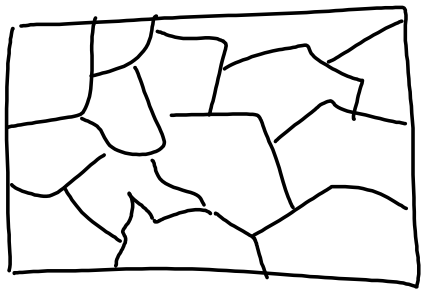
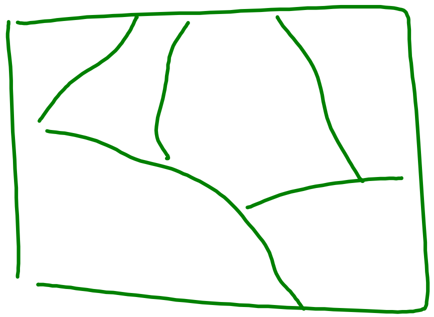
1 Hledání průsečíků úseček

Motice ... překryvy map





Překryvy zjistě

Dnes řešíme následující úlohu:

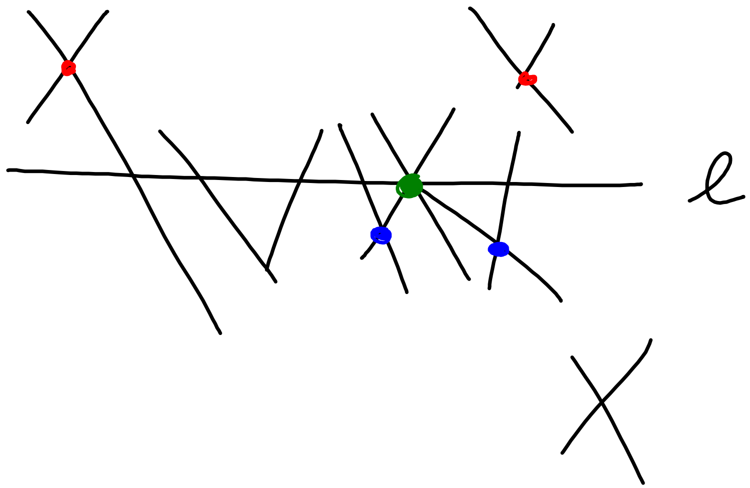
je dána množina úseček $S = \{s_1, s_2, \dots s_n\}$. ~~které nemají~~

≈ Úkolem je co nejefektivněji najít všechny možné průsečíky

③ Metoda zametací přímky

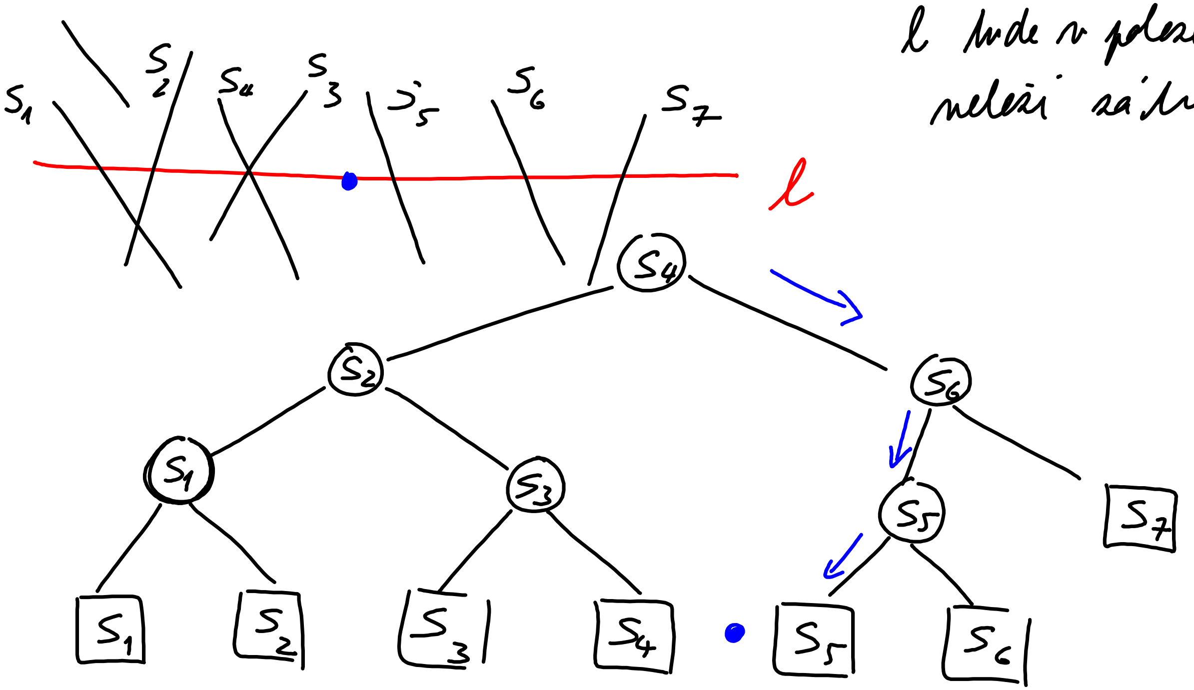
V rovině si představujeme vodorovnou přímku, která se „pohybuje" od shora dolů. Daný problém máme vyřešen nad zametací přímkou a v bodech, kde se přímka zastaví (tzv. události) řešíme problém „těsně" pod přímkou.

Trochu komplikovanější v tomto případě



Zelený bod je událost, v něm se přímka zastaví a my hledáme průsečíky úseček, které zeleným bodem procházejí nebo s ním sousedí. Takto získáme modré průsečíky.

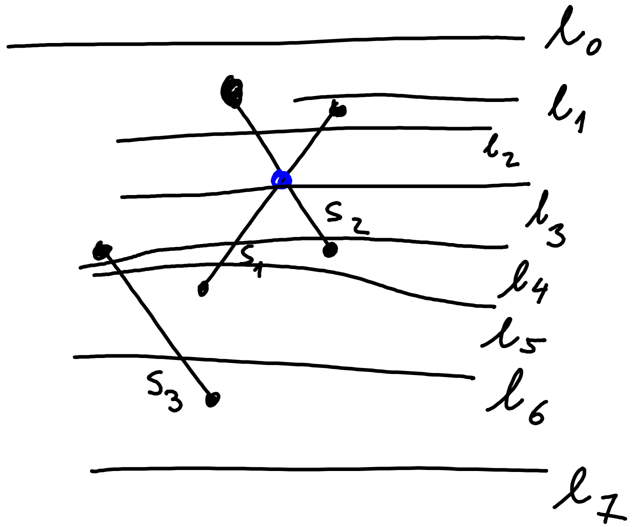
5



l bude v ploše, kde na ni neleží žádný průsečík

Označení uzlů jménem ~~k~~ listu nejvíce vpravo v levém podstromu

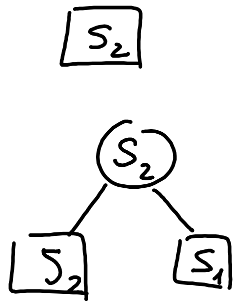
9



$Q =$ konc. body úsečiek

T_1

T_2



$s' = s_1 \quad s'' = s_1$

s_r neexistuje

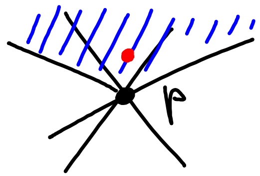
prienik $s_l = s_1$ a s_2
existuje pod, zaradíme ho
do haldy

(11) Věta: algoritmus je korektní, najde všechny průsečíky.

Nechť p je průsečík, první, který nebyl nalezen

p není první v počáteční frontě

p není 1.
ve frontě $\Rightarrow$



Vezmeme událost ležící nejblíže
nad p v označeném úhlu

Při přechodu červenou událostí průsečík
p najdeme a dáme do fronty

Je-li jednou ve frontě, je už jako průsečík označen

(13)

Tedy časová náročnost při průchodu všemi body p je

$$O\left(\sum_{p}^{f} m(p)\log n\right) = O\left(\underbrace{\sum m(p)}_{m}\right)\log n$$

Chceme dokázat, že $m = O(n+k)$

Bodů p je $2n+k$

K tomu použijeme Eulerovu větu pro planární grafy

Pojem planárního grafu

Eulerova věta: n_v ... počet uzlů, n_e ... počet hran (edge)
n_f ... počet oblastí (face)

E. věta říká, že pro planární grafy platí $n_v - n_e + n_f \geq 2$

Rovnost nastává pro souvislé grafy.

(15) $n_f \le \frac{2n_e}{3}$ $\qquad 2n_e =$ součet indexů všech vrcholů

$$n_v - n_e + n_f \ge 2$$

$$2 \le n_v - n_e + n_f \le (2n+k) - n_e + \frac{2n_e}{3}$$

$$2 \le 2n+k - \frac{1}{3}n_e$$

$$\frac{1}{3}n_e \le 2n+k-2$$

$$m = \sum_p km(p) \le \text{součet indexů} = 2n_e \le 6(2n+k-2) = 12n+6k-12$$

$$\le 12(n+k) = O(n+k)$$