

SPECIÁLNÍ A OBECNÁ TEORIE RELATIVITY

Jana Jurmanová

Situace ve fyzice do Einsteina

- „Celá fyzika je již v podstatě hotová s výjimkou ...“
- Mechanika je ucelená fyzikální teorie slavicí úspěchy v astronomii
- Elektrodynamika – úspěchy při vysvětlení elektromagnetických i optických jevů
- Názory na podstatu světla – korpuskulární kontra vlnová teorie (nyní vede vlnová).



Inerciální systém

- 1. Newtonův zákon – existuje inerciální soustava, vůči ní lze určovat klid a pohyb (soustava vzdálených hvězd = absolutní prostor)
- Každá soustava, která je vůči této soustavě v klidu či rovnoměrném přímočarém pohybu, je též inerciální.
- Prostředí potřebné pro šíření světla je totožné s absolutním prostorem.

Prostředí pro šíření světla – ÉTER



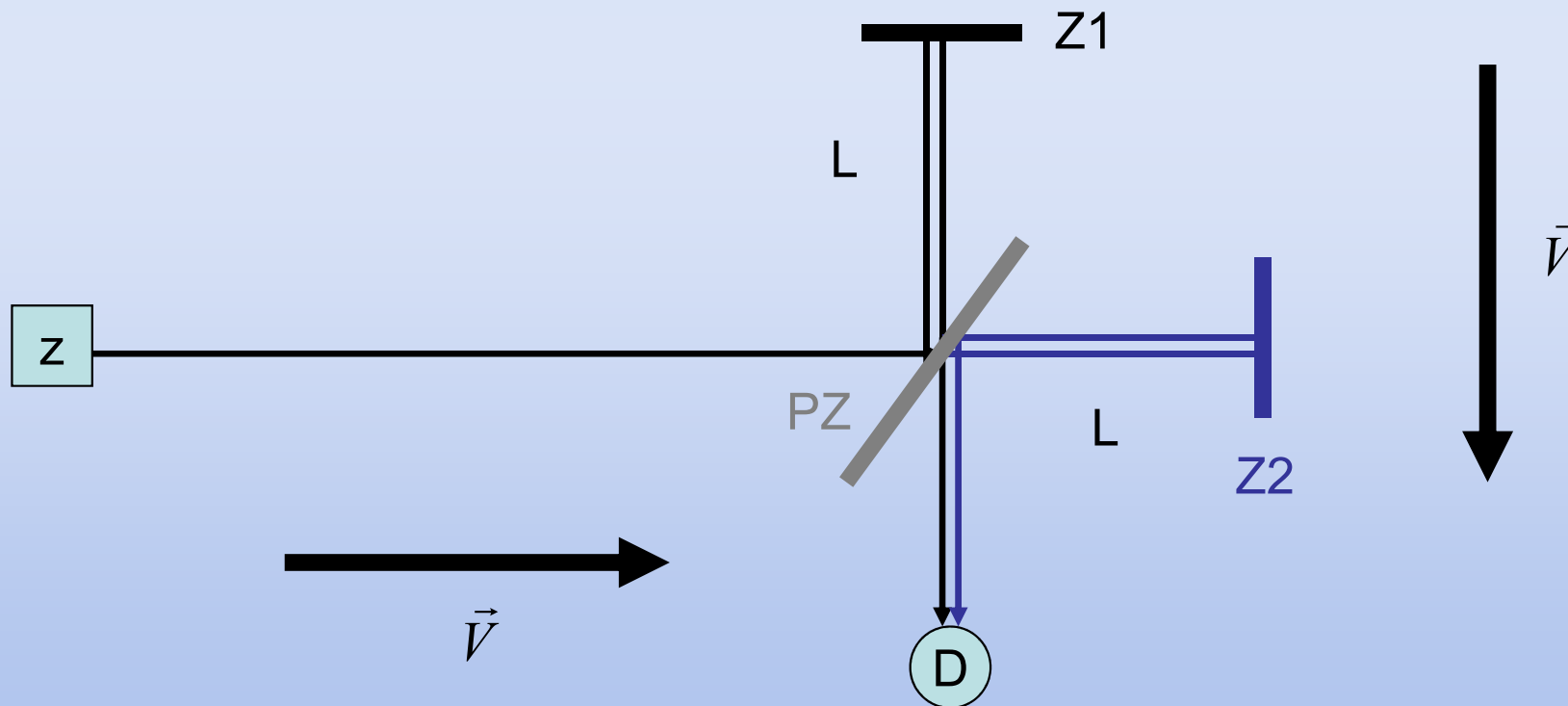
Éter by měl vyplňovat celý vesmír a mít následující vlastnosti:

1. Je dokonale prostupný pro hmotná tělesa.
2. Je absolutně nehybný vůči světlu, které se v něm šíří.



Éter je absolutní

- Snaha o změření rychlosti pohybu éteru vůči Zemi – měření času je nepřesné, raději interferenční jevy
- Michelson-Morleyho experiment



Rozbor Michelsonova-Morleyova experimentu

- Paprsek, který nemění směr pohybu a odráží se na zrcadle Z2, doputuje do detektoru za čas $T_1 = \frac{L}{c+V} + \frac{L}{c-V}$
- Paprsek, který se odráží od zrcadla Z1, doputuje do detektoru za čas $T_2 = \frac{L}{\sqrt{c^2 - V^2}}$
- Dráhový rozdíl d je roven c -násobku rozdílu časů, čili $L \left(\frac{V}{c} \right)^2$
- Jednotlivá interferenční maxima jsou vzdálena o λ , takže lze pozorovat posuv o $m = d / \lambda$ proužku vůči stavu, kdy by se Země nepohybovala.
- Otočíme-li zařízení o pravý úhel, dojde k posunu proužků na druhou stranu, celkový posuv $2m = \frac{2L}{\lambda} \left(\frac{V}{c} \right)^2$
- Pro $V=30\text{km/s}$, $L=10\text{m}$, $\lambda=500\text{nm}$ je $m=0,4 \dots$ ale posuv nepozorován!

„Prerelativita“ do Einsteina

- Snaha o vysvětlení výsledků Michelsonova-Morleyho experimentu
- Fitz-Gerald, Lorentz –rameno interferometru se zkracuje ve směru pohybu (důsledek působení elmg. sil na elektricky nabitě částice ramene)
- Poincaré: pohyb vůči éteru je principiálně nezjistitelný.
- Einstein:
„Co bych viděl, kdybych letěl spolu se světelným paprskem?“



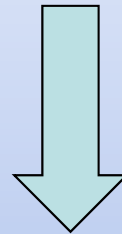
Platí: Maxwellovy rovnice

- „A řekl Bůh:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho & \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

a bylo světlo.“

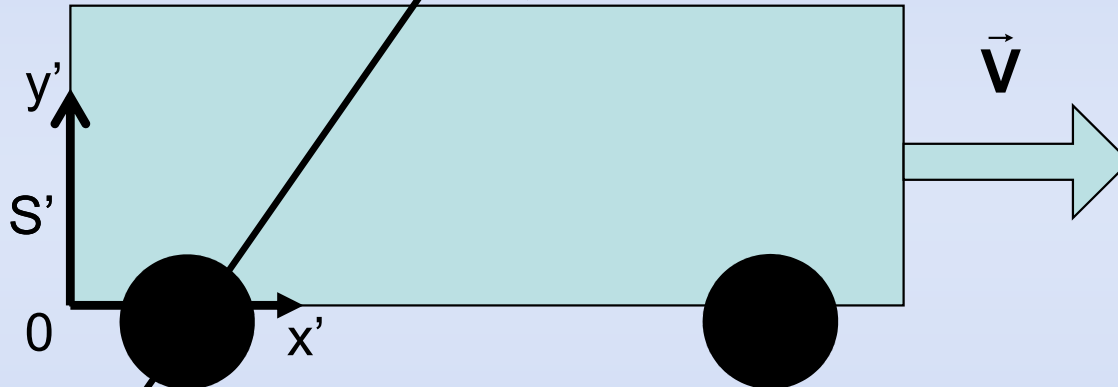
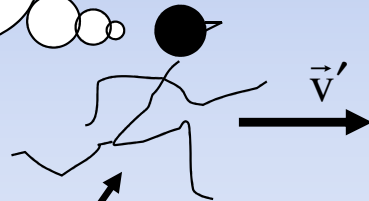
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



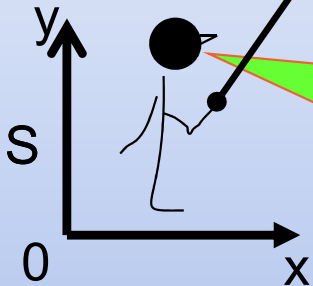
Rychlost šíření světla závisí jen na vlastnostech prostředí, v němž se šíří.

Platí: Skládání rychlostí

Moje rychlost má velikost v' (vzhledem k vlaku).



Vlak jede rychlostí V (vzhledem ke kolejím).



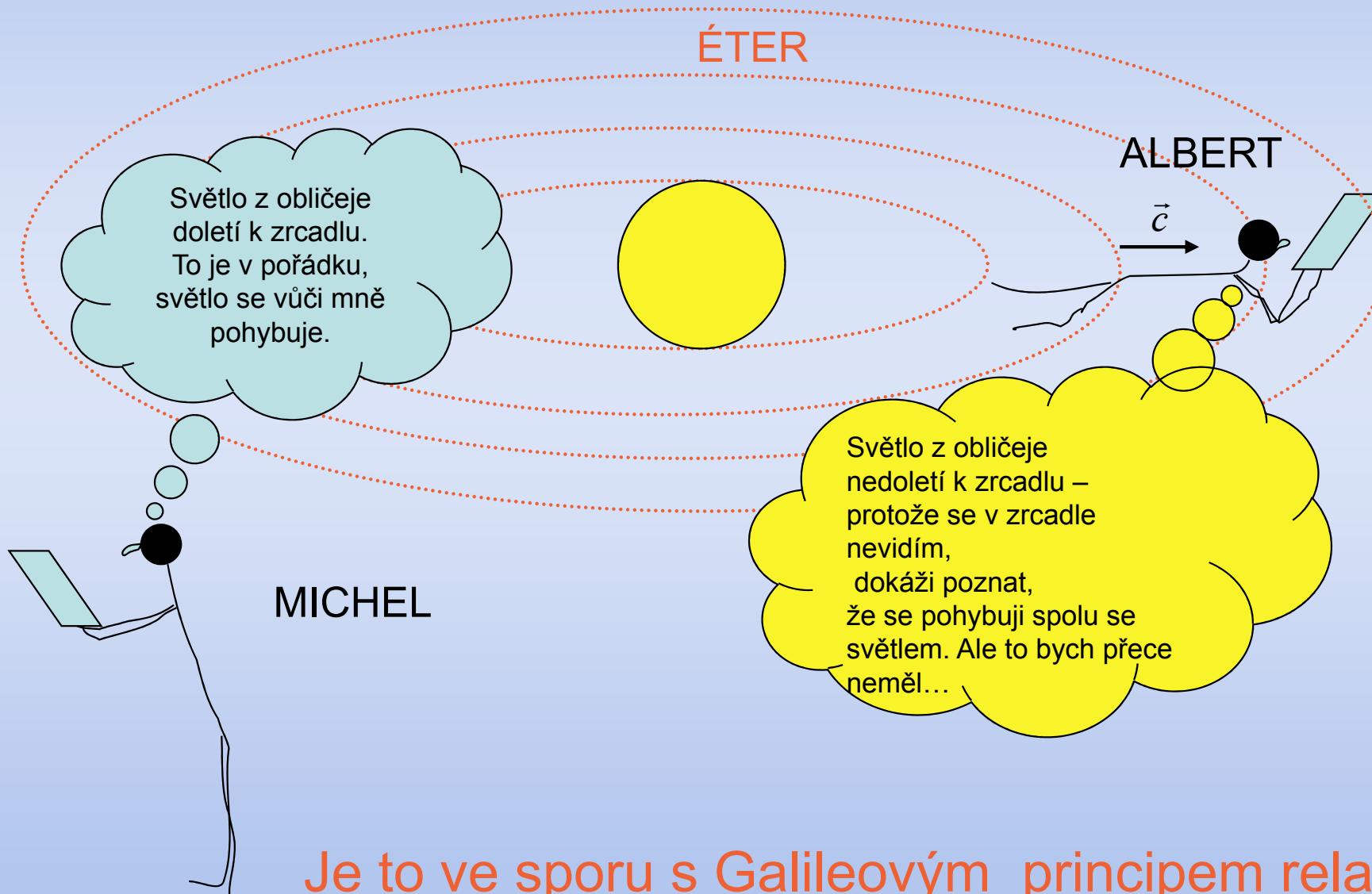
Jeho rychlost vzhledem ke kolejím má velikost $v'+V$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

Klasické skládání rychlostí

A CO NA TO ALBERT EINSTEIN?

Co kdybych ... letěl spolu se světelným paprskem?



Je to ve sporu s Galileovým principem relativity.

Princip relativity

- Ve všech inerciálních soustavách platí stejné fyzikální zákony (= to, je-li daný systém v klidu či pohybuje-li se rovnoměrně přímočaře, nepoznáme, dokud „nevykoukneme“ ven).

(GALILEO GALILEI,
1564-1642)



Přijmu tedy princip relativity jako postulát...



Což je ve sporu s konečnou rychlostí c šíření elektromagnetického vlnění ve vakuu, která plyne z Maxwellových rovnic – **neměnnost c přijmu jako druhý postulát.**

Je tedy třeba upravit klasický zákon skládání rychlostí:

- Takže pro pohyb v jedné přímce (pouze x) musí platit

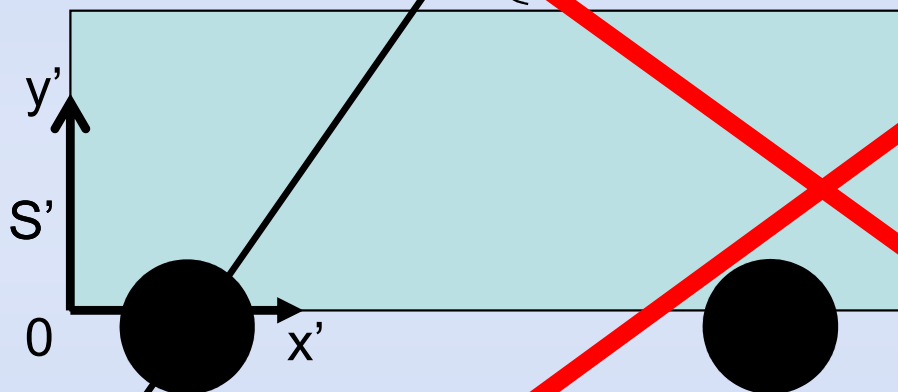
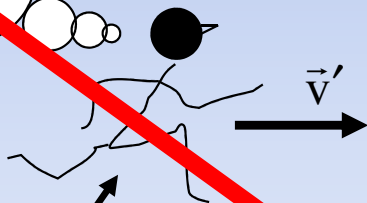
$$v = v' + V \quad \Rightarrow \quad v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

- Tedy pro $v'=c$ (a stejně i pro $V=c$)

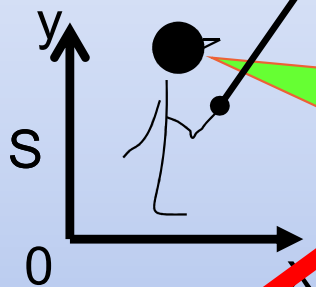
$$v = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} = \frac{c \left(1 + \frac{V}{c} \right)}{\left(1 + \frac{V}{c} \right)} = c$$

Platí: Skládání rychlostí

Moje rychlost má velikost v (vzhledem k vlaku).



Vlak jede rychlostí V (vzhledem ke kolejím).



Jeho rychlost vzhledem ke kolejím má velikost $v'+V$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

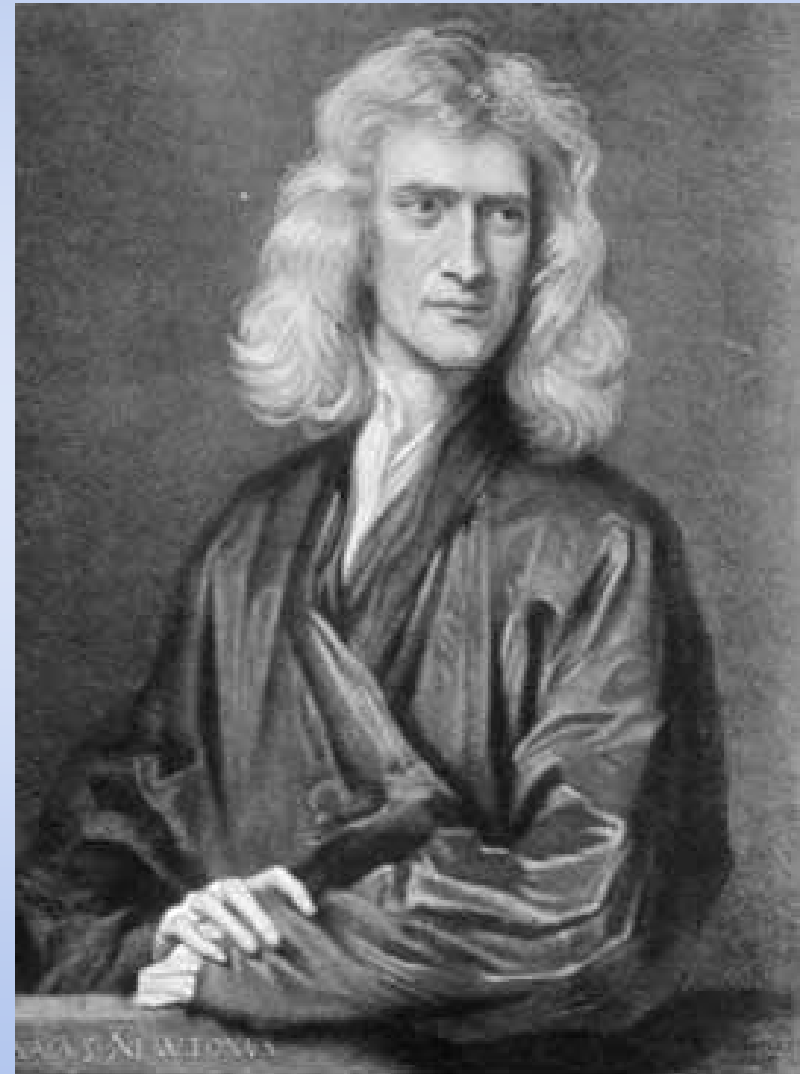
Klasické skládání rychlostí

ALE



Názory klasické (newtonovské) mechaniky na čas a prostor

- Čas je absolutní.
(„*Absolutní, pravdivý, v matematice používaný čas sám o sobě plyne již ze své přirozené podstaty rovnoměrně, nezávisle na vnějších podmínkách.*“
ISAAC NEWTON, 1643-1727)
- Prostorové vzdálenosti jsou také absolutní.



Nová transformace souřadnic

- Stará (Galileiho) transformace souřadnic:

$$t = t' \quad x = x' + Vt'$$
$$y = y' \quad z = z'$$

vede na starý zákon
skládání rychlostí

$$v = v' + V$$

- Nová (Lorentzova) transformace souřadnic

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$
$$y = y' \quad z = z'$$

vede na nový zákon
skládání rychlostí

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}}$$

A NAVÍC:

Vede k dilataci času a kontrakci délek

- Události souměstné ($x'_1 = x'_2$):

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \begin{array}{l} \Delta t = t_2 - t_1 \\ \Delta t' = t'_2 - t'_1 \end{array}$$

- Čas Δt je tedy vždy delší než vlastní čas

$\Delta t' = \Delta \tau$. Hodiny v systému S se tedy proti hodinám v S' zpožďují – dilatace času díky pohybu.

- Události současné ($t_1 = t_2$):

$$\Delta x = \Delta x' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \quad \begin{array}{l} \Delta x' = x'_2 - x'_1 \\ \Delta x = x_2 - x_1 \end{array}$$

- Ve vlastní vztažné soustavě S' je prostorová vzdálenost větší než v S, délka měřená z jiné vztažné soustavy je kratší než vlastní – kontrakce délek.

Nejslavnější vztah



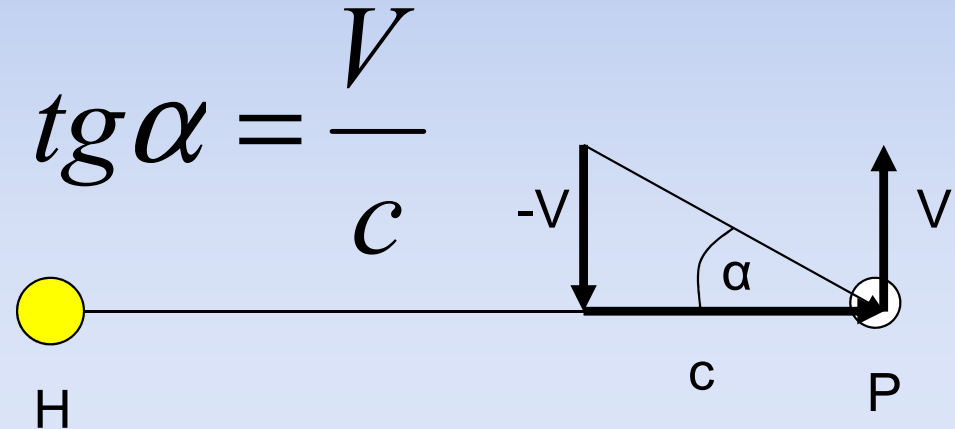
Elementární odvození ekvivalence hmotnosti a energie

Následující odvození zákona ekvivalence, které nebylo dosud publikováno, má dvě přednosti. Ačkoliv využívá principu speciální relativity, nepředpokládá formální aparát teorie, ale užívá pouze tři dříve známých zákonů:

1. zákona zachování hybnosti
2. výrazu pro tlak záření; to jest pro hybnost komplexu záření pohybujícího se v zadaném směru
3. dobře známého výrazu pro aberaci světla (vliv pohybu Země na zdánlivou polohu stálic – Bradley).

Aberace stálic a hybnost fotonu

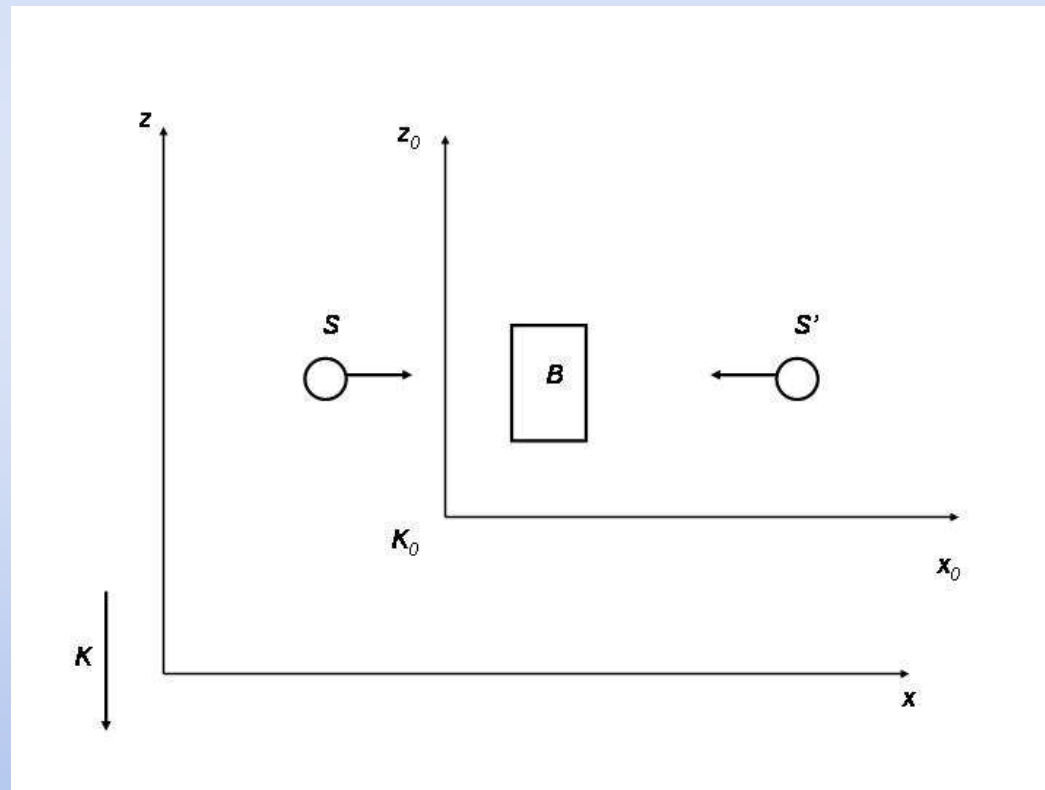
- Objevena již 1727
Bradleyem
- Polohy hvězd na
nebeské sféře opisují v
průběhu roku elipsy,
jejichž velká poloosa
má vždy velikost
 $\alpha = 20,5''$
- Vysvětlil jako důsledek
ročního pohybu Země,
díky kterému se mění
úhel, pod kterým se k
nám pohybují paprsky
hvězd



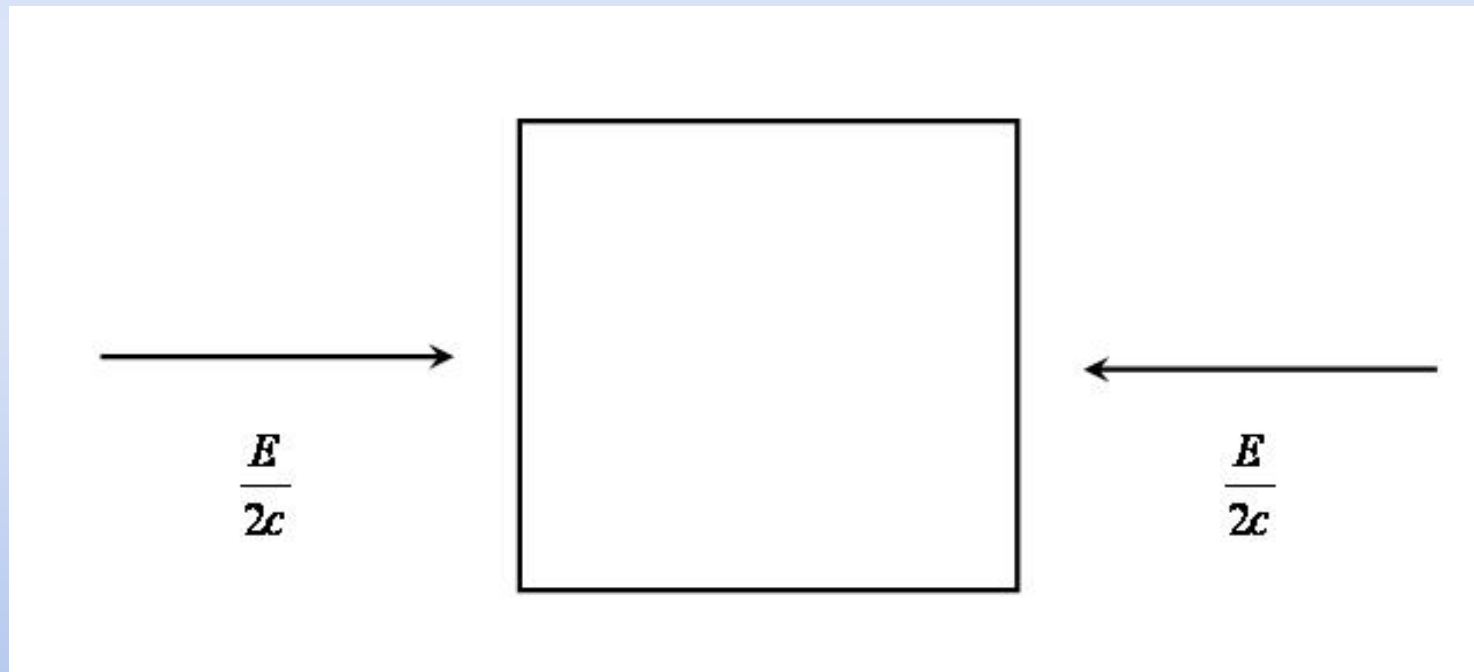
•Hybnost fotonu:

$$p = \frac{E}{c}$$

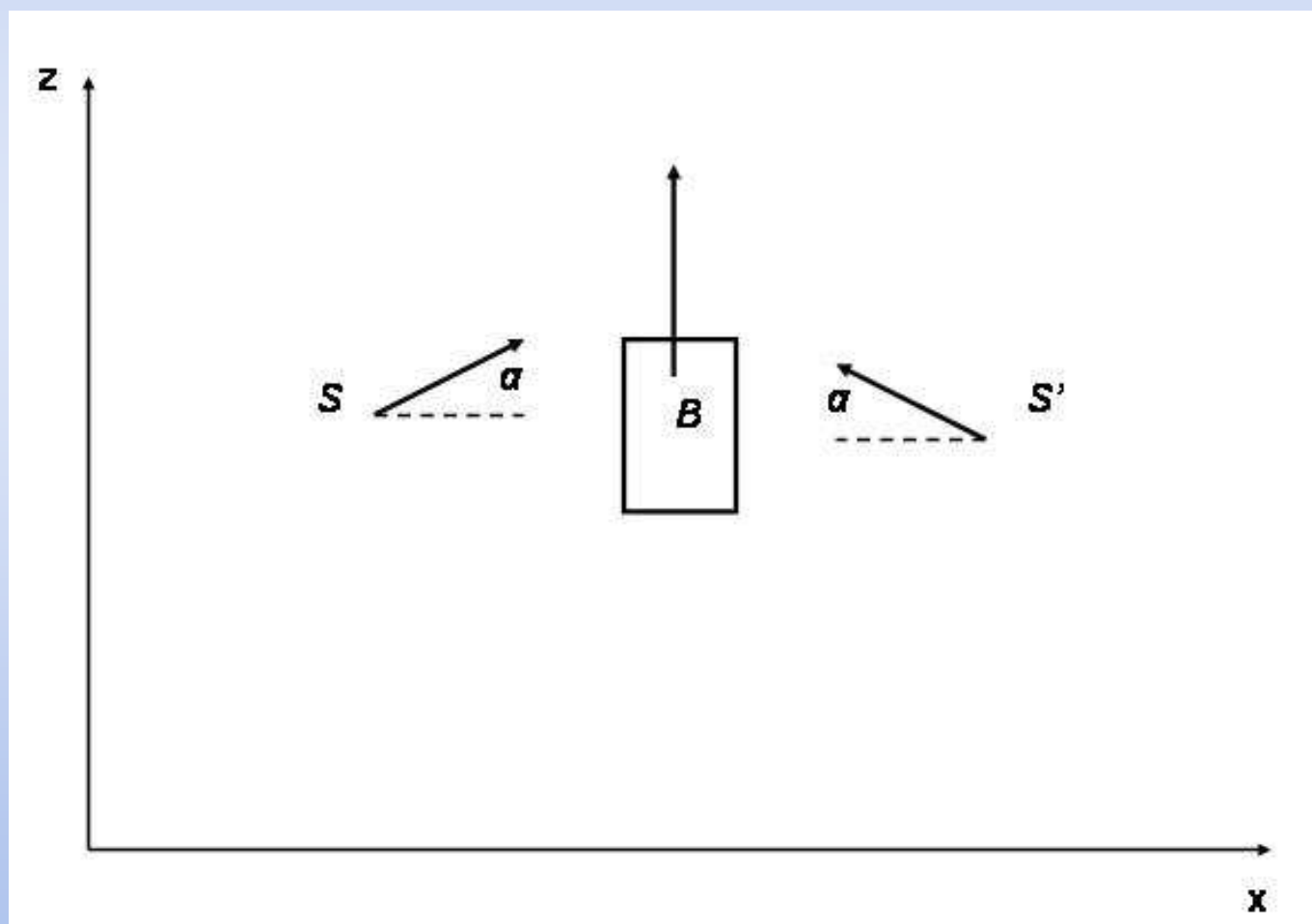
Nejprve uvažujme o následujícím systému. Necht' těleso B spočívá volně v prostoru vzhledem k souřadnicové soustavě K_0 . Dva komplexy záření S a S' , každý o energii $E/2$, se pohybují v kladném a záporném směru osy x_0 a jsou zároveň absorbovány tělesem B .



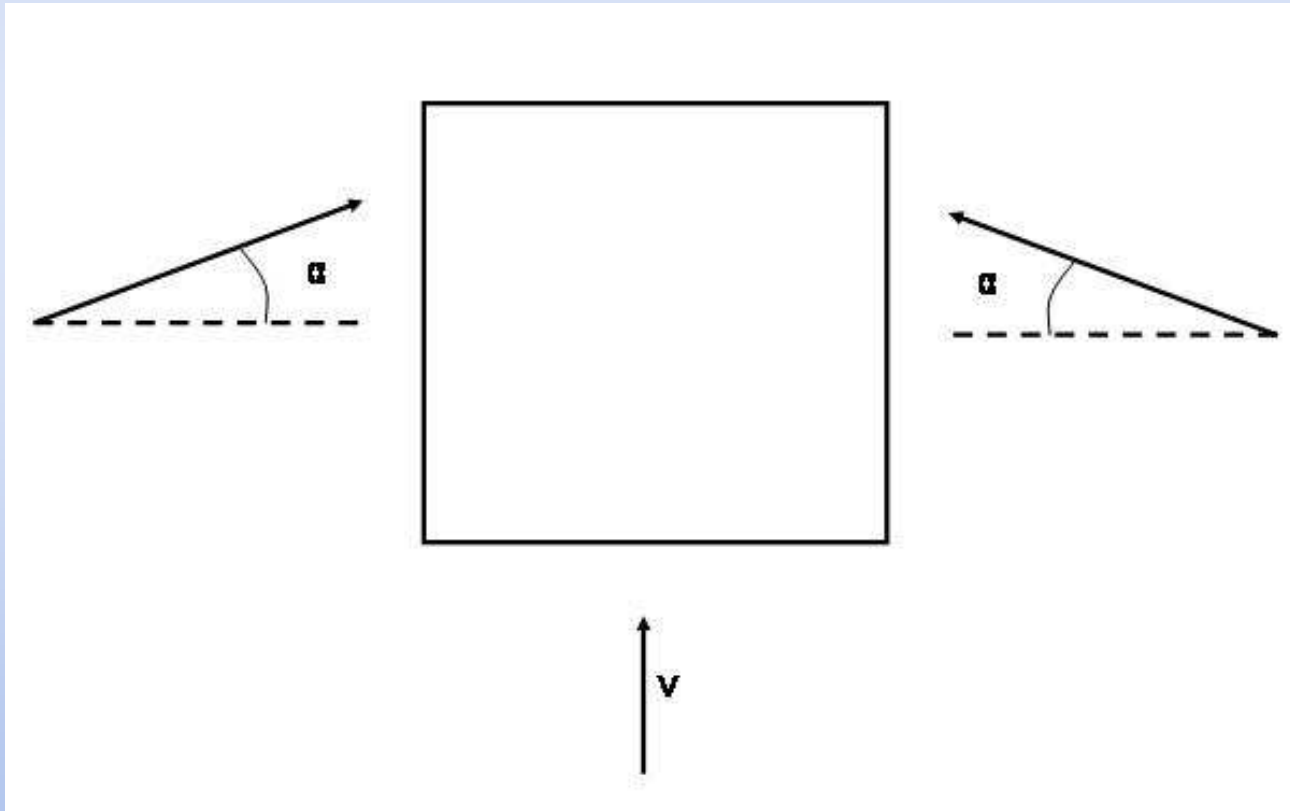
Touto absorpcí vzroste energie tělesa B o hodnotu E .
Těleso B zůstává vzhledem k souřadnicové soustavě K_0 z důvodů symetrie v klidu.



Dále uvažujeme týž proces vzhledem k souřadnicové soustavě K , která se pohybuje vzhledem k souřadnicové soustavě K_0 konstantní rychlostí v v záporném směru osy z_0 .
Vzhledem k souřadnicové soustavě K je popis procesu následující:



Těleso B se pohybuje v kladném směru osy z rychlostí v . Oba komplexy záření mají nyní vzhledem k souřadnicové soustavě K směry, které svírají úhel α s osou x . Zákon aberace říká, že v první aproximaci platí $\alpha=v/c$, kde c je rychlost světla. Z úvahy provedené vzhledem k souřadnicové soustavě K_0 víme, že rychlost v tělesa B se absorpcí komplexů záření S a S' nezmění.



Nyní užitíme zákona zachování hybnosti našeho systému v souřadnicové soustavě K vzhledem ke směru osy z .

1. Před absorpcí necht' má těleso B hmotnost M ; Mv je pak výraz pro hybnost tělesa B (podle klasické mechaniky).

Každý z komplexů záření má energii $E/2$, a tudíž podle dobře známého závěru Maxwellovy teorie má hybnost $E/2c$. Přesně řečeno je to hybnost komplexu záření S vzhledem k souřadnicové soustavě K_0 . Avšak je-li v malé ve srovnání s c , je hybnost vzhledem k souřadnicové soustavě K táž až na malou veličinu druhého řádu (v^2/c^2 je malé ve srovnání s 1).

Složka této hybnosti ve směru osy z je $(E/2c)\sin\alpha$, čili s dostatečnou přesností (až na malé veličiny vyššího řádu) $(E/2c)\alpha$ neboli $(E/2)(v/c^2)$. Komplexy záření S a S' mají tudíž dohromady hybnost $E(v/c^2)$ ve směru osy z .

Celková hybnost systému před absorpcí je tudíž

$$Mv + \frac{E}{c^2} v$$

II. *Po absorpci* nechť má těleso B hmotnost M' .

Předpokládáme zde možnost, že hmotnost se zvýší absorpci energie E (to je nutné proto, aby byl konečný výsledek naší úvahy konzistentní).

Hybnost systému po absorpci je tudíž $M'v$.

Nyní předpokládejme platnost zákona zachování hybnosti a aplikujeme jej vzhledem ke směru osy z . To dává rovnici

$$Mv + \frac{E}{c^2}v = M'v \quad \text{čili} \quad M' - M = \frac{E}{c^2}$$

Tato rovnice vyjadřuje zákon ekvivalence energie a hmotnosti.

Vzrůst energie o hodnotu E je spojen se vzrůstem hmotnosti

o hodnotu E/c^2 . Protože energie je podle obvyklé definice určena

až na aditivní konstantu, můžeme tuto konstantu volit tak, že platí

$$E = Mc^2.$$

„Jestliže každý gram látky obsahuje tak ohromnou energii, proč to zůstalo tak dlouho nepovšimnuto? Odpověď je dosti jednoduchá: pokud se žádná energie nevydává navenek, nemůže být pozorována. Je to jako kdyby člověk, který je pohádkově bohatý, nikdy neutratil ani nevynaložil jediný cent; nikdo by nemohl říci, jak je bohatý.“

(1946)

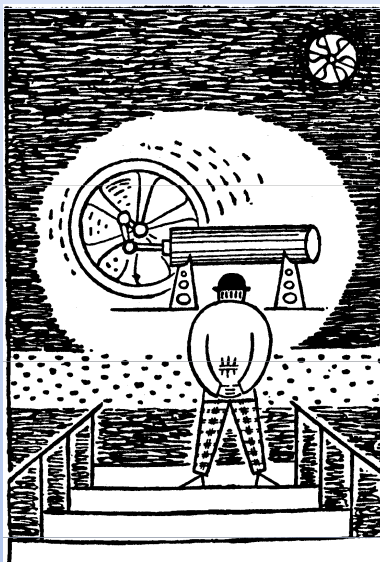
převzato z Albert Einstein,

Z mých pozdějších let (Jak vidím svět II.),

Lidové noviny, Praha 1995

„Dávej pozor, Bondy, co ti řeknu; je to nad lidský rozum, ale není v tom ani kousek švindlu. Tak tedy ten můj Karburátor opravdu spaluje hmotu, dočista spaluje, že z ní nezbude ani prášku; nebo spíš ji rozbije, rozpráší, rozloží v elektrony, zkonzumuje, vymele, já nevím, jak to nazvat; zkrátka úplně ji spotřebuje. Nemáš ani ponětí, jaká ohromná energie je v atomech. S půl centem uhlí v kotli můžeš obeplout parníkem celý svět, osvětlovat celou Prahu, pohánět celou Rustonku nebo co chceš; uhlovým oříškem budeš topit a vařit pro celou rodinu. A nakonec nebude třeba ani uhlí; zatopíme si prvním oblázkem nebo hrstí hlíny, kterou sebereme před domem. Každý kousek hmoty má v sobě víc energie než ohromný parní kotel; jen ji vyždímat! Jen umět hmotu dokonale spálit!“

Karel Čapek, *Továrna na Absolutno*,
1926



Může tedy Albert letět rychlostí světla?

- NE, protože by se jeho délka zkrátila na nulu (kontrakce délek). $\Delta x = \Delta x' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$
- NE, protože jeho čas by vůbec neplynul (dilatace času) $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$
- NE, protože by jej vůbec nešlo na tuto rychlost urychlit:

$$W = Fdx, F = \frac{ma}{\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^3}} \Rightarrow E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

- Albert by tedy musel být foton ($m_0 = 0$).

Čas a prostor nebo časoprostor

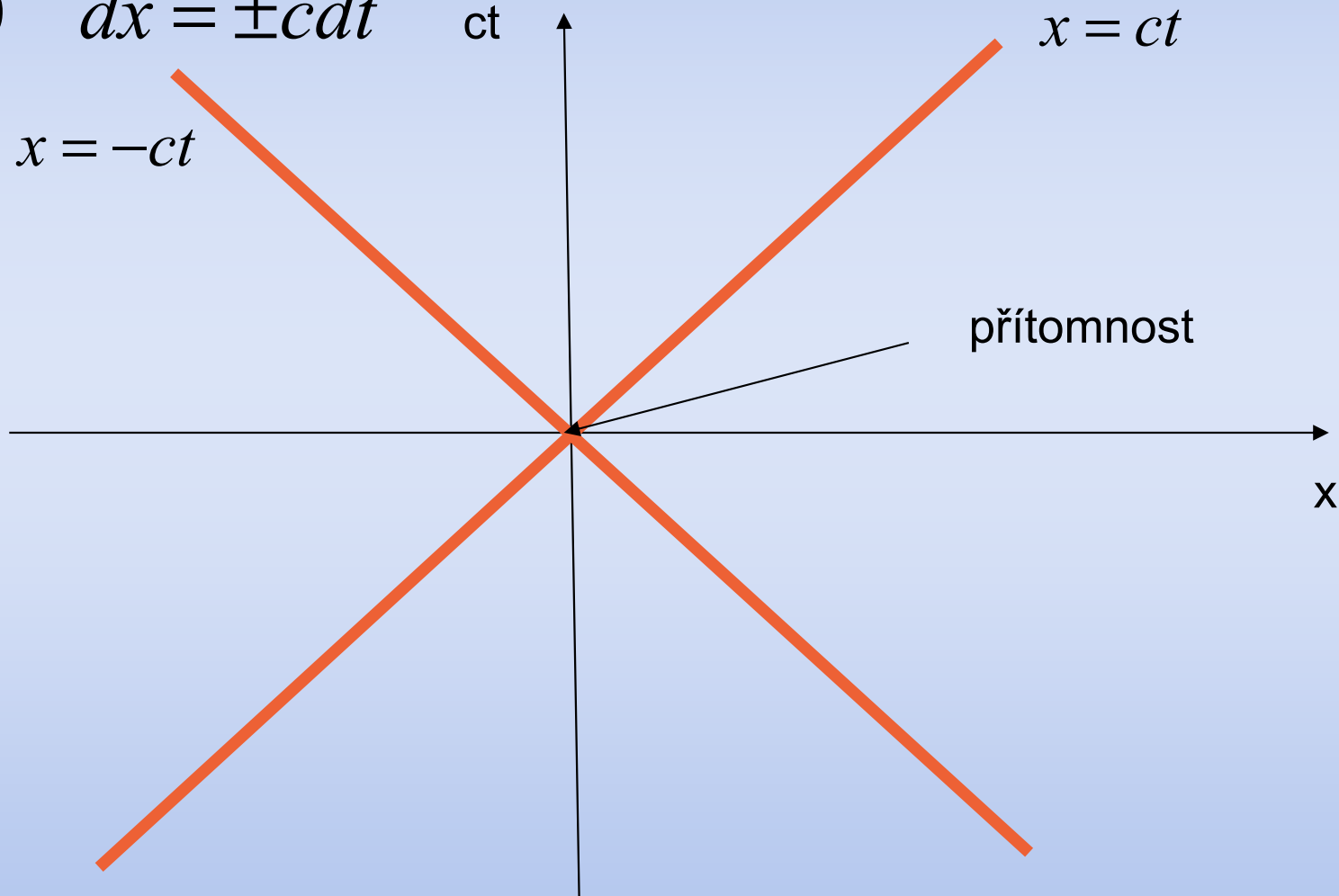
- Přestává být důležitá pouze prostorová vzdálenost $(\Delta l)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2$, ale podstatná je vzdálenost „časoprostorová“ = interval (pro velmi blízké body $\Delta x \rightarrow dx$)

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

- Takto definovaný interval je invariantní vůči Lorentzově transformaci, což znamená $ds'^2 = ds^2$

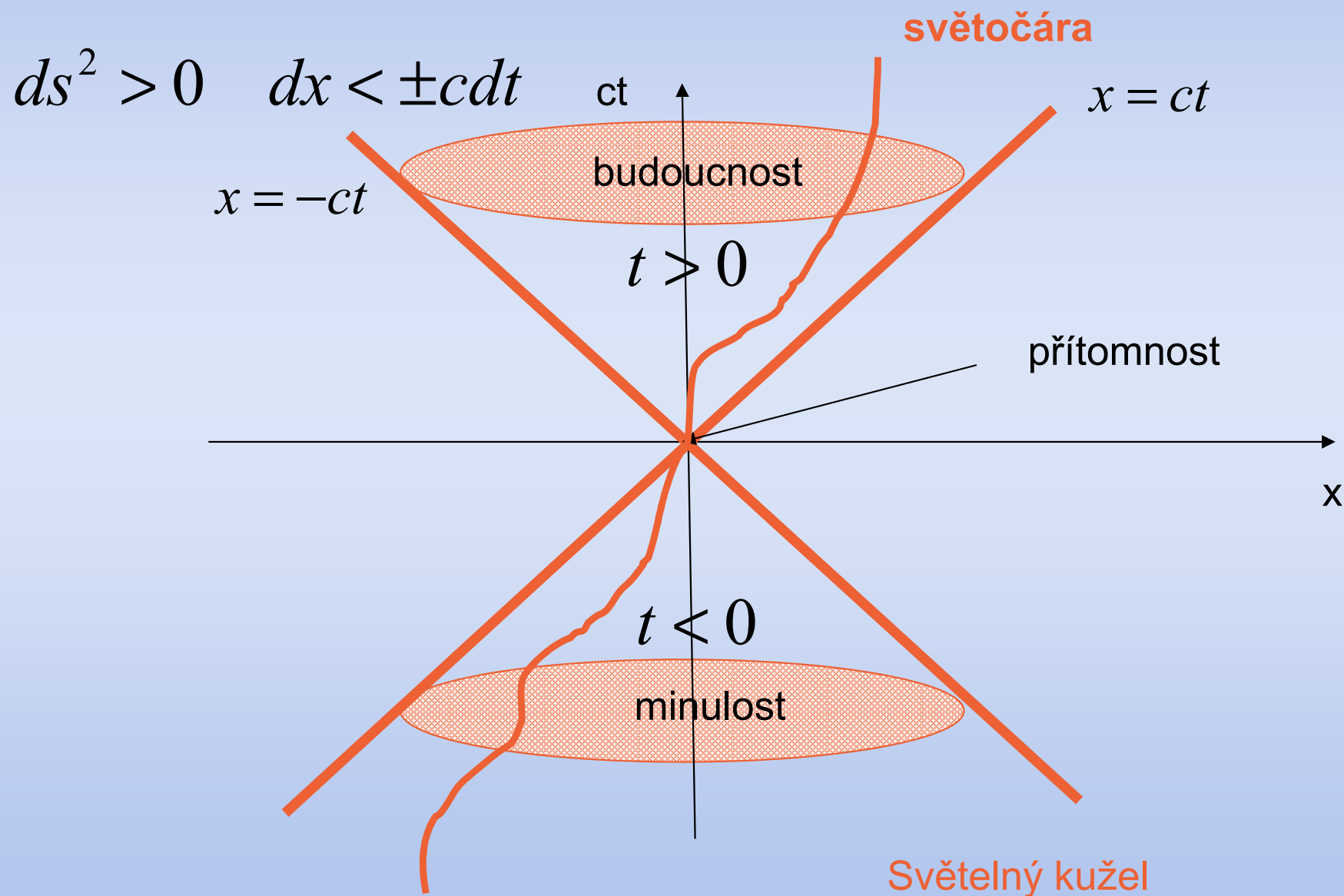
Minkowskiho kužel

$$ds^2 = 0 \quad dx = \pm cdt$$



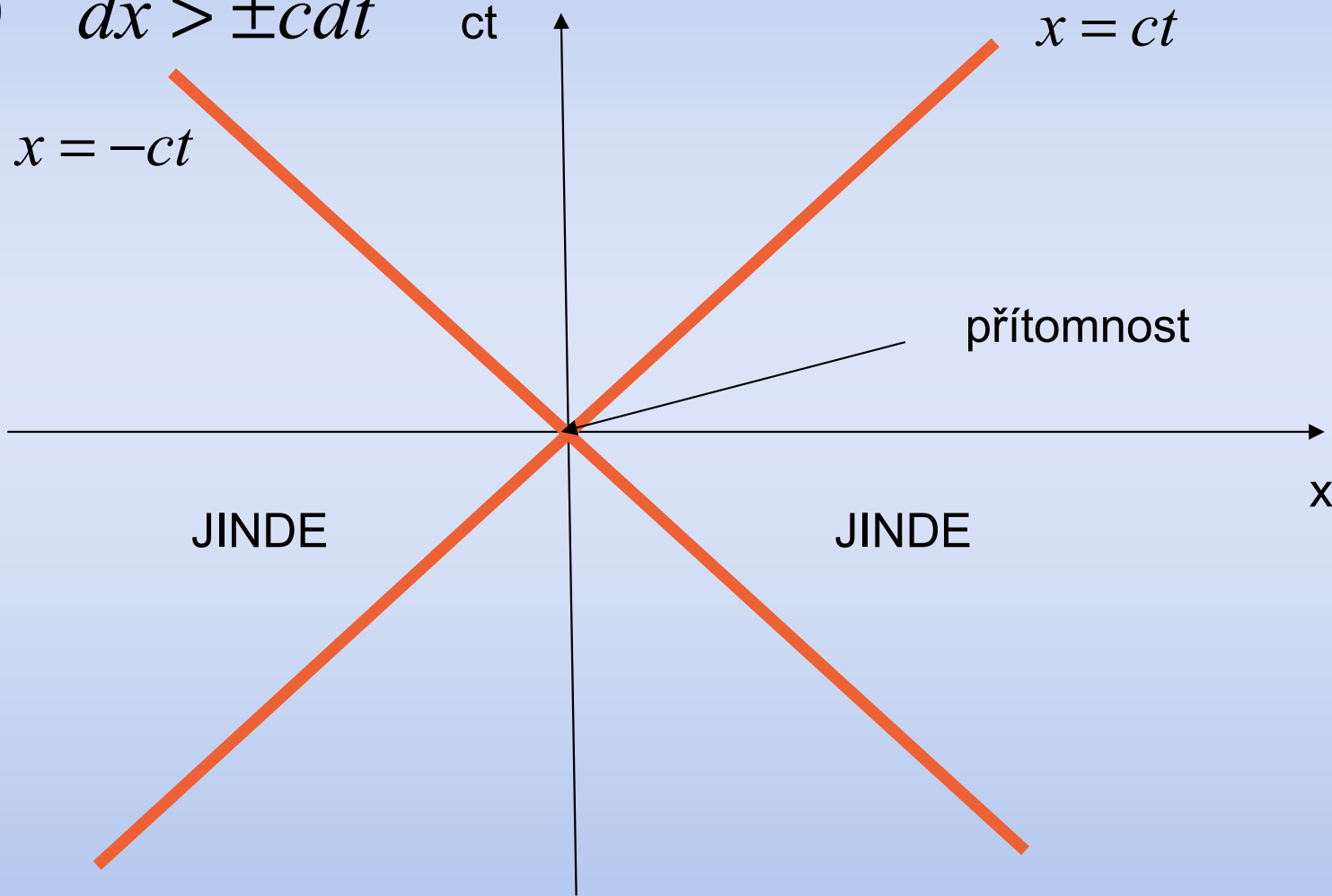
Světelný kužel

Minulost a budoucnost



Jinde

$$ds^2 > 0 \quad dx > \pm cdt$$



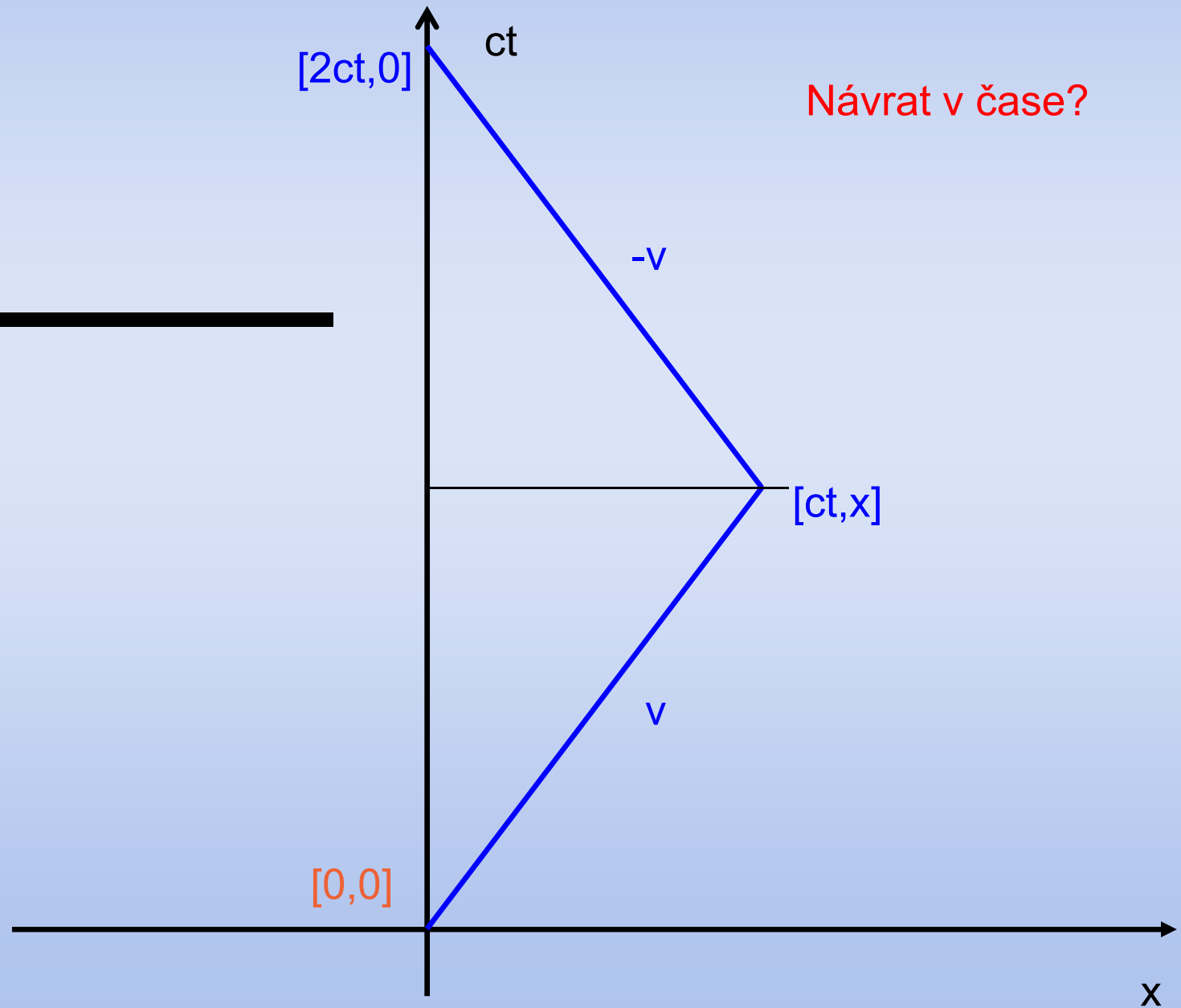
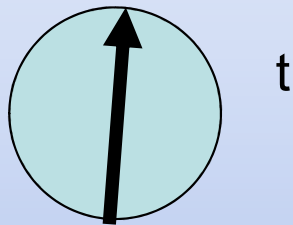
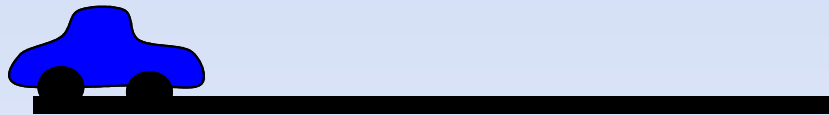
přítomnost

JINDE

JINDE

Světelný kužel

Návrat v prostoru ($v < c$)



Rozdělení na minulost, přítomnost, budoucnost a jinde je absolutní (invariance intervalu).

- Takže ds^2 nemění při transformaci k nečárkovaným souřadnicím znaménko.
- Minulost zůstává při takovýchto transformacích minulostí a budoucnost budoucností – pro **PODSVĚTELNÉ RYCHLOSTI!**
- Náš svět je kauzální, zatímco svět jinde je nekauzální!!!!

Kauzalita

- Jsou-li dvě události kauzální (tj. jedna je následkem druhé), musí být jejich pořadí **absolutní**, tj. nezávislé na volbě vztažné soustavy, v níž události popisujeme.
- Uvedené závěry plynou z Lorentzovy transformace pro čas:

$$cdt' = \frac{cdt - \frac{V}{c} dx}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$
$$\begin{array}{ll} cdt > dx & dt' > dt (V \leq c) \\ cdt = dx & dt' = 0 (V = c) \\ cdt < dx & dt' > 0 \Rightarrow dt < 0 (V > c) \end{array}$$

Volný pád

- Volný pád = pád v neodporujícím prostředí
- *I.N.:* „ ... poznatek gravitace ... byl zprostředkován pádem jablka, když (Newton) seděl a přemýšlel. Proč by měla jablka padat vždy kolmo k zemi, uvažoval. Proč by jejich dráha nemohla vést stranou nebo vzhůru, proč směřuje ustavičně ke středu země? Bezpochyby je příčinou to, že je země přitahuje... je tu síla, které teď říkáme gravitace a která prostupuje celým vesmírem.“
- *A.E.:* „Všechna tělesa padají ve vakuu se stejným zrychlením.“

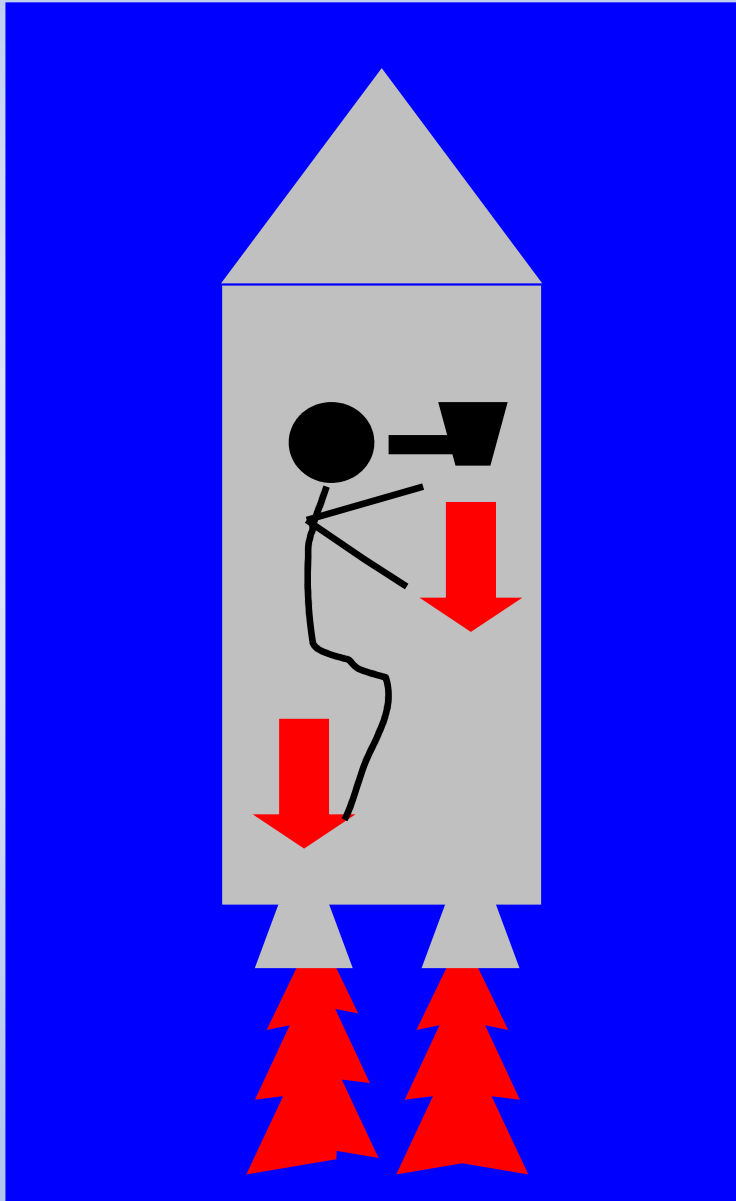


Tíže a beztíže



- *Tíha = síla, kterou působíme na závěs či na podložku*
- *Ztráta kontaktu se závěsem a podložkou a pád volným pádem = padající osoba je ve stavu beztíže*

Tíže a beztíže

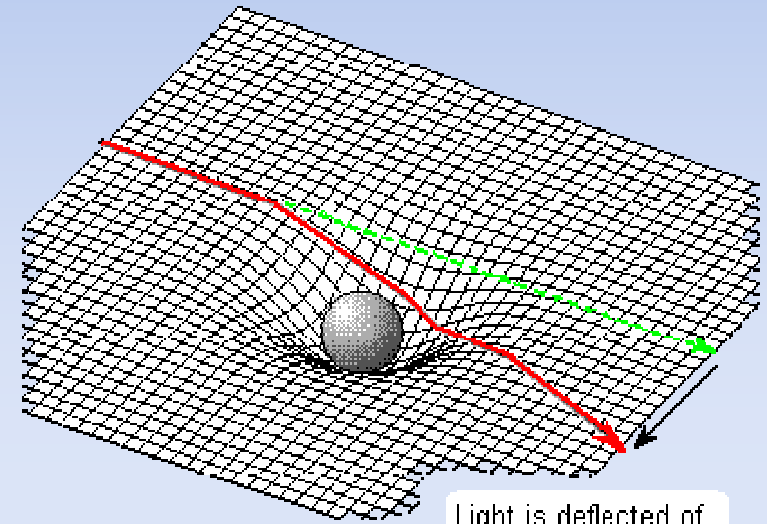


- Možnost simulace účinků gravitačního pole pomocí zrychlení (raketa) – jen lokálně, nehomogenní (a hlavně centrální) pole simulovat nejde!
- A.E.: „Všechna tělesa padají ve vakuu se stejným zrychlením.“ = PRINCIP LOKÁLNÍ EKVIVALENCE
- Výsledná síla působící na těleso ve stavu beztíže je nulová
LOKÁLNĚ GEODETICKÝ SYSTÉM

Základy OTR

- Einsteinova rovnice

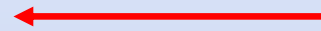
$$G_{ik} = \kappa T_{ik}$$



nrumiano



Prostor říká hmotě,
jak se v něm má
pohybovat.

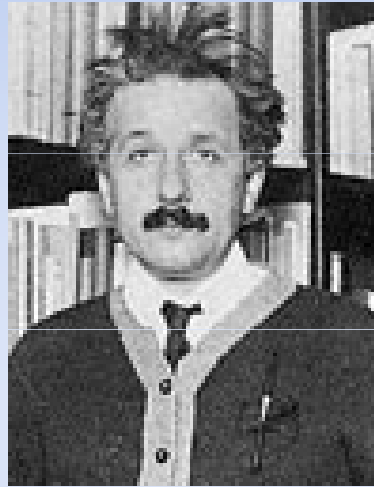


Hmota říká prostoru,
jak se má zakřivit.

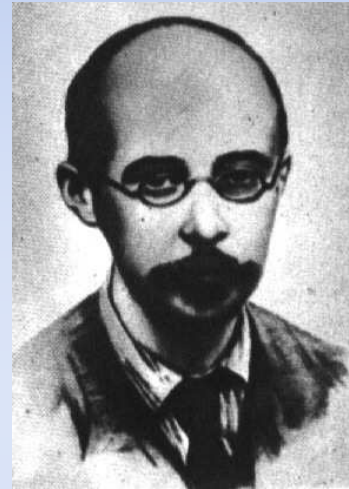
Základy kosmologie

- Kosmologický princip – vesmír je homogenní a izotropní \Rightarrow dána volba T_{ik}
- Einstein 1917 – první kosmologický model
- Vesmír je prostorově uzavřený (kladná křivost) a statický
- Nutnost zavedení kosmologické konstanty ozn. Λ
- Friedmann 1922: vesmír s kladnou křivostí, ale s časovým vývojem
- Celá třída modelů – jen si vybrat

Einstein kontra Fridman



„Výsledky týkající se nestacionárního vesmíru, obsažené v této práci, se mi zdají být podezřelé.“
Ve Fridmanově článku je chyba, „význam této práce je v tom, že dokazuje (nutnost) konstantnosti (poloměru vesmíru v čase).“



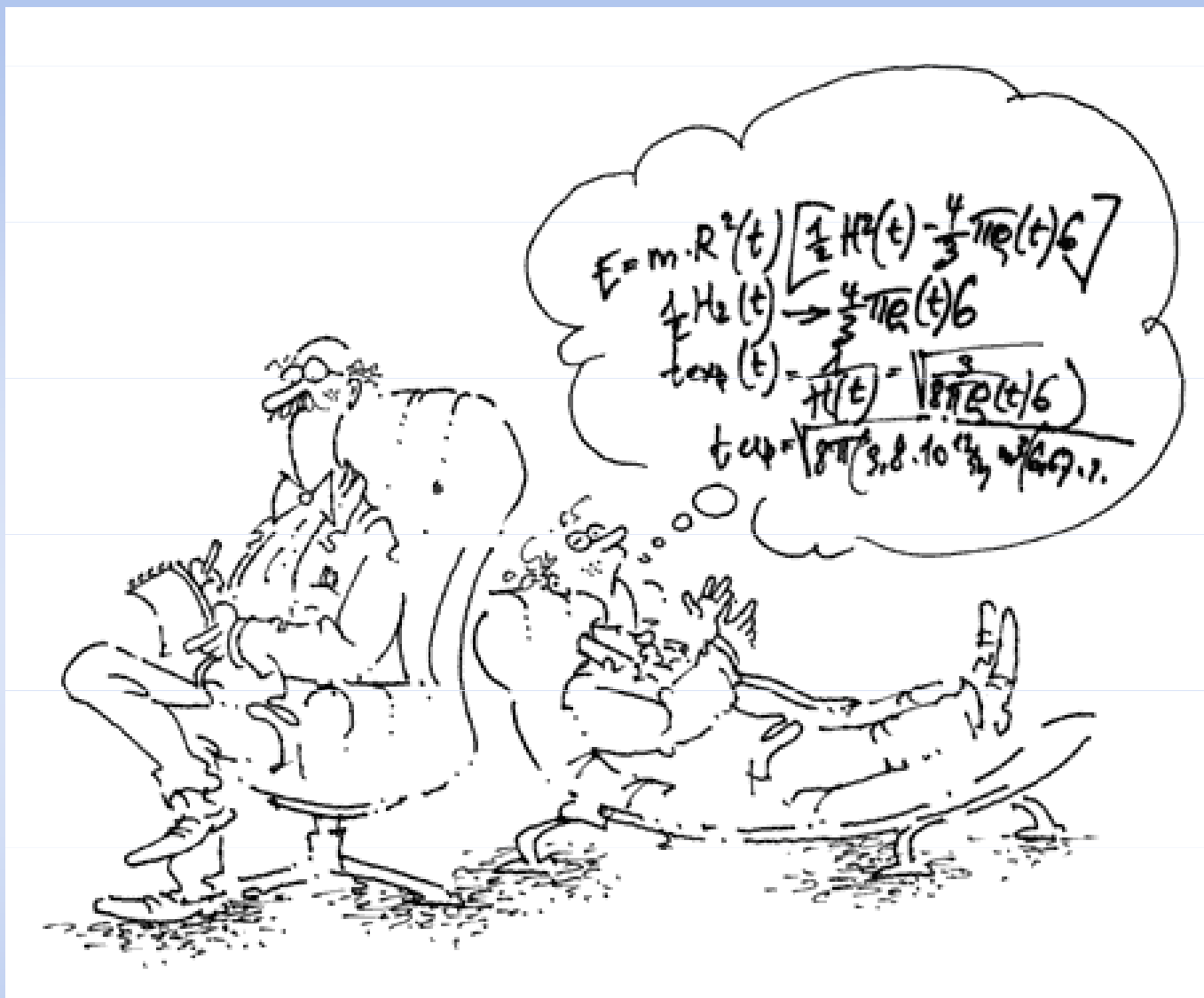
Existují i nestatické modely vesmíru s kladnou prostorovou křivostí.

Osobní dopis, obsahující pravděpodobně podrobný výpočet výsledků uvedených v článku.

Uznání génia



- *„V předchozí poznámce jsem podrobil kritice výše uvedenou práci. Ale má kritika, jak jsem se ujistil z Friedmannova dopisu doručeného mi panem Krutkovem, se zakládala na chybě ve výpočtech. Považuji Friedmannovy výsledky za správné a vrhající na problém nové světlo. Ukazuje se, že polní rovnice povolují spolu se statickými i dynamické (tj. v čase proměnné) centrálně-symetrické řešení pro strukturu prostoru.“ (1923)*
- *1932 – Einsteinův – de Sitterův model vesmíru: vytvořen na základě uznání Friedmannových výsledků*



Děkuji za pozornost.