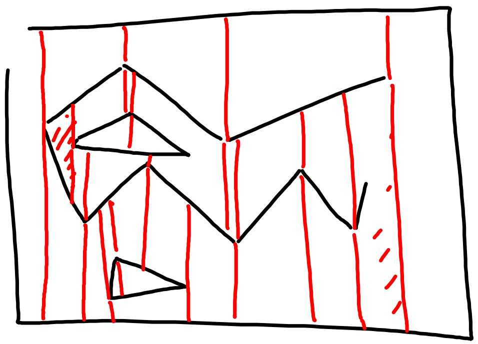
Lokalizace bodu – pokračování



$S = \{s_1, s_2, \ldots s_n\}$ množina úseček

Najít lichoběžníkovou mapu $\mathcal{T}(S)$

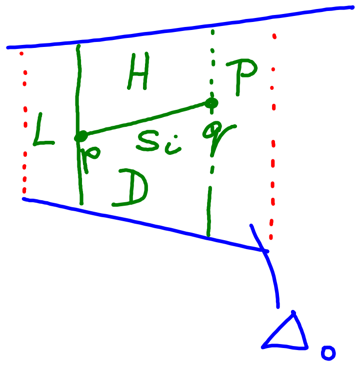
a vyhledávací strukturu $\mathcal{D}(S)$

pro hledání bodu.

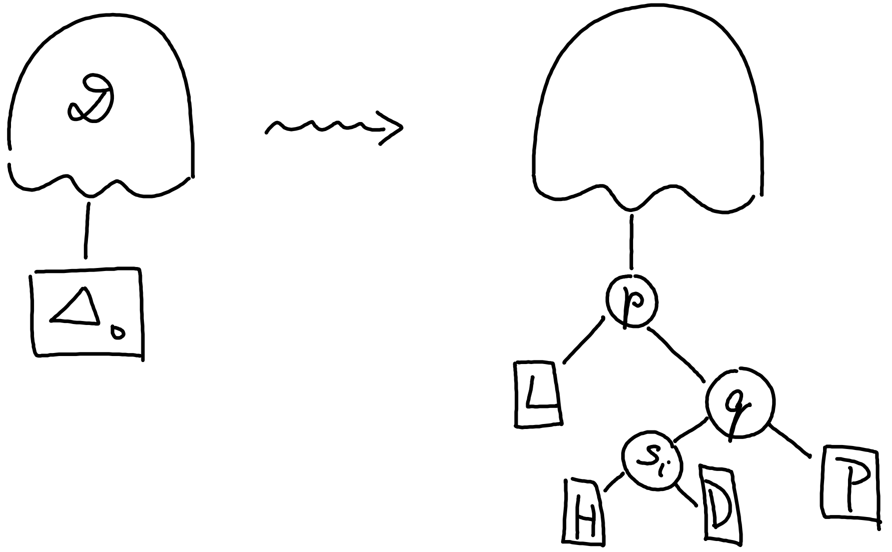
Algoritmus
- přírůstkový: z $\mathcal{T}(\{s_1, \ldots, s_{i-1}\})$ a $\mathcal{D}(\{s_1, \ldots, s_{i-1}\})$ zkonstruujeme $\mathcal{T}\{s_1, \ldots, s_i\}$ a $\mathcal{D}\{s_1, \ldots, s_i\}$
- náhodnostní – úsečky bereme v náhodném pořadí

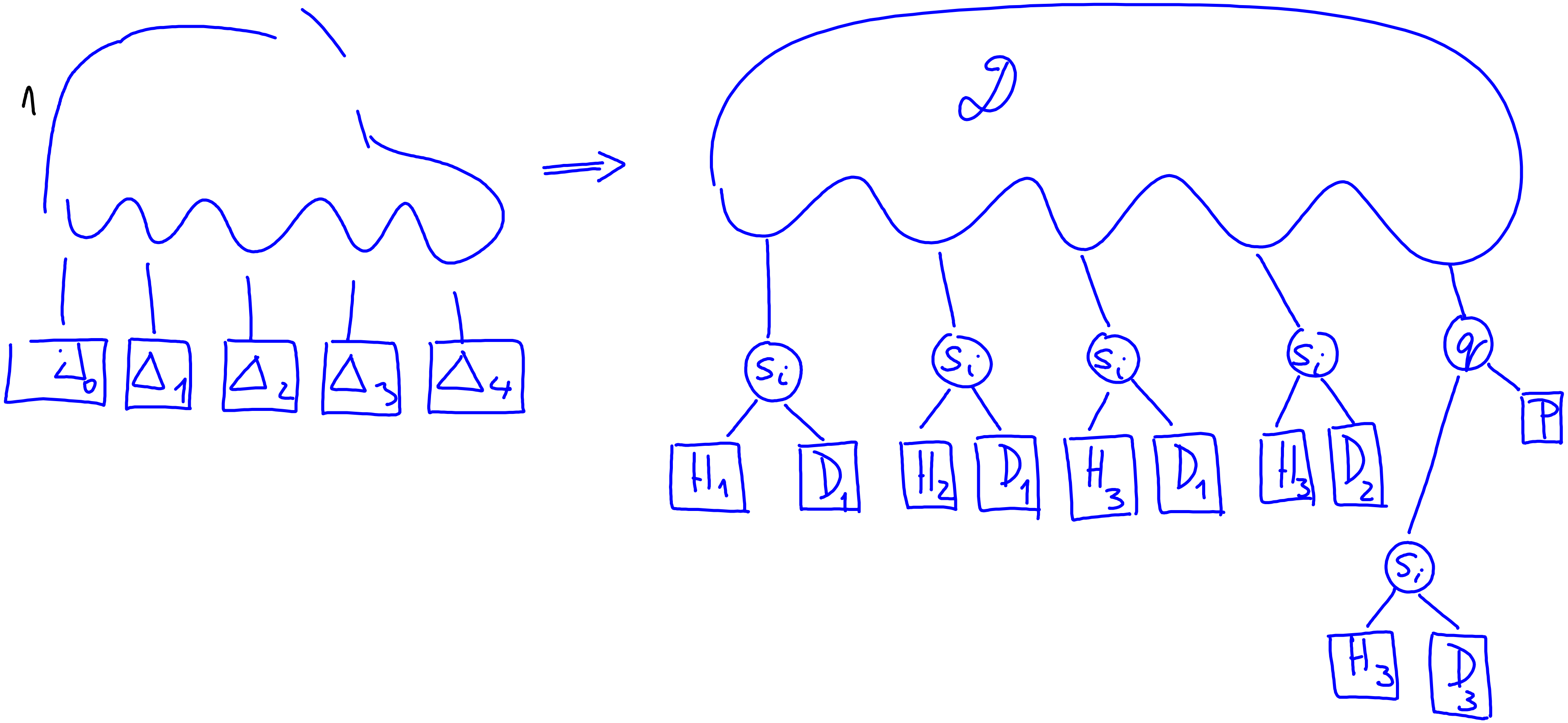
$\mathcal{S}_i - \{s_1, s_2, \dots s_i\}$

Chceme z $T(\mathcal{S}_{i-1})$ vytvořit $T(\mathcal{S}_i)$ a z $\mathcal{D}(\mathcal{S}_{i-1})$ vytvořit $\mathcal{D}(\mathcal{S}_i)$



Δ_0 z $T(\mathcal{S}_{i-1})$ vyndáme a místo něj přidáme L H P D, čím dostaneme $T(\mathcal{S}_i)$





1
Δ0
Δ1
Δ2
Δ3
Δ4
𝒟
si
H1
D1
H2
D1
H3
D1
H3
D2
q
P
H3
D3

Jestliže body p a q mají $p_x < q_x$, pak pro dostatečně malé $\varepsilon > 0$ je také

$$\varphi(p)_x < \varphi(q)_x .$$

$$\begin{aligned} \varphi(p)_x &= p_x + \varepsilon p_y < q_x + \varepsilon q_y \\ \varepsilon(p_y - q_y) &< \underbrace{q_x - p_x}_{>0} \end{aligned}$$

Je-li $p_y - q_y \leq 0$, pak nerovnost platí pro každé $\varepsilon > 0$.

Je-li $p_y - q_y > 0$, pak zvolíme $\varepsilon < \dfrac{q_x - p_x}{p_y - q_y}$

<u>Dokážeme proto toto.</u>

Očekávaný čas vyhledávání bodu q je $O(\log n)$.

X_i bude náhodná veličina, která určuje kolik uzlů přibude v i-tém v cestě v $\mathcal{D}$ při vyhledávání bodu q.

Z předchozího víme, že $0 \le X_i \le 3$.

$X_i \neq 0$ právě když $q \in \Delta$ (lichoběžník z $T(S_{i-1})$) a $\Delta \notin T(S_i)$

$\Delta^q(S_{i-1})$ lichoběžník obsahující q v $T(S_{i-1})$

$\Delta^q(S_i)$ ——— // ——— v $T(S_i)$

$p($ s_i je vršek $\Delta q) = \frac{1}{i}$

$p($ s_i je spodek $\Delta q) = \frac{1}{i}$

$p($ p_i je pravý bod $\Delta q) = \frac{1}{i}$

$p($ q_i je levý bod $\Delta q) = \frac{1}{i}$

$$\Rightarrow \quad E(X_i) \leq 3 \cdot p \leq 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{i} = \frac{12}{i}$$

Doba vyhledávání (očekávaná) je

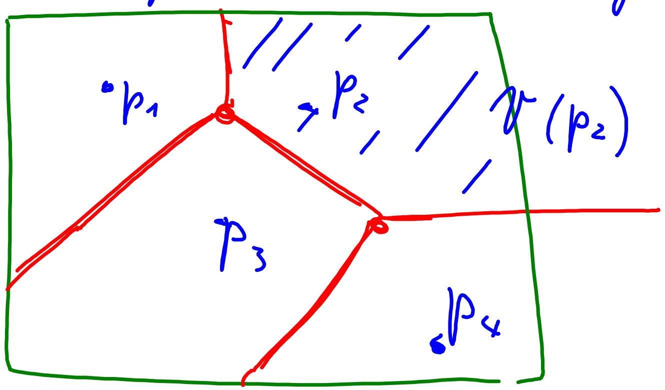
$$E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = EX_1 + EX_2 + \dots + EX_n \leq$$

$$\leq 12 \Big(1 + \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}}_{\leq \log n} \Big) \leq 12 \log n + 12 = O(\log n)$$

DIAGRAMY VORONOIA

Post office problem

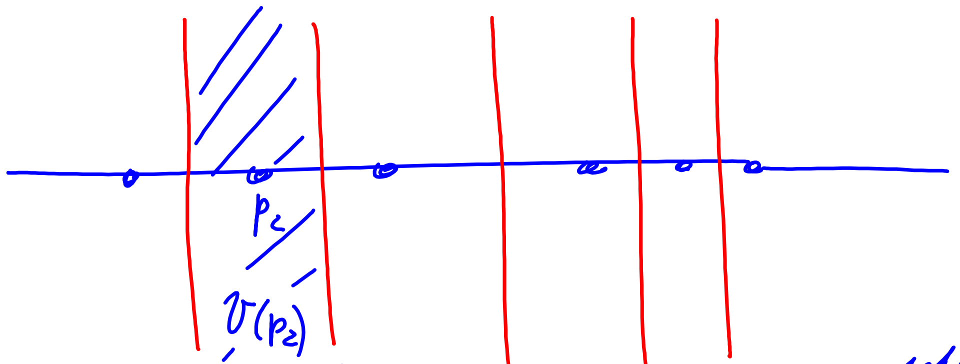
Stát a v něm body znázorňují pošty. Jde o to rozdělit území tak, aby každá daná pošta byla vymezena územím, ke kterému je z dané pošty nejblíž.



Pt. construirea diagramei Voronoi nu se poate mai rapid decât timpul

$O(n \log n)$

Motivare: fie n puncte pe o dreaptă, și diagrama Voronoi

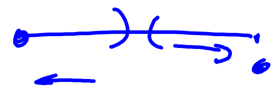


$\Rightarrow$ tocmai și sortarea crescătoare, iar știm că sortarea are complexitate $O(n \log n)$

Z každého vrcholu jdou aspoň 3 hrany. stupeň vrcholu ≥ 3

součet stupňů všech vrcholů je $2 \times$ počet hran

$$3(n_v+1) \leq 2n_e$$



Tuto nerovnost dosadíme do Eulerovy rovnice.

$$(n_v+1)+n_f-2 = n_e$$

$$2(n_v+1)+2n_f-4 = 2n_e$$

$$2(n_v+1)+2n_f-4 \geq 3(n_v+1)$$

$$2n-4 \geq n_v+1$$

$$2n-5 \geq n_v$$

$$n_e = (n_v+1)+n-2 \leq 2n-5+1+n-2 = 3n-6.$$