Jedná z definic počítačových simulací zní: Simulace je numerická metoda složitých pravděpodobnostních dynamických systému pomoci experimentování s počítačovým modelem.

- Simulace Monte Carlo má v dnešním procese risk managementu bohaté využití.

Představení simulací Monte Carlo

- Dynamika modelovaného systému je klíčová z pohledu využití matematicko-statistického aparátu:

	Čas spojitý	Čas diskrétní
Stavy spojité	diferenciální rovnice	diferenční rovnice
Stavy diskrétní	simulace diskrétních udalostí	Markovy řetězce

- Příklady jednotlivých typů systémů:

	Čas spojitý	Čas diskrétní
Stavy spojité	vývoj ceny akcie	vývoj čtvrtletního HDP
Stavy diskrétní	default podniku	stav stroje

Value at Risk

- Value at Risk (VaR) je široce využívaná metod kvantifikace/měření rizika ztráty v rámci specifického portfolia finančních nebo komoditních aktív.

- Pro dané portfolio, hladinu pravděpodobnosti/confidence level a časový horizont je VaR definován jako prahová hodnota ztráty, pro kterou platí, že pravděpodobnost mark-to-market ztráty, která přesahuje tuto prahovou hodnotu, na daném portfoliu a při daném časovém horizontu, nastane s pravděpodobností nižší než je daná hladina pravděpodobnosti/conficence level.

- Matematicky lze VaR definovat jako

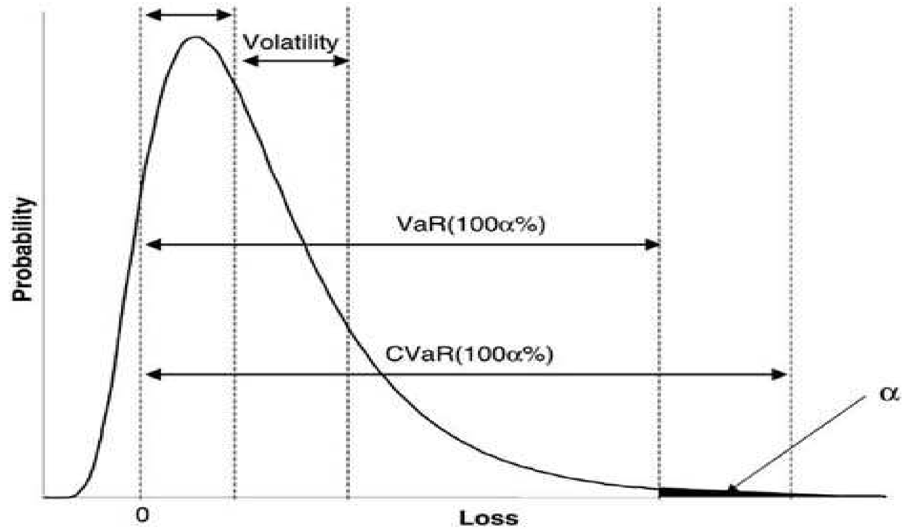
$$VaR_{\alpha} = \inf\{l \in \Re : P(L > 1) \leq 1 - \alpha\} = \inf\{l \in \Re : F_L(l) \geq \alpha\}$$

- kde pro hladinu pravděpodobnosti/konfidenční interval platí $\alpha \in (0,1)$ a VaRα daného portfolia je dané nejnižším číslem l takovým pro které platí že pravděpodobnost ztráty L která je větší než l nepřesahuje 1-α

- VaR slouží k měření expozice vůči riziku, i k limitaci rizika – stanovení tzv. VaR limitů.

Value at Risk

Grafické znázornění podstaty VaR:



Nejběžnější metody výpočtu VaR jsou:

- Metoda Variance-Covariance
- Metoda historické simulace
- Monte Carlo simulace (viz. předešlá část přednášky)

Value at Risk

Koncept VaR není bezchybný, jeho omezení je důležité znát:

- necharakterizuje velmi málo pravděpodobné ztráty
- není subaditivní
- není vpředhledící
- neuvažuje náklady likvidace
- je statický (počítán například z end of day dat)

Koncept Conditional Value at Risk (CVaR) charakterizuje i málo pravděpodobné ztráty a v kontextu poslední doby jeho popularita roste.

CVaR je střední hodnota ztrát přesahující VaR, a bývá také označován pojmem **Expected Shortfall (ES).**

Analýza citlivosti

Analýza citlivosti je technika pomoci které kvantifikujeme velikost změny Závislé proměnné jakožto reakci na změnu předdefinované nezávislé proměnné.

Ve financích je často využívaná durace, ukazatel Basis Point Value (BPV), u opcí tzv. greeks.

Ve finančním řízení rizik v energetice lze najít využití zejména v:

- kvantifikaci expozici portfolia vůči předefinované změně cen
- nastavení limitu založené na analýze citlivosti
- analýza citlivosti rozdělená do předdefinovaných časových pásem

Stress testing

Stress testing je forma testování stability daného systému/entity.

Základem stress testingu je generování a využívani scénářů. Generování může probíhat na následujících úrovních:

- Extrémní události: použité scénáře jsou generovány na základě historických událostí. Jedná se o přímé generování P/L pro dané portfolii.
- Šoky rizikových faktorů/Šoky externích faktorů: Nejedná se o generování P/L přímo ale o stresové scénáře rizikových či externích faktorů. P/L je následně kalkulováno s využitím korelačních matic, regresních modelů a jiných deterministických přístupů.

Význam stress testingu prudko vzrostl s nástupem součastné finanční krize.

UniCredit Bank

Systém limitů

Představené metody je vhodné používat v rámci systému limitů:

Poziční limity – definují maximální objem otevřených pozic na úrovní kontraktů/typu podkladového aktíva/typu produktu/portfolia. Omezuji tržní riziko, resp. riziko ztráty ex-ante.

Stop loss limity – definuji maximální velikost ztráty která může být na různé úrovní dosažená, aniž by došlo k nucenému uzavírani pozic. Působí ex-post, tj. až po dosažení dané ztráty. Vhodné je využívat i tzv. warning stop loss limity.

Roll over S/L limity – omezují realizovanou ztrátu počítanou kumulatívně za předem vymezené období, klouzavě. Vhodné jsou i tzv. warning úrovně, působí ex-post.

VaR limity – Limity omezující maximální VaR portfolia/celé společnosti. Jsou důležitou součástí systémů limitů protože působí ex-ante a na rozdíl od pozičních limitů zohledňují i tržní podmínky jako volatilita, korelace apod.

Limity senzitivity – Omezují citlivost P/L portfolia/celé společnosti na změnu tržních faktorů. Působí ex-ante.

Zajištění tržního rizika

Tržní rizika lze uplně nebo částečně zajistit následujícími způsoby:

- příme snížení pozice: jednoduchý způsob, není vždy možný
- otevření opačné pozice - identický kontrakt
- otevření opačné pozice - kontrakt není identický no v určitém pozitivním vztahu k součastnému portfoliu
- otevření derivátové pozice – burzovní/standardizovaný nebo OTC/na míru
- přirozený hedging

Cross product hedging

- V případě statisticky významného pozitivního nebo negativního vztahu mezi různými produkty (mírně odlišná povaha produktu, jiný podkladový instrument, různá maturita/začátek období dodávky kontraktu) lze kombinací těchto produktu v rámci jednoho portfolia dosáhnout tzv. částečný hedging tržního rizika, případně jiných portfolio efektů.

- V této souvislosti je ale nutné mít na paměti nedostatky, často využívané míry vzájemného vztahu, kterým je **Pearsonův korelační koeficient**:

$$Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X) \times Var(Y)}}$$,kde $$Cov(X,Y) = \mathrm{E}((X - \mathrm{E}(X)) \times (Y - \mathrm{E}(Y)))$$

1. Korelace není míra závislosti

Uvažujme *X ~ N(0,1)* a *Y = X2* , *Corr(X,Y)* je velmi blízka nule, případně rovná nule v případě dostatečně velkého vzorku. Vztah, resp. závislost veličín *X* a *Y* bezesporu jestvuje. Korelace měří pouze lineární vztah!

2. Korelace je skalární veličina (vyjádřená jediným číslem)

Nedokáže tudíž popsat celou strukturu vztahů, neříká nic o vztazích v případě extrémních pozorováni (tzv. tail dependence) apod.

Cross product hedging

3. Korelace není neutrální vůči některým transformacím

Korelace mezi *log(X)* a *log(Y)* není stejná jako korelace mezi *X* a *Y*.

4. Korelace může být nestabilní

Korelace mezi dvěma proměnnými je obvykle velmi nestabilní a záleží na tom jak dlouhou historii vezmeme v podtaz. Korelační koeficient počítán z historických dat vnímáme pouze jako bodový odhad. Intervalový odhad lze získat pomocí Fischerové r-z transformace.

$$z = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\rho}{1-\rho} \qquad z_1 = z - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{1}{\sqrt{n-3}} \qquad z_2 = z + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

Kde *z* je transformovaná hodnota se střední hodnotou *E(z)* a normálním rozdělením. *P* představuje výběrový korelační koeficient, n je počet pozorovaní a $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ je percentil normálního rozdělení.

5. Vícero závislostních struktur vede k nepřesné korelaci

Pro dvě období (t_0, t_m) a (t_m, t_n) kde $t_0 < t_m < t_n$ uvažujeme dvě závislostní struktury.

$Y = X_j$ pro t období (t_0, t_m) a $Y = X_k$ pro období (t_m, t_n), kde *j*, *k* jsou konstanty větší než nula.

$Corr(X,Y)(t_0, t_m) = 1$ a $Corr(X,Y)(t_m, t_n) = 1$ ale $Corr(X,Y)(t_0, t_n) \neq 1$.

Řízení rizika likvidity

- Základem řízení rizika likvidity je důkladný monitoring finančních toků, jejich mapování a modelování.
- **Outflow** – založen na monitoringu a znalosti v budoucnosti splatných závazku společnosti. Kromě fixně daných plateb je nutné počítat s nahodilými událostmi, nepříznivým vývojem ceny termínových kontraktů kde je nutné vypořádání negativního P/L a podobně.
- K modelování vývoje cen využijeme stochastické modely z první části. Další události můžou mít deterministicky, sezónní nebo jiný charakter. Je důležité pracovat s určitým confidenčním intervalem.
- **Inflow** – založen na monitoringu a znalosti budoucích splatných pohledávek. Je nutné počítat s možností zdržení plateb kde průměrná doba splatnosti pohledávek představuje pouze střední hodnotu, nikoli odhad s patřičným konfidenčním intervalem. Opět je nutné využít stochastické nebo deterministické modely.
- **Inflow – Outflow** sledujeme jako určitou predikci v čase od t0 do předem definované budoucnosti.
- Podmínkou jsou vhodně natavené limity – **trigger points**.

Děkuji za pozornost

Igor Paholok – igor.paholok@unicreditgroup.cz