

Kombinatorika – příklady z učebnice pro gymnázia
(autor E. Calda, nakl. Prométheus)

- 1.64** Určete počet kvádrů, jejichž velikosti hran jsou přirozená čísla nejvýše rovná deseti. Kolik je v tomto počtu krychlí?
- 1.65** V novinovém stánku je ke koupi deset druhů pohledů, přičemž každý druh je k dispozici v paděsáti exemplářích. Určete, kolika způsoby lze zakoupit
- 15 pohledů;
 - 51 pohledů;
 - 8 různých pohledů.
- *1.66** Určete počet všech trojúhelníků, z nichž žádné dva nejsou shodné a jejichž každá strana má velikost vyjádřenou jedním z čísel 4, 5, 6, 7.
- 1.67** Ze všech bílých šachových figurek bez krále a dámy (tj. z osmi pěšců, dvou věží, dvou jezdců a dvou střelců) vybereme a) trojici, b) dvojici. Jaký je počet možností pro jejich složení?
- 1.68** V sadě 32 karet je každá z následujících karet čtyřikrát: sedmička, osmička, devítka, desítka, spodek, svršek, král, eso; karty též hodnoty jsou přitom rozlišeny těmito „barvami“: červená, zelená, žaludy, kule. Určete, kolika způsoby je možno vybrat čtyři karty, jestliže se
- rozlišují pouze „barvy“ jednotlivých karet;
 - rozlišují pouze hodnoty jednotlivých karet.
- 1.71** Klenotník vybírá do prstenu tři drahokamy; k dispozici má tři rubíny, dva smaragdy a pět safírů. Kolika způsoby může tento výběr provést, považujeme-li kameny téhož druhu za stejné?
- 1.72** Určete, kolika způsoby lze přemístit písmena slova Mississippi; kolik z nich nezačíná písmenem M?
- *1.73** Určete počet všech trojúhelníků, z nichž žádné dva nejsou shodné a jejichž každá strana má jednu z velikostí daných čísl 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- *1.74** Knihovna má pět regálů, do každého se vejde 20 knih. Určete, kolika způsoby lze do knihovny umístit 20 knih.
[Návod: Myslete si, že regály jsou umístěny vedle sebe a každé dva sousední jsou odděleny stejným předmětem.]
- 1.75** V samoobsluze mají čtyři druhy kávy, každý po paděsáti gramech. Určete, kolika způsoby lze koupit 250 gramů kávy, jestliže
- balíčků každého druhu mají dostatečný počet;
 - od dvou druhů mají deset balíčků a od zbývajících dvou pouze po čtyřech balíčcích.

*1.70 Kolik různých neuspořádaných trojic mohou dát počty ok na jednotlivých kostkách při vrhu třemi kostkami? (Jde o obvyklou kostku s jedním až šesti oky na jednotlivých stěnách.)

*1.71 Určete, kolika způsoby lze z padesátihaléřových a korunových mincí zaplatit částku a) 6 Kč, b) 2 Kč, jsou-li oba druhy mincí k dispozici v dostatečném množství.

[Návod: Každou částku lze zašifrovat pomocí písmen k (korunové mince) a p (dvě padesátihaléřové mince); např. čtyřem korunovým a čtyřem padesátihaléřovým mincím odpovídá zápis $kkkkpp$.]

*1.72 Určete, kolika způsoby si mohou tři osoby rozdělit osm stejných jablek.

[Návod: Každé rozdělení osmi jablek mezi tři osoby A, B, C lze zašifrovat pomocí neuspořádané osmice z těchto písmen; např. $AAABBBBC$ značí příděl tří jablek osobě A , čtyř jablek osobě B a jednoho jablka osobě C .]

*1.73 Určete, kolika způsoby si mohou tři osoby rozdělit čtyři stejná jablka a šest stejných hrušek.

[Návod: Rozdělení jablek a hrušek jsou na sobě nezávislá, dále pak viz předchozí příklad.]

1.79 Určete, kolika způsoby lze všechny figurky šachové hry (tj. od každé barvy 1 krále, 1 dámu, 2 věže, 2 jezdce, 2 střelce a 8 pěšců) rozmištít na 64 políček šachovnice.

[Návod: Myslete si, že na 64 polí rozmišťujete kromě 32 figurek ještě 32 stejných předmětů, třeba mincí.]

*1.80 Určete, kolika způsoby lze na černá políčka šachovnice 8×8 rozmištít 12 bílých (nerozlišitelných) a 12 černých (nerozlišitelných) kostek tak, aby toto rozmištění bylo symetrické podle středu šachovnice.

[Návod: Na černá políčka zvolené poloviny šachovnice rozmištíme 6 bílých a 6 černých kostek a další 4 nerozlišitelné předměty, čímž je postavení zbývajících černých a bílých kostek určeno.]

1.81 Určete, kolika způsoby lze rozdat 18 knih třem žákům A, B, C tak, aby A a B dohromady měli dvakrát více knih než C .

[Návod: Vyberte 6 knih pro C a zbývajících 12 rozdělte mezi A a B .]

1.82 Určete, kolik čtyřciferných přirozených čísel lze sestavit z číslic čísla 238 831. (V těchto číslech se každá cifra vyskytuje nejvýše tolíkrát, kolikrát se vyskytuje v daném čísle 238 831.)