① Konvexní obal v $\mathbb{R}^3$

Motivace:

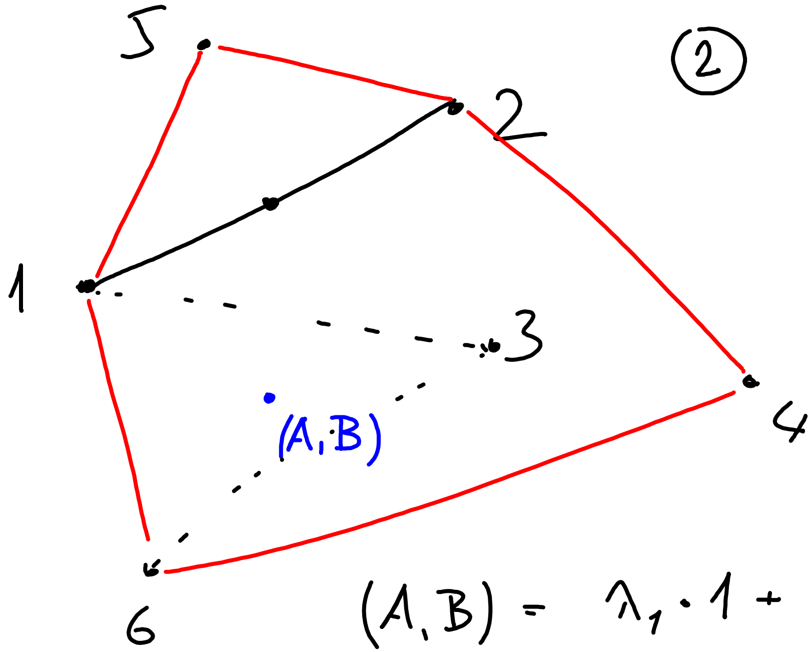
Více nalezišť ropy .... různé poměry složky A a B

Každé naleziště dáno souřadnicemi A a B

	A	B
1 naleziště	0,3	0,7
2. naleziště	0,4	0,6
⋮	⋮	

Směs může mít poměr A ku B jenom pro body z konvexního obalu nalezišť

2



$$(A,B) = \lambda_1 \cdot 1 + \lambda_2 \cdot 3 + (1 - \lambda_1 - \lambda_2)6$$

3

Věta: Konvexní obal n bodů v prostoru má nejvýše

$3n-6$ hran

a $2n-4$ stěn

Důkaz plyne z Eulerovy věty

Konvexní mnohoúhelník zadává planární graf

$$n_v - n_e + n_f = 2$$

$$n_v = n$$

$$2n_e \geq 3n_f$$

$$2n_v - 3n_f + 2n_f \geq 2n_v - 2n_e + 2n_f = 4 \Rightarrow 2n \geq 4 - n_f \Rightarrow n_f \leq 2n -$$

6

1. Odhad počtu hran

$$\underline{n_e} = n_v + n_f - 2 \underline{\leq} n + 2n - 4 - 2 = \underline{3n - 6}$$

Algoritmus pro konvexní obal v $\mathbb{R}^3$ je

- přírustkový
- náhodnostní

<u>1. krok</u> Najdeme čtyři body p_1, p_2, p_3, p_4 ze zadané množiny P, které neleží v jedné rovině. Konvexním obalem těchto 4 bodů je čtyřstěn s vrcholy p_1, p_2, p_3, p_4

5

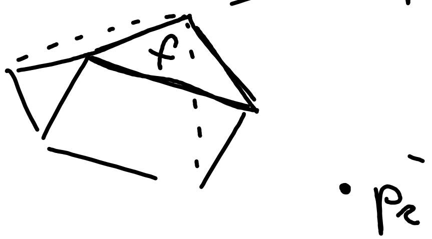
2 krok Náhodně seřadíme zbývající body

$CH(P_r)$ je konvexní obal bodů $p_1 \dots p_4 \dots p_r$

3. krok Vytvoříme $CH(P_r)$ z $CH(P_{r-1})$.

(A) $p_r \in CH(P_{r-1})$, pak $CH(P_r) = CH(P_{r-1})$

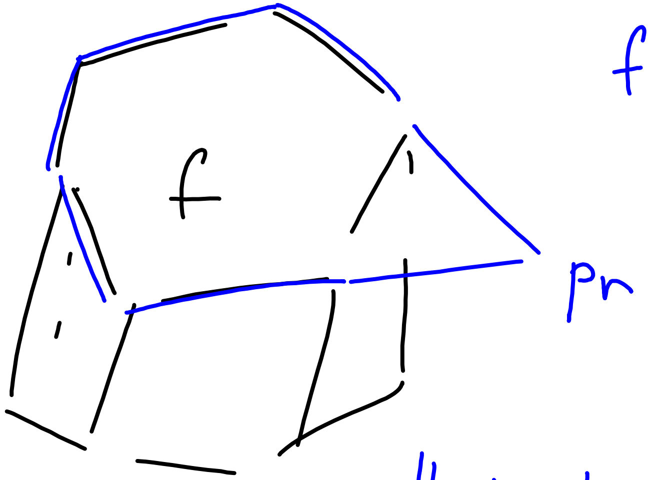
(B) $p_r \notin CH(P_{r-1})$, najdeme stěny $CH(P_{r-1})$, které jsou z bodu p_r vidět



6

Je-li f viditelná z pr, tak dojde k této změně:

(1) pr leží v rovině stěny f



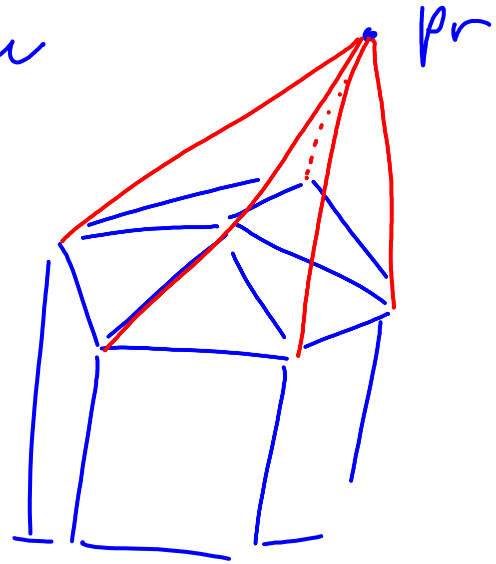
f změníme na f' (znázorněna modře)

2) pr neleží v rovině žádné stěny
najdeme viditelnou oblast
na $CH(P_{r-1})$ z bodu pr

Horizont bodu pr je hranice této viditelné oblasti.

7

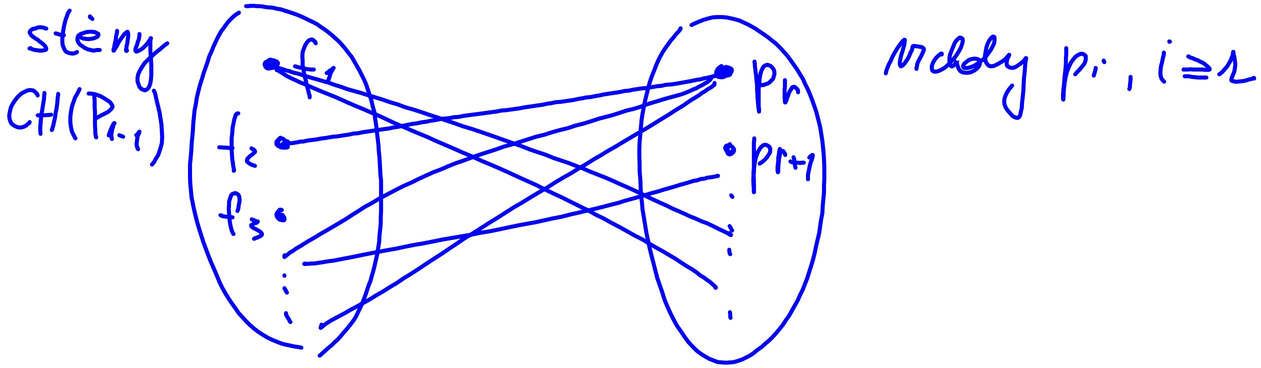
V tomto případě z $CH(P_{r-1})$ vyloučíme viditelné stěny, v $CH(P_r)$ je nahradíme Δ $e\,p_r$, kde e je hrana horizontu



8

<u>Technická realizace</u> pomocí konfliktních seznamů a tzv bipartitního grafu

Pro každou stěnu $f \in CH(P_{r-1})$ a každé p_i, $i \geq r$ zjistíme, zda f je vidět z p_i. V tomto případě spojíme f a p_i hranou. Dostaneme tzv. bipartitní graf



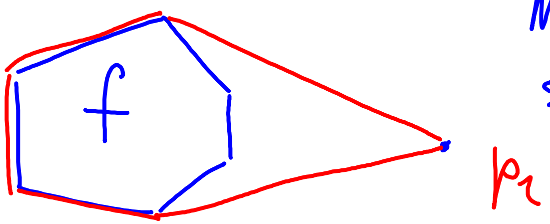
9

$$F_{konflikt}(p_i) = \{ f \in CH(P_{r-1}),\ f \text{ je vidět z } p_i \} \qquad i \geq r$$

$$P_{konflikt}(f) = \{ p_i,\ i \geq r,\ \text{a } p_i \text{ je vidět } f \}$$

Jak se mění bipartitní graf G při přechodu od $CH(P_{r-1})$ ke $CH(P_r)$?

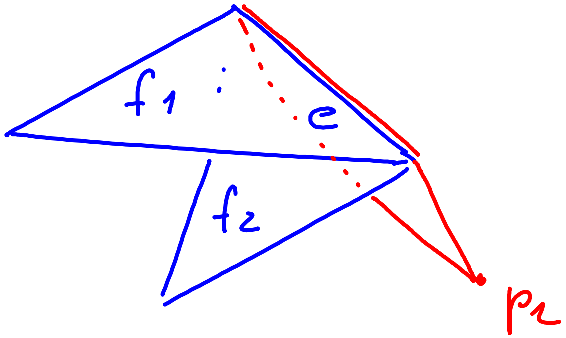
- nová stěna je konvexním obalem staré stěny a bodu p_r



Nová stěna má vzhledem k p_i, $i > r$, stejnou viditelnost jako měla původní stěna f k p_i.

10

= nová stěna je Δ s hranou e a vrcholem p_r



Jestliže z p_i, $i > r$, vidíme $\Delta e p_r$, pak z p_i musela být vidět stěna f_1 nebo f_2. Tj.

$$p_i \in P(f_1) \cup P(f_2).$$

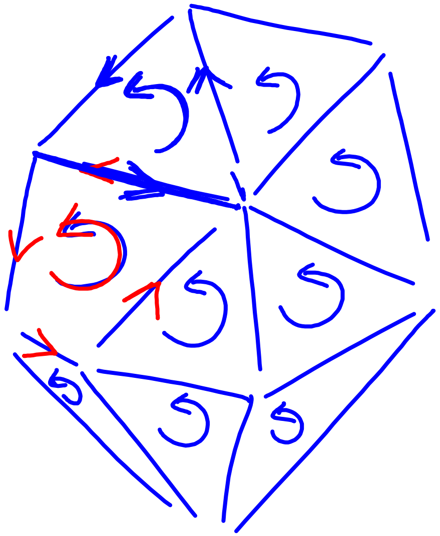
Projdeme všemi body z $P(f_1) \cup P(f_2)$ a zjistíme, z kterých je $\Delta e p_r$ vidět.

Do bipartitního grafu připíšeme $\Delta e p_r$ a příslušné hrany z něj vycházející. Zrušíme uzly p_r a f_1, f_2 ze stěn

(11)

f_1, f_2. a smaže i přilehlé hrany

Jak se zjistí hranice viditelné oblasti?



Z viditelných stěn vypočítáme jejich hrany. Dostaneme množinu viditelných hran. Nové stěny budou tvořit právě ty hrany, které v této množině NEMAJÍ své dvojče!

12

Očekávaná paměťová náročnost algoritmu je

$$O(n)$$

Očekávaný časová náročnost je

$$O(n \log n)$$