

Vzorová písemka z předmětu MAS01 „Aplikovaná statistika 1“

Úkol 1.: (8 bodů) Necht' množiny G_1, G_2 jsou neslučitelné, $p(G_1) = 0,27$, $p(G_1 \cup G_2) = 0,75$. Vypočtěte $p(G_2)$.

Odpověď: $p(G_2) = p(G_1 \cup G_2) - p(G_1) = 0,75 - 0,27 = 0,48$

Úkol 2.: (6 bodů) Jaké hodnoty nabývá koeficient korelace, jestliže mezi znaky X a Y existuje úplná přímá lineární závislost?

Odpověď: $r_{12} = 1$

Úkol 3.: (8 bodů) V datovém souboru zvýšíme každou hodnotu o 10%. O kolik procent se změní rozptyl?

Odpověď: Rozptyl se zvýší o 21%.

Úkol 4.: (8 bodů) Náhodný pokus spočívá v hodu kostkou. Jev A znamená, že padne sudé číslo a jev B znamená, že padne číslo větší než 4. Pomocí operací s jevy vyjádřete následující jevy: padne liché číslo; nepadne číslo 1 ani 3; padne číslo 6; padne číslo 2 nebo 4.

Odpověď: $\bar{A} = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$; $A \cup B = \{\omega_2, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$; $A \cap B = \{\omega_6\}$; $A \setminus B = \{\omega_2, \omega_4\}$, kde možný výsledek ω_i znamená, že padne číslo i , $i = 1, \dots, 6$

Úkol 5.: (8 bodů) Mezi následujícími tvrzeními vyberte ta, která jsou pravdivá: $P(A \cap B) \leq P(B)$, $P(A \cup B) < P(B)$, $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$, $P(A) < 0$.

Odpověď: Pravdivá jsou tvrzení 1 a 3.

Úkol 6.: (6 bodů) Co lze říci o jevech A_1, \dots, A_n s nenulovými pravděpodobnostmi, které jsou neslučitelné a jejich sjednocením je celý základní prostor?

Odpověď: Jde o úplný systém hypotéz.

Úkol 7.: (6 bodů) Náhodná veličina X udává počet šestek v posloupnosti 720 nezávislých hodů kostkou. Jaká je směrodatná odchylka této náhodné veličiny?

Odpověď: 10.

Úkol 8.: (9 bodů) Pomocí statistických tabulek zjistěte následující kvantily: $\chi^2_{0,975}(10)$, $t_{0,90}(8)$, $F_{0,975}(5,7)$.

Odpověď: $\chi^2_{0,975}(10) = 20,483$, $t_{0,90}(8) = 1,3968$, $F_{0,975}(5,7) = 5,2852$.

Úkol 9.: (9 bodů) Necht' X_1, \dots, X_{10} je náhodný výběr z $N(100, 10)$. Jaké rozložení má výběrový průměr?

Odpověď: $M \sim N(100, 10)$

Úkol 10.: (6 bodů) Regresní přímka, která vyjadřuje závislost hmotnosti Y (v kg) na výšce X (v cm), má rovnici $y = -95 + 0,98 \cdot x$. Jaký je regresní odhad hmotnosti pro osobu vysokou 180 cm? Výsledek udejte na jedno desetinné místo.

Odpověď: 81,4

Úkol 11.: (12 bodů) Na základě znalosti dvou nezávislých náhodných výběrů o rozsazích n_1 a n_2 ze dvou normálních rozložení s neznámými středními hodnotami máme pomocí kritické oboru testovat hypotézu o shodě rozptylů na hladině významnosti α . Jakou testovou statistiku použijeme? Jakým rozložením se řídí, když platí nulová hypotéza? Jak vypadá kritický obor? Kdy zamítáme nulovou hypotézu?

Odpověď: Testová statistika: $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ se řídí rozložením $F(n_1-1, n_2-1)$, když platí hypotéza o

shodě rozptylů. Kritický obor: $W = (0, F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)) \cup (F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1), \infty)$.

Pokud se testová statistika se realizuje v kritickém oboru, hypotézu o shodě rozptylů zamítáme na hladině významnosti α .

Úkol 12.: (14 bodů) Ve čtyřpolní kontingenční tabulce jsou uvedeny tyto absolutní četnosti: $a = 5, b = 3, c = 6, d = 4$. Vypočtěte teoretické četnosti a podíl šancí.

Odpověď: Teoretické četnosti: $\frac{n_{1.} \cdot n_{.1}}{n} = \frac{8 \cdot 11}{18} = 4,8$, $\frac{n_{1.} \cdot n_{.2}}{n} = \frac{8 \cdot 7}{18} = 3,1$,

$\frac{n_{2.} \cdot n_{.1}}{n} = \frac{10 \cdot 11}{18} = 6,1$, $\frac{n_{2.} \cdot n_{.2}}{n} = \frac{10 \cdot 7}{18} = 3,8$. Podíl šancí $OR = \frac{ad}{bc} = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 6} = \frac{20}{18} = 1,11$.

Hodnocení pro zkoušku:

(90, 100] ... A, (80, 90] ... B, (70, 80] ... C, (60, 70] ... D, (50, 60] ... E, [0, 50] ... F

Hodnocení pro zápočet:

(45, 100] ... P, [0, 45] ... N