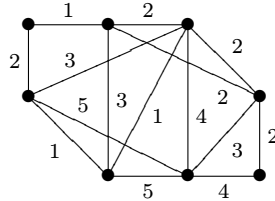


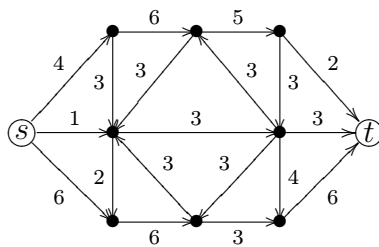
Teorie grafů – podzim 2015 – 4. termín

1. (10 bodů) Nalezněte všechny kostry nejmenší váhy v grafu

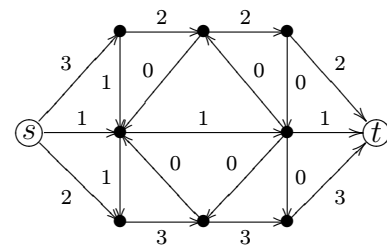


2. (10 bodů) Pomocí algoritmu Edmondse a Karpa upravte následující tok na tok největší velikosti.

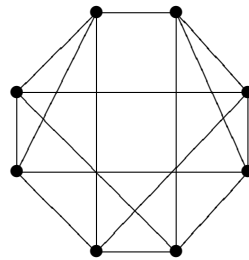
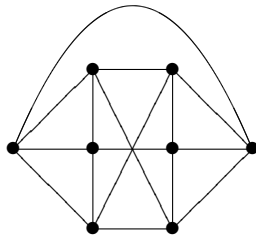
síť:



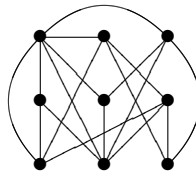
tok:



3. (5 bodů) Dejte příklad grafu G s devíti vrcholy, který splňuje $\kappa(G) = \chi'(G) = 5$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad grafu s deseti vrcholy, v němž nějaká nejdelší cesta neobsahuje žádný vrchol středu. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad grafu G se sedmi vrcholy, který není hamiltonovský a splňuje $\kappa(G) = 2$ a $\chi'(G) = 3$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost $(2, 2, x, y, 5, 6, 6, 6)$ skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.
7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy G se sedmi vrcholy, které splňují $\chi(G) = 4$, $\kappa(G) = 1$ a $\kappa'(G) = 2$.
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Necht $n \geq 1$ je přirozené číslo a G je obyčejný graf s $3n$ vrcholy u_i, v_i a w_i , pro $i = 1, \dots, n$, a s množinou hran

$$E = \{u_i u_j, v_i v_j, w_i w_j \mid i, j \in \{1, \dots, n\}, i \neq j\} \cup \{u_i v_j, v_i w_j \mid i, j \in \{1, \dots, n\}\}.$$

Určete hranovou a vrcholovou souvislost G , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.

11. (5 bodů) Definujte izomorfismus grafů.
12. (5 bodů) Formulujte větu o struktuře 2-souvislých grafů.
13. (10 bodů) Dokažte, že pro libovolné přirozené číslo $n \geq 2$ platí, že každý n -souvislý graf s alespoň $2n$ vrcholy obsahuje kružnici délky alespoň $2n$.